光电器件

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2021020302

真空荧光显示器阴极灯丝的可靠性设计分析

张建平[1*]，陈　栋[2]，胡　军[3]，宋昕一[1]，罗其波[1]，毛银杰[1]

（1. 上海理工大学 机械工程学院，上海 200093；2. 上海电力大学 能源与机械工程学院，上海 200090；
3. 浙江嘉瑞机械有限公司，浙江 武义 321200）

摘　要： 为了确保真空荧光显示器（Vacuum Fluorescent Display，VFD）阴极灯丝发射电子的稳定性，建立了灯丝变形问题的简化模型，推导了在冲击载荷作用下挠度和最大应力的解析公式，通过与有限元计算结果对比证实了解析解的可靠性，并提出了灯丝关于结构参数可靠性设计的判据。结果表明：解析解准确地描述了不同冲击载荷下VFD阴极灯丝的变形问题；最大挠度与最大应力发生在冲击载荷和VFD灯丝中点重合的位置，两者均随着灯丝加长或变细而增大，且直径对这一增大幅度的影响更明显；VFD灯丝关于长度和直径的设计判据精准高效、简单可行。研究结果可为真空荧光显示器灯丝的可靠性设计给予定性支持，并为改进灯丝性能提供结构参数优化设计的定量依据。

关键词： 真空荧光显示器；阴极灯丝；解析解；变形特性；可靠性设计

中图分类号： TN873　**文章编号：** 1001－5868(2021)06－0809－05

Reliability Design and Analysis of Cathode Filament for Vacuum Fluorescent Display

ZHANG Jianping[1], CHEN Dong[2], HU Jun[3], SONG Xinyi[1], LUO Qibo[1], MAO Yinjie[1]

(1. School of Mechanical Engin., University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, CHN;
2. College of Energy and Mechanical Engin., Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, CHN;
3. Zhejiang Jiarui Machinery Co. Ltd., Wuyi 321200, CHN)

Abstract: In order to ensure the stability of electron emission from cathode filament of vacuum fluorescent display (VFD), the simplified model of filament deformation was established, the analytical formulas of deflection and maximum stress under an impact load were deduced, and the reliability of the analytical solution was verified by comparing with the finite element results. The criterion of structural parameter design was proposed. The results show that the analytical formula accurately describes the mechanical properties of VFD cathode filament under different impact loads. The maximum deflection and the maximum stress occur at the position where the impact load and the midpoint of VFD filament coincide, both of them increase with the filament lengthening or thinning, and the diameter has more obvious effect on their increase. The design criterion related to length and diameter of VFD filament is accurate, efficient, simple and feasible. The research results can offer qualitative support to the reliability design of VFD filament, and provide quantitative basis for the optimization design of structural parameters to improve its performance.

Key words: vacuum fluorescent display; cathode filament; analytical solution; deformation characteristics; reliability design

收稿日期：2021－02－03.

基金项目：国家自然科学基金项目(12172228，11572187).

* **通信作者：**张建平

0 引言

近年来，发光器件得到了快速发展，真空荧光显示器(Vacuum Fluorescent Display，VFD)以其寿命长、可靠性高、响应灵敏、体积重量小等特点，广泛应用于通信设备、家用电器及汽车制造等多个领域[1-2]。在VFD的运输、工作等过程中，灯丝可能因遭受外部冲击的影响而发生振动，致使其可能会碰撞到上方的玻片或下方的栅网，出现灯丝涂覆物脱落的情况，从而影响其显示效果。因此，VFD关于灯丝的可靠性设计尤为重要。

近年来，国内外研究人员对VFD展开的研究并不多见。李定珍等[3]检测了VFD显示图像的多种缺陷，获得了更好的VFD图像效果。Yamaguchi[4]通过多个薄膜细丝形成热离子源提高了放射电子的强度，并由此设计了基于VFD的字符显像管。郭兴业[5]设计了基于ALTERA公司复杂可编程逻辑器件芯片的VFD控制器。孙喜莲等[6]研究了不同厚度的铬膜对VFD银膜的光学性质及其附着力的影响。Zhang等[7]基于三参数Weibull右逼近法建立了两个寿命预测模型，实现了VFD寿命的快速预测。

