光电技术及应用

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2021072803

基于集成微环谐振器的可变系数微分方程光子计算

梁晓东*，李少波，刘彦丹，张　磊

（中国电子科技集团公司第五十四研究所，石家庄 050081）

摘　要： 基于硅基片上微环谐振器，提出了一种系数可变一阶光子微分方程的光子计算方法，实现了不同系数的光子微分方程超快速求解。基于耦合模理论，对微环谐振器的传递函数进行了时域与频域的分析，所设计的硅基脊形波导刻蚀深度为 220 nm，宽度为 500 nm，微环谐振器形状为跑道型，由两个半圆夹两根长直波导组成，半圆半径为 30 μm，直波导长度为 60.75 μm，能够实现微分方程 a 与 b 系数可调谐，仿真得到的调节范围为 a_0：1.500 7×10^{10}～1.556 2×10^{10}，b_0：4.534 3×10^9～5.647 3×10^9。同时，仿真实现了温度调节电控，分析了系数不同的微分方程的数值求解过程，并在归一化后与真实微分方程曲线进行了对比，误差不超过 0.02。

关键词： 光计算；硅基芯片；微环谐振器；微分方程

中图分类号： TN252　**文章编号：** 1001－5868(2021)06－0885－06

Photon Calculation for Differential Equations with Variable Coefficients Based on Integrated Microring Resonators

LIANG Xiaodong, LI Shaobo, LIU Yandan, ZHANG Lei

(The 54th Research Institute of China Electronics Techonlogy Group Corp., Shijiazhuang 050081, CHN)

Abstract: In this paper, a photon calculation method with variable coefficients is proposed to solve the first order photonic differential equation a micro-ring resonator on silicon substrate with. The ultrafine solution of the photonic differential equation with different coefficients is realized. Based on the coupled mode theory, the transfer function of micro-ring resonator is analyzed in time domain and frequency domain. The etching depth is designed to be 220 mm, and the silica-based ridge waveguide is designed to be 500 mm. The shape of the micro-ring resonator is track type, which is composed of two semi-circle sandwiches with two long straight waveguides. The radius of the semi-circle is 30 μm, and the length of the straight waveguide is 60.75 μm. The coefficients of a and b of the differential equation can be adjusted, and the adjustment range of a_0 is 1.500 7×10^{10}～1.556 2×10^{10} and b_0 is 4.534 3×10^9～5.647 3×10^9. The simulation realizes the numerical solution process of the differential equation with different coefficient and the adjustment and electric control of temperature. And it is compared with the real differential equation curve after normalization, and the error is less than 0.02.

Key words: photon calculation; sillicon-based chip; micro-ring resonator; differential equation

0　引言

在复杂的战场环境中，侦查、干扰、探测、通信等一体化平台电子信息系统需对战场态势进行海量的数据收集和集中实时处理。另外，随着人工智能、自动驾驶技术的高速发展，以及未来信息化社会对万物互联、万物智能的发展诉求，都涉及对海量数据的高速处理与分析，而传统电子芯片的计算能力和功耗已接近物理极限，成为阻碍技术发展的瓶颈[1]。

收稿日期：2021－07－28.

* **通信作者：**梁晓东

得益于集成光子技术大带宽高速操控、阵列化并行处理、低损耗高密集度、低延时灵活重构等特点，光子计算利用光信号可以对海量数据进行高速运算、逻辑操作、信息存储等。

硅基光子器件集成芯片依托于成熟的半导体工艺体系，发展迅猛，而基于硅基集成的光子器件的光运算和信息处理技术是解决未来光域超高速计算和信息处理的主流方法，具有潜在的应用与市场价值[2]。在众多硅基集成光子器件结构中，硅基微环谐振器不仅具有结构紧凑、灵活、易于大规模扩展的优势，还具有波长选择性、高品质因数和谐振场强增强效应等特点，因而在激光器、光滤波器、电光调制器、光开关、光延时线、光电探测器及传感器中应用广泛[3]。

