光电器件

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2020.06.006

谐振式光纤陀螺的信噪比研究

韩松延*，胡宗福

（同济大学 电子与信息工程学院 信息与通信工程系，上海 201804）

摘　要： 谐振式光纤陀螺(Resonator Fiber Optic Gyroscope，RFOG)的核心敏感部件是光纤环形谐振腔(Fiber Ring Resonator，FRR)，FRR在不同的束缚方式下表现为反射式与透射式两种结构，文章建立了两种结构的分析模型，推导出最佳工作状态下FRR的输出特性表达式。对于影响RFOG的主要噪声：背向散射噪声，通过建立两种相位调制RFOG结构，推导了两种不同结构FRR构成的RFOG在相位调制下的信号与背向散射噪声输出特性。分析了两种结构下谐振曲线最大斜率处的信号与背向散射噪声的信噪比表达式，最终证明两种结构的信噪比表达式相同，且与FRR的腔长负相关。

关键词： 谐振式光纤陀螺；光纤环形谐振腔；反射式；透射式；背向散射噪声；信噪比

中图分类号： TN253；TP212　**文章编号：** 1001－5868(2020)06－0788－06

Research on Signal to Noise Ratio of Resonant Fiber Optic Gyro

HAN Songyan，HU Zongfu

（Department of Information and Communication Engineering，School of Electronics and Information Engineering，Tongji University，Shanghai 201804，CHN）

Abstract： The core sensitive component of resonator fiber optic gyroscope (RFOG) is the fiber ring resonator (FRR)，and it shows reflective or transmissive structure under different restraint modes. In this paper，the analysis models for the two structures are established，and the expression of FRR output characteristics under the best working conditions is derived. For the backscattered noise，which is the main noise affecting RFOG，the output characteristics of signal and backscattered noise of the RFOG being composed of two different structures of FRR under phase modulation are derived by establishing two phase modulation RFOG structures. Analyzed is the expression of the signal-to-noise ratio(SNR) between the signal at the maximum slope of the resonance curve and the backscattered noise under the two structures，and it turns out that both SNR expressions for the two structures are the same，and it is negatively related to the cavity length of FRR.

Key words： resonant fiber optic gyroscope；fiber ring resonator；reflective；transmissive；backscattered noise；signal to noise ratio

0　引言

谐振式光纤陀螺(RFOG)是基于光学Sagnac效应的高精度惯性传感器件[1-2]，其核心敏感器件为光纤环形谐振腔(FRR)。相较于干涉式光纤陀螺(IFOG)，RFOG可以在更小尺寸下实现与IFOG相同的灵敏度[3]，由温度与应力分布不均导致的非互易性误差也会大大降低。RFOG的发展符合光纤陀螺往更高精度、更小体积发展的趋势[4]，是目前光纤陀螺研究的热门方向，获得了世界各国研究机构与高校的关注[5]。

FRR作为RFOG的核心器件，其性能直接决

收稿日期：2020－10－20.

*通信作者：韩松延　E-mail：1832907@tongji.edu.cn

定了陀螺系统的最终精度[6]。FRR 在不同的束缚方式下表现为反射式与透射式两种结构。文献[7]研究了基于探测器散粒噪声的两种结构的信噪比，证明了光子带隙光纤谐振腔在反射式结构下的信噪比更高。而对于 RFOG 而言，背向散射噪声是陀螺系统中主要的噪声之一[8]，背向散射光的干扰分为两类，一类为背向散射光的强度项，另一类则为背向散射光与信号光之间的干涉项。前者通过不同的调制频率克服[9]，后者则通常采用载波抑制的方法进行抑制。对背向散射噪声的研究与抑制一直是 RFOG 研究的热点。文献[10]利用谐振腔内单点反射的简化处理，推导出谐振腔背向散射输出谱线的表达式。文献[11]提出高频调制频率抑制背向散射噪声，陀螺系统的零偏稳定性达到了 0.02(°)/h。基于以上情况，本文首先建立了反射式与透射式 FRR 结构，推导出 FRR 的输出特性表达式。而后，以此为前置条件，着重分析这两种不同结构的 FRR 所构成的 RFOG 在相位调制下的输出特性，探究两种结构的信号光功率关于背向散射噪声的信噪比。