在研究灯丝力学性能时，可将其简化为简支梁问题。国内外的研究学者通常以悬臂梁法和叠加法为主，并借助有限元法进行数值求解。苑学众等[8]和许小军等[9]均利用悬臂梁法将复杂的简支梁问题等效成较为简单的悬臂梁问题，计算出了载荷作用下简支梁的最大挠度。赵宏超等[10]将次镜支撑结构简化为由质点和简支梁组成的简化模型，提出了用预紧的八翼梁结构取代四翼梁结构的方法。Kloda等[11]实验验证了一端受弹簧运动激励的简支梁非线性模型，发现环境条件对阻尼和固有频率影响较大。Arefi等[12]提出了一种用于三层弯曲的简支纳米管弯曲分析的解决方案。Hashemian等[13]研究了Timoshenko，Euler Bernoulli和高阶梁理论对纳米管的弯曲屈曲行为，发现材料刚度随着小尺度参数的增加而降低，但长尺度参数增加则使材料结构变硬。Samsonov等[14]通过特征值序列分析了受载简支梁的特征函数的极限性质。Schaefer等[15]基于泊松效应提出了一种从应变测量中监测梁形状的新方法。Sobhy等[16]根据一种新的剪切和法向变形梁理论，利用修正的偶应力理论研究了粘弹性地基上粘弹性纳米简支梁的弯曲问题。姚敏等[17]设计了一种全绝缘材料多简支梁结构的光纤Bragg光栅振动传感器，因其良好的绝缘性和稳定性，可应用于高电压、强电磁场等环境。Jiang等[18]根据最小势能原理导出了钢轨变形与简支梁状态变化关系的解析表达式。陈超等[19]分析了如何利用变截面简支梁实现光纤光栅中心波长的线性无啁啾调谐，给出了梁截面所满足的条件及其设计方案。

综上所述，关于VFD阴极灯丝的可靠性分析未见相关报道，尤其是在如何避免阴极灯丝碰撞而导致灯丝涂覆层剥落方面。因此，本文分析了受到外界载荷冲击时VFD灯丝挠度与应力的变化情况，得到了不同载荷作用位置下灯丝最大挠度与最大应力的解析解，与ANSYS模拟结果进行对比分析，并考察了长度和直径对它们的影响，为阴极灯丝的可靠性设计提供参考。

1 灯丝挠度与最大应力的解析解

1.1 灯丝参数

典型的VFD是三极结构，与灯丝方向垂直的截面如图1所示，直热式阴极、网状栅极和表面涂有荧光粉的阳极是其主要零部件，密封于扁平长方体的真空玻璃容器内。在工作过程中，阳、栅极正电位吸引阴极发射的电子，形成电子流，穿过栅网，轰击阳极表面的荧光粉而发光。

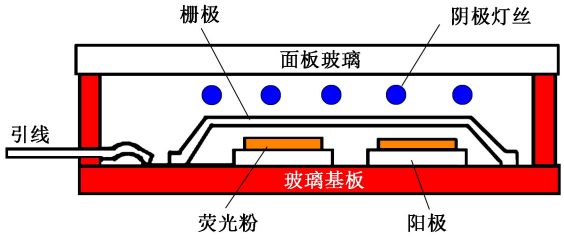


图1 VFD结构示意图

本文以型号为40-0615FN的VFD为例对灯丝展开研究，阴极灯丝由附着发射电子涂覆层的钨丝材料制作而成，安装在固定灯丝支架与弹簧支架之间。灯丝的具体参数如下：密度 $\rho=19.3\times10^3\ \mathrm{kg/m^3}$，弹性模量 $E=35\ \mathrm{GPa}$，长度 $l=38.6\ \mathrm{mm}$，横截面直径 $d=25\ \mu\mathrm{m}$。