微分方程在自然科学以及工程学的建模和分析中应用广泛[4]。而对于微分方程的计算和求解是现代信号处理的重要内容。作为最基本的微分方程，线性常系数微分方程(ODE)广泛应用于线性时不变系统(LTI)的数学建模和理论分析，是经典信号与系统理论的主要研究对象。用数字电子计算机解决微分方程问题的复杂度很高，算法和运算速度的提高一直有待解决，而用光子微分方程求解器利用其模拟计算、带宽高等优势将计算速度提高了无数个数量级。2008 年，Slavik 等[2]利用在铒镱共掺杂光纤上制作有源光纤布拉格光栅构成法布里-珀罗(FP)腔，通过改变注入泵浦功率的大小使得谐振腔偏离无损状态以实现微分方程的求解[5]。2013 年，Tan 等[3]基于半导体光放大器(SOA)与光学滤波器(OF)的光强度微分器，实现了特定系数 k 的微分方程的求解[6]；同年，该研究组又提出并实验实现了基于微环微分器的特定系数 k 的 ODE 系统[7]。2016 年，Li 等[5]提出基于 SOA 与 OF 的常系数可调的一阶线性微分方程求解方案，通过改变输入 SOA 中的电流，实现常系数 k 的调节[8]。整体而言，目前光器件用于微分方程的求解仍在探索阶段，还没有可以完备应用的光学微分方程求解器，微分方程参数的调整仍需不断地摸索。

本文设计了一种参数可调的硅基微环谐振器芯片，可用于线性常系数微分方程的数值计算。根据时域耦合模理论，推导分析了微环谐振器的频域传递函数，与一阶常系数微分方程进行对比分析。数值计算了微环折射率、谐振器 Q 值对微分方程系数的影响。同时，根据所设计的微环结构，仿真分析了温度对谐振器系数的影响，实现了微环谐振器的高斯光脉冲响应，并与微分方程的真实解进行了对比，精确度在 0.02 范围内。

1 理论推导

1.1 微环耦合模理论

如图 1 所示，硅基微环谐振器的基本结构是将光场有效束缚并定向传输的光波导，其理论基础是以麦克斯韦方程组为核心的导波光学理论。

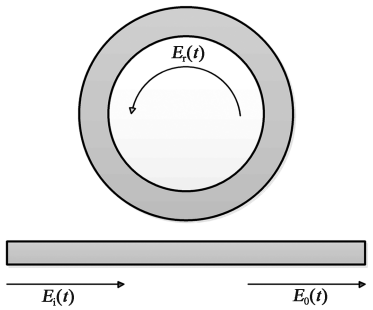


图 1 微环谐振器基本结构图

当硅基微谐振器工作在线性条件下时，其可以等效为线性模拟滤波器，因此可以以时域耦合理论进行建模。

由于微环是一个对光不断循环耗散的过程，其耗散方程为

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}=\mathrm{j}\omega_0 a-\left(\frac{1}{\tau_\mathrm{i}}+\frac{1}{\tau_\mathrm{e}}\right)a \tag{1}$$

该方程描述了模式的能量不断损耗的过程，其中，τ_e 表示外部损耗，τ_i 为谐振器内部损耗，主要来自于微环内部的波导长度，故根据微环谐振器参数和光场输入条件，改写上述方程，得：

$$\frac{\mathrm{d}a(t)}{\mathrm{d}t}=\left(\mathrm{j}\omega_0-\frac{1}{\tau}\right)a(t)-\mathrm{j}\mu E_\mathrm{i}(t) \tag{2}$$

式中，a 是环内能量幅度，$E_\mathrm{i}(t)$ 是外部激励光场输入的电场强度，$\tau=1/(1/\tau_\mathrm{i}+1/\tau_\mathrm{e})$，$\mu$ 为转化系数。μ 之前的相位因子 $-\mathrm{j}$ 可根据所选取的参考平面任意选定，这里由一般空间耦合模的一致性确定[9]。由于能量守恒，输入电场与输出电场有以下的转换关系：

$$E_0(t)=E_\mathrm{i}(t)-\mathrm{j}\mu a(t) \tag{3}$$

当没有光场输入，即 $E_\mathrm{i}(t)=0$ 时，并假定微环谐振器中有初始能量 W_0，根据关系式可知谐振器中的能量随时间的变化为

$$W(t)=|\,a(t)\,|^2=W_0\exp\left(-\frac{2t}{\tau_\mathrm{e}}\right)=|\,E_\mathrm{r}(t)\,|^2T_\mathrm{r} \tag{4}$$