1　谐振腔特性

光纤环形谐振腔(FRR)在不同的束缚方式下表现为反射式与透射式两种结构，两者的区别在于光纤耦合器耦合的区域不同，反射式 FRR 只含有一个光纤耦合器，由一根波导与环形谐振腔构成，而透射式 FRR 则包含两个光纤耦合器，由两根波导与环形谐振腔构成。

1.1　反射式 FRR

图 1 给出了反射式 FRR 结构示意图，光从耦合器 DC 的端口 1 输入，一部分光直通耦合输出到端口 2，另一部分光交叉耦合进入端口 4 并通过 FRR 传输至端口 3，该部分光的一部分交叉耦合输出至端口 2，另一部分光重新进入端口 4，形成闭合光路。端口 2 输出的光相干叠加形成输出光场。

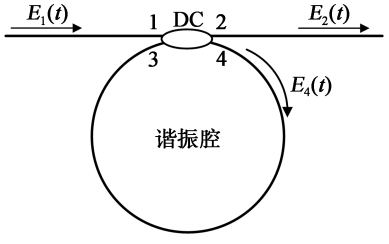


图 1　反射式 FRR 结构示意图

设端口 1 的输入光场表示为

$$E_1(t)=E_0\cdot e^{j(\omega_0 t+\varphi_0)} \tag{1}$$

其中，E_0，ω_0 和 φ_0 分别为初始光场的幅度、角频率和初始相位。利用多次干涉叠加法，端口 2 和端口 4 的输出表达式分别为

$$E_2(t)=E_0 e^{j(\omega_0 t+\varphi_0)}\sqrt{\alpha_c(1-K_c)}+E_0 e^{j(\omega_0 t+\varphi_0)}\alpha_c K_c e^{-j\omega_0\tau+j\pi}\cdot\{1+\sqrt{\alpha_c\Delta(1-K_c)}e^{-j\omega_0\tau}+(\sqrt{\alpha_c\Delta(1-K_c)})^2 e^{-j2\omega_0\tau}+\cdots\}=$$
$$E_0 e^{j(\omega_0 t+\varphi_0)}\sqrt{\alpha_c(1-K_c)}+\frac{E_0 e^{j(\omega_0 t+\varphi_0)}\cdot\sqrt{\Delta}\alpha_c K_c e^{-j\omega_0\tau+j\pi}}{1-\sqrt{\alpha_c\Delta(1-K_c)}e^{-j\omega_0\tau}}=$$
$$E_0 e^{j(\omega_0 t+\varphi_0)}\left[\sqrt{\alpha_c(1-K_c)}-\frac{\sqrt{\Delta}\alpha_c K_c e^{-j\omega_0\tau}}{1-\sqrt{\alpha_c\Delta(1-K_c)}e^{-j\omega_0\tau}}\right] \tag{2}$$

$$E_4(t)=E_0\sqrt{\alpha_c K_c}e^{j\left(\omega_0 t+\varphi_0+\frac{\pi}{2}\right)}\{1+\sqrt{\alpha_c\Delta(1-K_c)}e^{-j\omega_0\tau}+(\sqrt{\alpha_c\Delta(1-K_c)})^2 e^{-j2\omega_0\tau}+\cdots\}=\frac{jE_0\sqrt{\alpha_c K_c}e^{j(\omega_0 t+\varphi_0)}}{1-\sqrt{\alpha_c\Delta(1-K_c)}e^{-j\omega_0\tau}} \tag{3}$$

其中，K_c 为耦合器的耦合系数，α_c 为 1 减去耦合器的插入损耗值，Δ 为 1 减去腔内损耗值，τ 表示光在环形腔内传输一周所需的渡越时间，$\tau=Ln_1/c$，L 表示环形谐振腔的总长度，n_1 为光波导的折射率，c 为真空中的光速。

1.2　透射式 FRR

图 2 给出了透射式 FRR 结构示意图，光从 DC1 的端口 1 输入，通过 DC1 的端口 4 耦合进入 FRR，光一直在 FRR 内绕行传输，每一次绕行都会从 DC2 的端口 1 耦合输出。这些光相干叠加形成输出光场。设两耦合器参数一致且所有参数与 1.1 节的一致。