1.2 灯丝转角与挠度

图2为 A、B 两端简支灯丝受集中载荷作用的简化模型，载荷 F 作用点为 C，灯丝总长度为 l，灯丝任一点转角为 θ，挠度为 w。

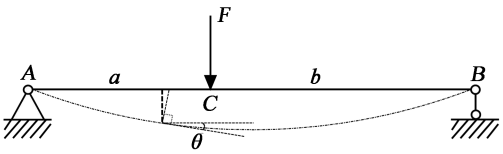


图 2　集中载荷作用下的简支灯丝

设 x 为灯丝上任意一点到其左端点 A 的距离，则灯丝的近似微分方程为

$$\frac{\mathrm{d}^2w}{\mathrm{d}x^2}=\frac{M}{EI} \tag{1}$$

式中，M 为弯矩，单位为 N·m；I 为惯性矩，单位为 m^4。利用积分法对式(1)进行求解，并结合两端简支的边界条件可得到灯丝挠度：

$$w_{AC}(x)=-\frac{Fbx}{6EIl}(l^2-x^2-b^2)\quad(0\leqslant x\leqslant a) \tag{2}$$

$$w_{CB}(x)=-\frac{Fb}{6EIl}\left[\frac{l}{b}(x-a)^3+(l^2-b^2)x-x^3\right]\quad(a\leqslant x\leqslant l) \tag{3}$$

图 2 中的 C 截面转角可写为

$$\theta_C=\frac{Fab}{3EIl}(a-b) \tag{4}$$

如果 $a<b$，从截面 C 到截面 B，转角 θ_C 由正变负，对光滑连续的挠曲线，$\theta_C=0$ 的截面必然在较长分段 BC 内，可推导得 $x_0=l-\sqrt{\frac{l^2-a^2}{3}}$ 时的挠度最大，将 $x=x_0$ 代入式(2)或式(3)可得到：

$$w_{\max}=w_{x=x_0}=-\frac{Fb}{6EIl}\left[\frac{l}{b}(x_0-a)^3+(l^2-b^2)x_0-x_0^3\right] \tag{5}$$

当载荷施加于灯丝跨度中点时，即在 $x_0=l/2$ 处挠度达到最大值，则由式(5)可得：

$$w_{\max}=w_{x=l/2}=-\frac{Fl^3}{48EI} \tag{6}$$

1.3　动载荷的计算

由于弹性件在受冲击时的应力与位移分布相对复杂，很难精确地计算出所受冲击载荷及其引发的应力与位移，所以为了简化计算，在分析过程中，以如下条件为前提：

(1)将灰尘假定为刚体，即当灰尘冲击到灯丝时忽略其形变，从灰尘开始冲击灯丝到其产生最大位移时，灰尘与灯丝一起运动，而不发生回弹；

(2)忽略被冲击灯丝的质量，认为灰尘冲击引起的灯丝应力和位移在冲击瞬间遍及灯丝，且灯丝仍处在弹性范围以内；

(3)冲击过程中没有其他形式的能量转换，机械能守恒定律仍成立，认为灰尘的势能全部转换成为灯丝的弹性势能；

(4)假定灯丝上方有一灰尘垂直自由落下并撞击到灯丝上，下落高度 $h=20$ mm 且重力 $F=1\times10^{-7}$ N。

根据上述假定并结合材料力学中动载荷的理论，可推导得到以下动载荷 F_d 的计算公式：

$$F_\mathrm{d}=F\left(1+\sqrt{1+\frac{2hk}{F}}\right) \tag{7}$$

式中，k 为灯丝的刚度系数，可表示为

$$k=\frac{48E}{l^3}I=\frac{3\pi Ed^4}{4l^3} \tag{8}$$

将灯丝的弹性模量、直径和长度代入式(8)，并结合式(7)和假定 4 可计算灰尘对灯丝的冲击荷载，即有：$F_\mathrm{d}=1.6\times10^{-6}$ N。

1.4　动载荷作用下的最大挠度

为了避免灯丝在工作过程中，因受外部冲击而接触到上侧的玻片或下侧的栅网，在 VFD 的强度设计中需要考虑灯丝的最大挠度。

在式(5)中，将求得的 F_d 代替 F，可求出灰尘分别冲击灯丝 1/8，1/4，3/8，1/2 处时的最大冲击挠度，列于表 1。可以看出，灯丝最大冲击挠度 $w_{\max}=3.124$ mm 发生在冲击位置为 $l/2$ 处。

表 1　不同冲击位置时的最大挠度和最大应力

灯丝冲击位置	a	b	x_0	最大挠度/mm	最大应力/MPa
1/8 处	$l/8$	$7l/8$	0.016 49	0.671	4.40
1/4 处	$l/4$	$3l/4$	0.017 02	1.455	7.55
3/8 处	$3l/8$	$5l/8$	0.017 94	2.299	9.44
1/2 处	$l/2$	$l/2$	0.019 30	3.124	10.07

1.5　动载荷作用下的最大应力

实际上，VFD 阴极灯丝的强度设计至关重要，因为它直接关系到灯丝在工作过程中是否存在断裂的可靠性问题，而应力的计算和分析是灯丝强度设计的关键步骤之一。

灯丝最大应力发生在最大弯矩处，此处也是灯丝剪力发生突变的位置，最大应力计算公式为

$$\sigma_{\max}=\frac{M_{\max}}{W}=\frac{F_\mathrm{d}ab}{Wl}=\frac{32F_\mathrm{d}ab}{\pi ld^3} \tag{9}$$

其中，W 为灯丝的抗弯截面系数。

在灯丝分别受到不同位置冲击的情况下，由式(9)可计算其最大应力，结果同样列于表 1。当冲击载荷施加点位于灯丝中点时，挠度达到最大，说明此时最大应力达到峰值，将 $x=l/2$ 代入式(9)可得：

$$\sigma_{x=l/2}=\frac{8lF_{\mathrm{d}}}{\pi d^{3}} \tag{10}$$

2 仿真结果的对比分析

利用 ANSYS 软件数值模拟灯丝在不同位置受到冲击载荷后的变形，可得到灯丝分别在 1/8，1/4，3/8 和 1/2 处的挠度曲线，如图 3 所示。可以看出：灯丝最大位移均发生在冲击位置附近，且随着冲击载荷施加点从左向灯丝中点移动时逐步变大，并在中点时达到最大值。

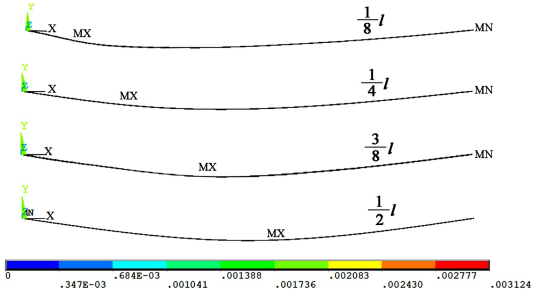


图 3 不同冲击载荷位置下的挠度曲线

表 2 给出了不同冲击位置下最大位移和最大应力的计算结果，并与表 1 中的解析解作对比，相对误差一并列于表 2。不难得知：位移和应力的最大相对误差为 0.099%，其他全部为 0，由此佐证了解析解的可靠性。

表 2 不同冲击位置时的仿真结果及其对比

灯丝冲击位置	最大挠度/mm	相对误差/%	最大应力/MPa	相对误差/%
1/8 处	0.671	0	4.40	0
1/4 处	1.455		7.55	
3/8 处	2.299		9.44	
1/2 处	3.124		10.06	0.099

3 灯丝长度与直径的影响

用 F_{d} 代替式(6)中 F，并结合式(7)、式(8)可得到不同冲击位置时的最大挠度值为

$$w_{\max}=\frac{4Fl^{3}}{3\pi Ed^{4}}\left(1+\sqrt{1+\frac{3\pi Ehd^{4}}{2Fl^{3}}}\right)=\frac{4F}{3\pi E}\left(\frac{l^{3}}{d^{4}}+\sqrt{\frac{l^{6}}{d^{8}}+\frac{3\pi Eh}{2F}\frac{l^{3}}{d^{4}}}\right) \tag{11}$$

由式(11)可知，在载荷 F、冲击高度 h 和材料弹性模量 E 一定的情形下，影响挠度最大值的因素是灯丝长度和直径。结合单一控制变量法，不难得知：灯丝最大挠度 $w_{\max}$ 随长度 l 的减小而减小，但随着直径 d 增大而减小，说明要想避免 VFD 灯丝因冲击而碰撞，必须从减小灯丝长度或增大直径入手。