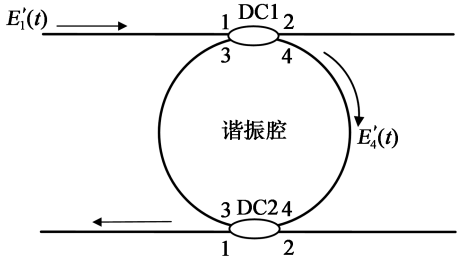


图 2　透射式 FRR 结构示意图

令 $E'_1(t)=E_1(t)=E_0\cdot e^{j(\omega_0 t+\varphi_0)}$，则

$$E'_4(t)=E_0\sqrt{\alpha_c K_c}e^{j\left(\omega_0 t+\varphi_0+\frac{\pi}{2}\right)}\{1+\sqrt{\Delta}\alpha_c(1-K_c)\cdot e^{-j\omega_0\tau}+(\sqrt{\Delta}\alpha_c(1-K_c))^2 e^{-j2\omega_0\tau}+\cdots\}=\frac{jE_0\sqrt{\alpha_c K_c}e^{j(\omega_0\tau+\varphi_0)}}{1-\sqrt{\Delta}\alpha_c(1-K_c)e^{-j\omega_0\tau}} \tag{4}$$

对上述两种结构，忽略入射光场的初始相位

φ_0，并假设 $K_c=1-\alpha_c\Delta$，则当 $\omega_0\tau=2\pi N$，$N=1$，2，3，… 时，有

$$\begin{cases} E_2(t)=0 \\ E_4(t)=\mathrm{j}E_0\sqrt{\dfrac{\alpha_c}{K_c}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t} \\ E'_4(t)=\dfrac{\mathrm{j}E_0\sqrt{\alpha_c K_c}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t}}{1-\sqrt{\Delta}\alpha_c(1-K_c)} \end{cases} \tag{5}$$

也即理论上讲，不考虑各种噪声与误差的影响，当 FRR 在最佳工作状态下，且光源的中心频率与 FRR 的谐振频率相等时，光会完全被局限在 FRR 内而不会输出到腔外。$E_4(t)$与 $E'_4(t)$则是随时间变化的复函数。

2 两种结构 RFOG 的信噪比

2.1 反射式 FRR 构成的 RFOG

首先推导反射式束缚结构 FRR 所构成的相位调制 RFOG 的信噪比。图 3 给出了一种典型的数字三角波相位调制 RFOG 的示意图，激光器射出的光束被 Y 波导分为两束光分别进入相位调制器 PM1 和 PM2，两者由不同频率的数字三角波驱动，频率分别为 p 和 q，两者均为随时间在幅值 1 和 −1 之间周期变化的函数。通过 PM1 和 PM2 后，三角波上升和下降半周期所对应的光源频率偏移分别为 f_1，$-f_1$ 和 f_2，$-f_2$。忽略两个相位调制器的残余载波强度。之后两路光波通过耦合器 C3 分别沿顺时针和逆时针方向进入 FRR，最终离开 FRR 后分别通过光纤环形器 C1 与 C2 输出到光电探测器 D1 与 D2，其中 D1 输出的信号经过同步解调后作为陀螺信号输出，而 D2 输出的信号经过同步解调后作为跟踪谐振点的依据，通过反馈回路 FBC 将反馈信号加在 PZT 压电陶瓷上，进而通过调节 FRR 的腔长实现谐振频率点的锁定。

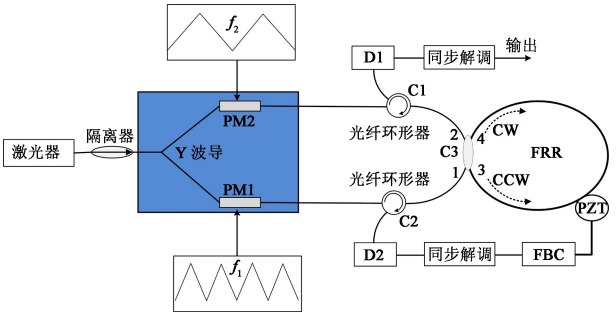


图 3 反射式 FRR 构成调相 RFOG 示意图

为探究关于背向散射噪声的信噪比，分析到达 D1 的信号量，包括经 PM1 调制的 CW 方向的信号项 $E_{cw}(f_0+pf_1)$ 与载波项 $\sqrt{s}E_{cw}(f_0)$，以及经 PM2 调制的 CCW 方向的信号光的背向散射项 $\sqrt{\alpha}E_{ccw}(f_0+qf_2)$ 与载波的背向散射项 $\sqrt{\alpha s}E_{ccw}(f_0)$。则 D1 处信号光强的表达式为

$$I_{D1}=|E_{cw}(f_0+pf_1)+\sqrt{s}E_{cw}(f_0)+\sqrt{\alpha}[E_{ccw}(f_0+qf_2)+\sqrt{s}E_{ccw}(f_0)]|^2 \tag{6}$$