灯丝在不同长度和直径下的位移和应力变化分别如图 4、图 5 所示，对比分析后可以发现：1)位移和应力曲线均关于灯丝中点对称，最大值均发生在中点位置，缩短长度或增大直径不同程度地减小了灯丝的位移、应力；2)灯丝长度缩减 6.73%使得最大位移和最大应力分别减小了 17.58%，6.71%，而灯丝直径增大 20%导致它们分别减小了 50.99%，42.12%，说明直径相对于长度对灯丝变形特性的影响更大；3)仅缩短长度和仅增加直径的位移和应力曲线均相交于 33 mm 处，说明长度缩短 2.6 mm 与直径增加 5 μm 对灯丝变形的影响效果相当，因此在优化设计灯丝力学性能时应考虑这一关系特性。

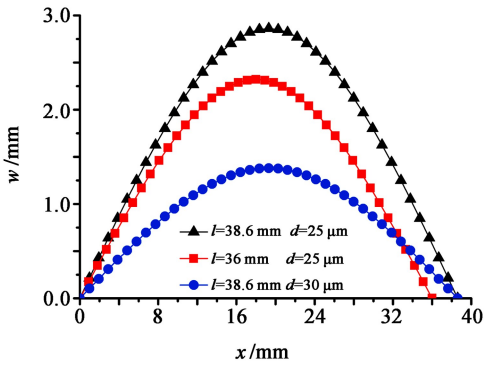


图 4 不同长度和直径下的位移

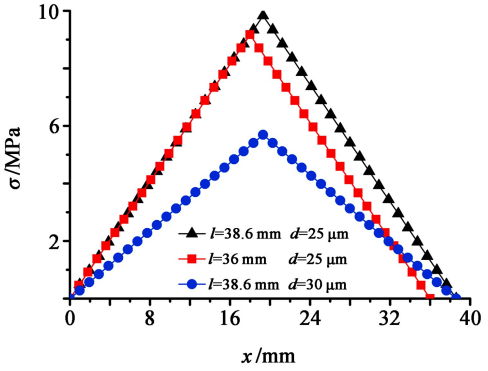


图 5 不同长度和直径下的应力

4 灯丝的设计分析

VFD 灯丝长度或直径设计不合理，会占用过多内部显示空间，浪费材料，增加不必要的生产成本。因此，在优化灯丝时，必须要考虑避免灯丝在振动过

程中触碰 VFD 其他结构，如栅网、玻片和透明导电膜，应使最大冲击挠度控制在灯丝与以上部件之间的距离范围内。

假如设定 VFD 的阴极灯丝到栅网或玻片的距离在 1 mm 以内，在给定其他参数的情形下，则由式(11)得到下式：

$$\frac{l^3}{d^4} \leqslant 2.016 \times 10^{13} \tag{12}$$

很显然，式(12)给出了 VFD 阴极灯丝可靠运行时长度与直径所满足的条件，根据长度或直径可获得另一参数的设计范围，极大地提高了灯丝结构参数的设计效率，为技术人员提供了快速且准确的设计依据。结合式(12)，若灯丝直径 30 μm$\leqslant d \leqslant$ 40 μm，则可推荐灯丝长度的范围为 25.37 mm$\leqslant l \leqslant$37.23 mm。

5　结论

本文推导了不同冲击载荷位置下 VFD 阴极灯丝最大位移和最大应力的精确解，与相应的数值仿真结果进行对比分析，得出了灯丝力学性能与长度、直径的定性与定量关系，得出结论如下：

(1)不同冲击载荷下 VFD 阴极灯丝最大位移和最大应力解析解的最大相对误差不超过 0.1%，说明得出的解析公式能精确地计算和分析灯丝的力学性能；

(2)当冲击载荷不作用于灯丝中点时，最大挠度发生在冲击位置附近，而挠度和应力的最大值仅在冲击载荷位于中点时出现在 VFD 灯丝中点处；

(3)长度的减小或直径的增大使得最大位移和最大应力降低，且长度对 VFD 灯丝的影响作用相对更小，设计者更应慎重考虑直径这一影响因素；

(4)得到了灯丝稳定运行时长度与直径的关系式，这为灯丝关于结构参数的优化设计提供了依据，以大幅提升 VFD 阴极灯丝的可靠性。

参考文献：

[1] Aronson C H, Amekura H, Sato Y. Vacuum fluorescent displays utilizing ZnO nanoparticles[J]. J. of Appl. Phys., 2011, 109(2): 024506.

[2] Tan Y S, Li R Y, Xu H, et al. Ultrastable and reversible fluorescent perovskite films used for flexible instantaneous display[J]. Adv. Functional Materials, 2019, 29(23): 1900730.

[3] 李定珍，王　萍. VFD 显示图像缺陷检测技术研究[J]. 液晶与显示，2013，28(1)：138-145.
Li D Z, Wang P. Defects detection technology of VFD display image[J]. Chinese J. of Liquid Crystals and Displays, 2013, 28(1): 138-145.

[4] Yamaguchi M. Vacuum fluorescent character display tube: Jap., JP1816585[P]. 1986-08-11.

[5] 郭兴业. 基于 CPLD 的 VFD 显示控制[D]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学，2013.
Guo X Y. VFD display controller based on CPLD[D]. Harbin: Harbin Institute of Technol., 2013.

[6] 孙喜莲，邵建达. 铬过渡层对银膜光学性质及附着力的影响[J]. 中国激光，2006，33(12)：1680-1683.
Sun X L, Shao J D. Effect of Cr interlayer on the optical properties and adhesion of Ag films[J]. Chinese J. of Lasers, 2006, 33(12): 1680-1683.

[7] Zhang J P, Chen S Y, Zong Y, et al. Two life prediction models for of optoelectronic displays by constant-stress ADTs without conventional life tests[J]. Luminescence, 2020, 35(6): 863-869.

[8] 苑学众，孙雅珍. 计算简支梁最大挠度的简单方法[J]. 力学与实践，2013，45(4)：63-64.
Yuan X Z, Sun Y Z. A simple method for calculating the maximum deflection of simply supported beam[J]. Mechanics in Engineering, 2013, 45(4): 63-64.

[9] 赵宏超，张景旭，杨　飞，等. 预紧式八翼梁次镜支撑结构的动力学分析[J]. 光学精密工程，2013，21(5)：1199-1204.
Zhao H C, Zhang J X, Yang F, et al. Preloading eight-vane spider for supporting structure of secondary mirror[J]. Optics and Precision Engineering, 2013, 21(5): 1199-1204.

[10] 许小君. 简支梁中截面挠度计算的一种简易方法[J]. 力学与实践，2015，37(3)：381-383.
Xu X J. A simple method for determining the deflection at the midpoint of a simply supported beam[J]. Mechanics in Engineering, 2015, 37(3): 381-383.

[11] Kloda L, Lenci S, Warminski J, et al. Hardening vs. softening dichotomy of a hinged-simply supported beam with one end axial linear spring: Experimental and numerical studies[J]. Inter. J. of Mechanical Science, 2020, 178: 105588.

[12] Arefi M, Zenkour A M. Influence of magneto-electric environments on size-dependent bending results of three-layer piezomagnetic curved nanobeam based on sinusoidal shear deformation theory[J]. J. of Sandwich Structures & Materials, 2019, 21(8): 2751-2778.

[13] Hashemian M, Foroutan S, Toghraie D. Comprehensive beam models for buckling and bending behavior of simple nanobeam based on nonlocal strain gradient theory and surface effects[J]. Mechanics of Materials, 2019, 139(1): 103209.

(下转第 817 页)

势，利于光生载流子的分离，因而获得石墨烯-硅光电探测器的高增益。此外，在红外光源下，通过施加负栅压获得了石墨烯-硅光电探测器的高响应度（在 1 550 nm 下为 15 A/W）。研究结果对红外波段下石墨烯-硅光电导光电探测器的增益提升具有指导意义。

参考文献：

[1] 王庆有，蓝　天，胡　颖. 光电技术[M]. 北京：电子工业出版社，2005：355-357.
Wang Q Y，Lan T，Hu Y. Photoelectric Technology[M]. Beijing：Electronic Industry Press，2005：355-357.

[2] 刘颂豪. 光电子技术与产业[J]. 激光与光电子学进展，2004，41(4)：1-13.
Liu S H. Optoelectronic technology and industry[J]. Progress in Laser and Optoelectronics，2004，41(4)：1-13.

[3] 杜宝勋. 半导体光电检测器[M]. 北京：电子工业出版社，1992：25-28.
Du B X. Semiconductor Photodetector[M]. Beijing：Electronic Industry Press，1992：25-28.