其中，s 为载波抑制比，其值远小于 1，α 为 FRR 的背向散射系数，它与光纤长度和光波导的数值孔径成正比[12]。其中，

$$E_{cw}(f_0+pf_1)=E_2(f_0+pf_1)=E_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(f_0+pf_1)t}\cdot\left[\sqrt{\alpha_c(1-K_c)}-\frac{\sqrt{\alpha_c^2K_c^2\Delta}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(f_0+pf_1)\tau}}{1-\sqrt{\alpha_c\Delta(1-K_c)}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(f_0+pf_1)\tau}}\right] \tag{7}$$

$$\sqrt{s}E_{cw}(f_0)=\sqrt{s}E_2(f_0)=0 \tag{8}$$

$$\sqrt{\alpha}E_{ccw}(f_0+qf_2)=\sqrt{\alpha}E_4(f_0+qf_2)\sqrt{K_c}E^R\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_1(t)}=\frac{E_0\sqrt{\alpha_c\alpha}K_cE^R}{1-\sqrt{\alpha_c\Delta(1-K_c)}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(f_0+qf_2)\tau}}\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(f_0+qf_2)t+\mathrm{j}\varphi_1(t)+\mathrm{j}\frac{\pi}{2}} \tag{9}$$

$$\sqrt{\alpha s}E_{ccw}(f_0)=\sqrt{\alpha s}E_4(f_0)\sqrt{K_c}E^R\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_2(t)}=\frac{E_0\sqrt{\alpha_c\alpha s}K_cE^R}{1-\sqrt{\alpha_c\Delta(1-K_c)}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_0\tau}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_0t+\mathrm{j}\varphi_2(t)+\mathrm{j}\frac{\pi}{2}} \tag{10}$$

CCW 的背向散射光不受 CW 方向光的影响，可视为瑞利散射，E^R 为其幅值，服从瑞利分布，$\varphi(t)$为其相位，服从均匀分布。

从 D1 输出的信号进入同步解调阶段，CW 方向的信号光项、CCW 方向的背向散射项以及两者乘积的所有拍频项都会被滤波器滤除，故陀螺的最终输出功率表达式为

$$P_{out}=|E_2(f_0+pf_1)|^2+K_c\alpha|E_4(f_0+qf_2)|^2|E^R\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_1(t)}|^2+K_c\alpha s|E_4(f_0)|^2\cdot|E^R\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_2(t)}|^2 \tag{11}$$

式中，第一项为陀螺输出的 CW 方向信号项，第二项为 CCW 方向信号光的背向散射项，第三项则为 CCW 方向载波的背向散射噪声。

陀螺输出的 CW 方向信号项平均功率为

$$P_s=|E_2(f_0+pf_1)|^2=E_0^2\left|\left[\sqrt{\alpha_c(1-K_c)}-\frac{\sqrt{\alpha_c^2K_c^2\Delta}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(f_0+pf_1)\tau}}{1-\sqrt{\alpha_c\Delta(1-K_c)}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(f_0+pf_1)\tau}}\right]\right|^2=$$

$$\alpha_c(1-K_c)E_0^2\left|\frac{1-e^{-j2\pi(f_0+pf_1)\tau}}{1-(1-K_c)e^{-j2\pi(f_0+pf_1)\tau}}\right|^2=\frac{4\alpha_c(1-K_c)E_0^2\sin^2[\pi(f_0+pf_1)\tau]}{K_c^2+4(1-K_c)\sin^2[\pi(f_0+pf_1)\tau]}=\frac{\alpha_c E_0^2}{2} \tag{12}$$