[4] 黄章勇. 光纤通信用光电子器件和组件[M]. 北京：北京邮电大学出版社，2001：67-68.
Huang Z Y. Optoelectronic Devices and Components for Optical Fiber Communication[M]. Beijing：Beijing University of Posts and Telecommunications Press，2001：67-68.

[5] Geim A K，Novoselov K S. The rise of graphene[J]. Nature Materials，2007，6(3)：183-191.

[6] Xia F N，Wang H，Xiao D，et al. Two-dimensional material nanophotonics[J]. Nature Photonics，2014，8(12)：899-907.

[7] Xia F N，Mueller T，Lin Y M，et al. Ultrafast graphene photodetector [J]. Nature Nanotechnology，2009，4(12)：839-843.

[8] Li X M，Zhu H W，Wang K L，et al. Graphene-on-silicon Schottky junction solar cells[J]. Adv. Materials (Weinheim)，2010，22(25)：2743-2748.

[9] An X H，Liu F Z，Jung Y J，et al. Tunable graphene-silicon heterojunctions for ultrasensitive photodetection[J]. Nano Lett.，2013，13(3)：909-916.

[10] Liu F Z，Kar S. Quantum carrier reinvestment-induced ultrahigh and broadband photocurrent responses in graphene-silicon junctions[J]. ACS Nano，2014，8(10)：10270-10279.

[11] Guo X T，Wang W H，Nan H Y，et al. High-performance graphene photodetector using interfacial gating[J]. Optica，2016，3(10)：1066-1070.

[12] Chen Z F，Cheng Z Z，Wang J Q，et al. High responsivity，broadband and fast graphene/silicon photodetector in photoconductor mode[J]. Adv. Optical Materials，2015，3(9)：1207-1214.

[13] Liu J J，Yin Y L，Yu L H，et al. Silicon-graphene conductive photodetector with ultra-high responsivity[J]. Scientific Reports，2017，7(1)：40904.

[14] Riazimehr S，Kataria S，Gonzalez-Medina J M，et al. High responsivity and quantum efficiency of graphene/silicon photodiodes achieved by interdigitating Schottky and gated regions[J]. ACS Photonics，2019，6(1)：107-115.

作者简介：

樊安琪(1997—)，女，四川省成都市人，硕士研究生，主要从事石墨烯等材料及其光电探测器的仿真和性能研究；

孙久勋(1967—)，男，四川省成都市人，博士，教授，主要研究方向为材料物理、液态化学物理和半导体物理。

(上接第 813 页)

[14] Samsonoy A，Solovive S. Eigenvibrations of a beam with load[J]. Lobachevskii J. of Mathematics，2017，38：849-855.

[15] Schaefer P，Gregory C，Alexandre M，et al. 3D small strain large deflection beam shape sensing including poisson effect [J]. Engineering Structures，2020，209：109948.

[16] Sobhy M，Zenkour A M. The modified couple stress model for bending of normal deformable viscoelastic nanobeams resting on visco-Pasternak foundations[J]. Mechanics of Advanced Materials and Structures，2020，27(7)：525-538.

[17] 姚　敏，赵振刚，李　凯，等. 基于 3D 打印技术的全绝缘多简支梁光纤 Bragg 光栅振动传感器研究[J]. 光学技术，2018，44(6)：698-702.
Yao M，Zhao Z G，Li K，et al. Study on Bragg grating vibration sensor of fully insulated muti-cantilever beam based on 3D printing technology[J]. Optical Technique，2018，44(6)：698-702.

[18] Jiang L，Zheng L，Feng Y，et al. Mapping the relationship between the structural deformation of a simply supported beam bridge and rail deformation in high-speed railways[J]. Proc. of the Institution of Mechanical Engineers Part F：J. of Rail and Rapid Transit，2019，234(10)：1081-1092.

[19] 陈　超，赵建林，李继锋. 基于变截面梁的光纤光栅线性无啁啾调谐[J]. 光子学报，2006，35(6)：867-872.
Chen C，Zhao J L，Li J F. Linear tuning of fiber grating wavelength based on variational section beam without chirp effect[J]. Acta Photonica Sinica，2006，35(6)：867-872.

作者简介：

张建平(1972—)，男，江苏省南京市人，博士，教授，博士生导师，主要从事能源低碳安全利用及智能化、节能发光器件寿命预测等方面的研究。