式中，$\sin^2[\pi(f_0+pf_1)\tau]$ 项需要做以下处理：因为 CW 方向信号输出的工作点在谐振曲线的最大斜率处，也即工作点的频率为 $f_0\pm\Delta\nu_R/2$，也即要求 $f_1=\Delta\nu_R/2$，其中 $\Delta\nu_R=\Delta\nu_F/F_e$，称为谐振腔本征谱线宽度，又称半高全宽，$\Delta\nu_F=1/\tau$ 为自由光谱宽度，F_e 为 FRR 的有效精细度，本文可计算出 $F_e=\pi\sqrt{1-K_c}/K_c$[13]。所以 $\pi(f_0+qf_1)\tau=N\pi\pm K_c/2\sqrt{1-K_c}$，则有 $\sin^2[\pi(f_0+pf_1)\tau]\approx K_c^2/4(1-K_c)$。由于 CCW 方向的工作点也可近似视为在谐振曲线的最大斜率处，则可对 $\sin^2[\pi(f_0+qf_2)\tau]$ 做类似处理，下文不再额外阐述。

对 CCW 方向信号光的背向散射项，计算其功率：

$$P_{n1}=K_c\alpha\,|\,E_4(f_0+qf_2)\,|^2\,|\,E^R e^{j\varphi_1(t)}\,|^2=K_c\alpha\,|\,E_0E^R\,|^2\left|\frac{\sqrt{\alpha_c K_c}\,e^{j2\pi(f_0+qf_2)t}}{1-\sqrt{\alpha_c\Delta(1-K_c)}\,e^{-j2\pi(f_0+qf_2)\tau}}\right|^2=\frac{\alpha\alpha_c K_c^2\,|\,E_0E^R\,|^2}{K_c^2+4(1-K_c)\sin^2[\pi(f_0+qf_2)\tau]}=\frac{\alpha\alpha_c\,|\,E_0E^R\,|^2}{2} \tag{13}$$

对 CCW 方向载波的背向散射项，计算其功率：

$$P_{n2}=K_c\alpha s\,|\,E_4(f_0)\,|^2\,|\,E^R e^{j\varphi_2(t)}\,|^2=K_c\alpha s\,|\,E_0E^R\,|^2\frac{\alpha_c}{K_c}=\alpha\alpha_c s\,|\,E_0E^R\,|^2 \tag{14}$$

由以上公式可知，对载波的抑制只能有效降低 CCW 方向载波的背向散射项，而对 CCW 方向信号光的背向散射项并无抑制效果。由于载波抑制比远小于 1，故忽略 P_{n2} 项，则反射式束缚结构 FRR 所构成的相位调制 RFOG 的输出信号量与背向散射噪声量的信噪比为

$$SNR_1=\frac{P_s}{P_{n1}}=\frac{\alpha_c E_0^2/2}{\alpha\alpha_c\,|\,E_0E^R\,|^2/2}=\frac{1}{\alpha(E^R)^2} \tag{15}$$

2.2　透射式 FRR 构成的 RFOG

推导透射式束缚结构 FRR 所构成的相位调制 RFOG 的信噪比公式。在不做额外说明的情况下，下文所有参量含义与上文一致。图 4 给出了透射式束缚结构 FRR 所构成的相位调制 RFOG 的示意图。

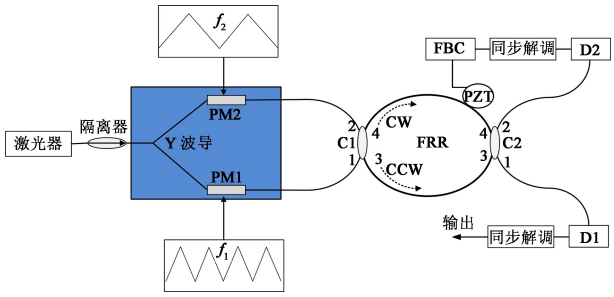


图 4　透射式 FRR 构成调相 RFOG 示意图

其工作流程与 2.1 节类似，不做额外叙述。D1 处光强表达式可表示为

$$I'_{D1}=|\,E'_{cw}(f_0+pf_1)+\sqrt{s}E'_{cw}(f_0)+\sqrt{\alpha}\cdot[E'_{ccw}(f_0+qf_2)+\sqrt{s}E'_{ccw}(f_0)]\,|^2 \tag{16}$$

上式中各项的表达式分别为

$$E'_{cw}(f_0+pf_1)=j\sqrt{K_c}E'_4(f_0+pf_1)=-\frac{\sqrt{\alpha_c}K_cE_0e^{j2\pi(f_0+pf_1)t}}{1-\sqrt{\Delta}\alpha_c(1-K_c)e^{-j2\pi(f_0+pf_1)\tau}} \tag{17}$$

$$\sqrt{s}E'_{cw}(f_0)=j\sqrt{K_cs}E'_4(f_0)=-\frac{\sqrt{s\alpha_c}K_cE_0e^{j2\pi f_0t}}{1-\sqrt{\Delta}\alpha_c(1-K_c)e^{-j2\pi f_0\tau}} \tag{18}$$

$$\sqrt{\alpha}E'_{ccw}(f_0+qf_2)=\sqrt{\alpha K_c}jE'_4(f_0+qf_2)E^Re^{j\varphi_1t}=-\frac{E_0\sqrt{\alpha_c\alpha}K_cE^R}{1-\sqrt{\Delta}\alpha_c(1-K_c)e^{-j2\pi(f_0+qf_2)\tau}}e^{j2\pi(f_0+qf_2)t+j\varphi_1(t)} \tag{19}$$

$$\sqrt{\alpha s}E'_{ccw}(f_0)=\sqrt{\alpha sK_c}jE'_4(f_0)E^Re^{j\varphi_2(t)}=-\frac{E_0\sqrt{\alpha_c\alpha s}K_cE^R}{1-\sqrt{\Delta}\alpha_c(1-K_c)e^{-j2\pi f_0\tau}}e^{j2\pi f_0t+j\varphi_2(t)} \tag{20}$$

则透射式束缚结构 FRR 所构成的相位调制 RFOG 的最终输出功率表达式为

$$P'_{out}=K_c\,|\,E'_4(f_0+pf_1)\,|^2+K_cs\,|\,E'_4(f_0)\,|^2+K_c\alpha\,|\,E'_4(f_0+qf_2)\,|^2\,|\,E^Re^{j\varphi_1(t)}\,|^2+K_c\alpha s\,|\,E'_4(f_0)\,|^2\,|\,E^Re^{j\varphi_2(t)}\,|^2 \tag{21}$$

式中第一项为陀螺输出 CW 方向的信号项，第二项为 CW 方向的载波项，第三项为 CCW 方向信号光的背向散射项，第四项则为 CCW 方向载波的背向散射噪声。

对透射式结构下的 RFOG 输出的信号光，计算其平均功率：

$$P'_{s}=K_{c}\mid E'_{4}(f_{0}+pf_{1})\mid^{2}=\frac{\alpha_{c}K_{c}^{2}E_{0}^{2}}{\mid 1-\sqrt{\Delta}\alpha_{c}(1-K_{c})\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(f_{0}+pf_{1})\tau}\mid^{2}}=$$

$$\frac{\alpha_{c}K_{c}^{2}E_{0}^{2}}{1+\Delta\alpha_{c}^{2}(1-K_{c})^{2}-2\sqrt{\Delta}\alpha_{c}(1-K_{c})\cos[2\pi(f_{0}+pf_{1})\tau]}=\frac{\alpha_{c}K_{c}^{2}E_{0}^{2}}{[1-\sqrt{\Delta}\alpha_{c}(1-K_{c})]^{2}+\sqrt{\Delta}\alpha_{c}K_{c}^{2}} \tag{22}$$

透射式结构下的 RFOG 输出 CW 方向载波项的功率为

$$P_{z}=K_{c}s\mid E_{4}(f_{0})\mid^{2}=\frac{s\alpha_{c}K_{c}^{2}E_{0}^{2}}{[1-\sqrt{\Delta}\alpha_{c}(1-K_{c})]^{2}} \tag{23}$$

透射式结构下的 RFOG 的 CCW 方向信号光的背向散射项的功率为

$$P'_{n1}=K_{c}\alpha\mid E_{4}(f_{0}+qf_{2})\mid^{2}\mid E^{R}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_{1}(t)}\mid^{2}=\frac{\alpha\alpha_{c}K_{c}^{2}\mid E_{0}E^{R}\mid^{2}}{[1-\sqrt{\Delta}\alpha_{c}(1-K_{c})]^{2}+\sqrt{\Delta}\alpha_{c}K_{c}^{2}} \tag{24}$$

透射式结构下的 RFOG 的 CCW 方向载波的背向散射项的功率为

$$P'_{n2}=K_{c}\alpha s\mid E_{4}(f_{0})\mid^{2}\mid E^{R}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_{2}(t)}\mid^{2}=\frac{\alpha s\alpha_{c}K_{c}^{2}\mid E_{0}E^{R}\mid^{2}}{[1-\sqrt{\Delta}\alpha_{c}(1-K_{c})]^{2}} \tag{25}$$

则透射式束缚结构 FRR 所构成的相位调制 RFOG 的输出信号量与背向散射噪声量的信噪比(SNR)仍为

$$SNR_{1}=SNR_{2}=\frac{P'_{s}}{P'_{n1}}=\frac{1}{\alpha(E^{R})^{2}} \tag{26}$$

由以上推导可知,反射式束缚结构 FRR 所构成的相位调制 RFOG 与透射式结构关于背向散射噪声的信噪比是相同的。它与瑞利分布幅值的平方与背向散射系数的乘积成反比。

3 计算与仿真

由于背向散射噪声的幅值分布 E^{R} 的计算比较复杂,为简化计算,本文做最差假设,假设探测器在其频带接收到噪声幅值 E^{R} 均为 1,则上述的信噪比公式可写为

$$SNR'_{1}=SNR'_{2}=\frac{1}{\alpha} \tag{27}$$

也即信噪比公式简化为背向散射系数 α 的倒数,经验值为 0.002 3,则两者的信噪比可以计算为 26.38 dB。

以经验值为条件,对第 2 节推导的反射式与透射式 FRR 构成的 RFOG 的各项输出表达式,若假设激光器的输入光功率为 1 mW,α_{c} 为 0.95,Δ 为 0.99,K_{c} 为 0.06,则有表 1。

表 1 反射式与透射式 RFOG 输出指标对比

FRR 束缚类型	反射式	透射式
P_{s}/W	4.75×10^{-4}	1.59×10^{-5}
P_{n}/W	1.09×10^{-6}	3.66×10^{-8}
SNR/dB	26.38	26.38

可以看出,虽然反射式 FRR 构成的 RFOG 输出信号光功率和背向散射噪声功率均大于透射式 FRR 构成的 RFOG,但是两者信噪比相同,也即对于陀螺输出而言,两者的检测性能指标是相同的。

事实上,对于背向散射系数 α,由文献[10],其可以表示为

$$\alpha=(1-10^{\frac{-\alpha_{L}\cdot L}{10}})\times S \tag{28}$$

式中,α_{L} 为单位长度光波导的传输损耗,S 为捕捉系数,描述了被光波导捕捉到并在光波导中形成反向传输的散射光束。S 和光波导的数值孔径有关,表示为 $S=(d_{NA}/n_{1})^{2}\cdot 1/p$,一般单模光纤结构中 p 为 4.55,则对信噪比公式整理可得

$$SNR'=\frac{p}{\left(\frac{d_{NA}}{n_{1}}\right)^{2}(1-10^{\frac{-\alpha_{L}\cdot L}{10}})} \tag{29}$$

对上式中 n_{1} 取值为 1.46,d_{NA} 取典型值为 0.125,α_{L} 取值为 5×10^{-4} dB/m,则可得出信噪比随 FRR 的腔长 L 变化的规律,如图 5 所示。

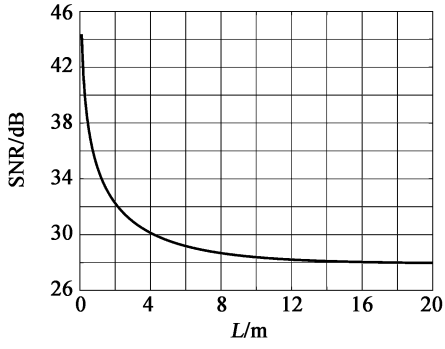


图 5 SNR 曲线仿真示意图

由图 5 可知,相位调制 RFOG 输出信号光功率与背向散射噪声功率的信噪比是随着腔长的增大而减小的,且在腔长大于 4 m 后信噪比下降速度就变得比较缓慢。虽然信噪比与腔长之间呈现简单的负

相关，但由文献[13]可知，腔长的变化还会影响到 RFOG 的灵敏度。因此，选择合适的腔长十分重要。

4　结论

背向散射噪声是 RFOG 中主要的光噪声之一，本文通过对反射式和透射式束缚结构 FRR 所构成的相位调制 RFOG 建立模型，对两种结构 RFOG 在谐振曲线的斜率最大处也即工作点，进行了信号光功率与背向散射噪声功率的信噪比分析，结果证明二者的信噪比表达式是相同的，与瑞利分布幅值的平方与背向散射系数的乘积成反比。并通过仿真发现，信噪比与 FRR 的腔长为负相关，选择合适的 FRR 腔长十分必要。这为高精度 RFOG 的研制提供了新的理论参考。

参考文献：

[1] Hotate K, Harumoto M. Resonator fiber optic gyro using digital serrodyne modulation[J]. J. of Lightwave Technol., 1997, 15(3): 466-473.

[2] 鲍慧强，毛　慧，马慧莲，等. 谐振式微型光学陀螺锁频精度分析[J]. 浙江大学学报(工学版)，2010，44(1)：94-98，135.
Bao Huiqiang, Mao Hui, Ma Huilian, et al. Precision analysis of frequency lock-in technique in resonator micro optic gyroscope[J]. J. of Zhejiang University (Engin. Science), 2010, 44(1): 94-98, 135.

[3] Shupe D M. Fiber resonator gyroscope: sensitivity and thermal nonreciprocity[J]. Appl. Opt., 1981, 20(2): 286-289.

[4] Sanders S J, Strandjord L K, Mead D. Fiber optic gyro technology trends—a Honeywell perspective[C]// Proc. of 2002 15th Optical Fiber Sensors Conference Technical Digest, IEEE, 2002.

[5] Ma Huilian, Zhang Jianjie, Wang Linlan, et al. Development and evaluation of optical passive resonant gyroscopes[J]. J. of Lightwave Technol., 2017, 35(16): 3546-3554.

[6] 焦新泉. 谐振式光学陀螺的关键技术研究[D]. 北京：北京理工大学，2016.
Jiao Xinquan. Research on the key technology of resonant optical gyroscope[D]. Beijing: Beijing Institute of Technol., 2016.

[7] 冯丽爽，焦洪臣，姜　辉，等. 谐振式光子带隙光纤陀螺谐振腔方案设计[J]. 上海航天，2016，33(5)：84-88.
Feng Lishuang, Jiao Hongchen, Jiang Hui, et al. Design of resonant cavity for resonant photonic band gap giber optic gyro [J]. Shanghai Aerospace, 2016, 33(5): 84-88.

[8] Iwatsuki K, Hotate K, Higashiguchi M. Effect of Rayleigh backscattering in an optical passive ring-resonator gyro[J]. Appl. Opt., 1984, 23(21): 3916-3924.

[9] 张旭琳，马慧莲，丁　纯，等. 谐振式光纤陀螺调相检测分析[J]. 中国激光，2005，32(11)：1529-1533.
Zhang Xulin, Ma Huilian, Ding Chun, et al. Analysis on phase modulation spectroscopy of resonator fiber optic gyro [J]. Chinese J. of Lasers, 2005, 32(11): 1529-1533.

[10] 马慧莲，鲍慧强，金仲和. 二氧化硅光波导环形谐振腔的背向散射特性[J]. 中国激光，2010，37(1)：105-109.
Ma Huilian, Bao Huiqiang, Jin Zhonghe. Backscattering characteristics of silicon dioxide optical waveguide ring cavity [J]. Chinese J. of Lasers, 2010, 37(1): 105-109.

[11] Sanders G A, Strandjord L K, Williams W, et al. Improvements to signal processing and component minaturization of compact resonator fiber optic gyroscopes [C]// Proc. of 2018 DGON Inertial Sensors and Systems (ISS), 2018.

[12] 张桂才. 光纤陀螺原理与技术[M]. 北京：国防工业出版社，2010.
Zhang Guicai. Principle and Technology of Fiber Optic Gyroscope[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2010.

[13] 蒋治国，胡宗福. 谐振型光纤陀螺的灵敏度分析[J]. 中国激光，2017，44(7)：706001-1.
Jiang Zhiguo, Hu Zhongfu. Sensitivity analysis of resonant fiber optic gyroscope[J]. Chinese J. of Lasers, 2017, 44(7): 706001-1.

作者简介：

韩松延(1996—)，男，河南泌阳人，硕士研究生，主要研究方向为光纤陀螺信号处理；

胡宗福(1959—)，男，安徽巢湖人，博士生，教授，主要研究方向为光纤通信、光纤传感与信号处理。