其中，$W(t)$为谐振器中的能量，$E_r(t)$为谐振器中的电场强度，T_r 为光在环中走一圈所用的时间，环中的能量耦合到直波导中不断地消耗，因此直波导中的电场强度的平方就是环中能量随时间的变化：

$$|E_0(t)|^2=\kappa^2|E_r(t)|^2=-\frac{\mathrm{d}W(t)}{\mathrm{d}t} \tag{5}$$

其中，κ 为谐振器与直波导的耦合系数。经过与公式(3)、(4)联合求解得：

$$\mu^2=\frac{\kappa^2}{T_r}=\frac{2}{\tau_e} \tag{6}$$

对于一个稳态的激励信号 $E_i(t)$，对 $a(t)$取傅里叶变换后整理得：

$$FT[a(t)]=\frac{-\mathrm{j}\sqrt{2/\tau_e}}{\mathrm{j}(\omega-\omega_0)+1/\tau}FT[E_i(t)] \tag{7}$$

其中，FT 为取傅里叶变换。将式(6)代入可得谐振器的传递函数：

$$T(\omega)=\frac{\mathrm{j}(\omega-\omega_0)+1/\tau-2/\tau_e}{\mathrm{j}(\omega-\omega_0)+1/\tau}\frac{\mathrm{j}(\omega-\omega_0)+1/\tau_i-1/\tau_e}{\mathrm{j}(\omega-\omega_0)+1/\tau_i+1/\tau_e} \tag{8}$$

式中，损耗因子与品质因数之间的关系为

$$Q_i=\frac{\omega_0\tau_i}{2}=\frac{\omega_0T_r}{\ln\left(\frac{1}{1-\eta^2}\right)}\approx\frac{\omega_0T_r}{\eta^2} \tag{9}$$

$$Q_e=\frac{\omega_0\tau_e}{2}=\frac{\omega_0T_r}{\ln\left(\frac{1}{1-\kappa^2}\right)}\approx\frac{\omega_0T_r}{\kappa^2} \tag{10}$$

$$Q=\frac{\omega_0\tau}{2}=\frac{1}{1/Q_i+1/Q_e} \tag{11}$$

其中，η 代表光在微环中走一圈的损耗率。图 2 所示为分插式复用型微环谐振器，有两个输出端口，微环的能量会分别耦合到两根直波导中。

经过与上述相同原理与推导过程可得到：

$$T(\omega)=\frac{\mathrm{j}(\omega-\omega_0)+1/\tau_i+1/\tau_{e2}-1/\tau_{e1}}{\mathrm{j}(\omega-\omega_0)+1/\tau_i+1/\tau_{e2}+1/\tau_{e1}}=\frac{\mathrm{j}(\omega-\omega_0)+\frac{\omega_0}{2Q_i}+\frac{\omega_0}{2Q_{e2}}-\frac{\omega_0}{2Q_{e1}}}{\mathrm{j}(\omega-\omega_0)+\frac{\omega_0}{2Q_i}+\frac{\omega_0}{2Q_{e2}}+\frac{\omega_0}{2Q_{e1}}} \tag{12}$$

其中，τ_i 是对应微环谐振器自身损耗引起的时间损耗因子，τ_{e1} 是微环谐振器与正向传输波导进行耦合所引起的时间损耗因子，τ_{e2} 是微环谐振器与反向传输波导进行耦合的损耗因子。Q_i，Q_{e1}，Q_{e2} 分别是时间损耗因子对应的谐振器的品质因数。时域耦合模理论虽然不能直观反映出器件频谱的周期性，但却便于进行时频转换，因而更适用于时域分析微环谐振器的信号处理[10-11]。

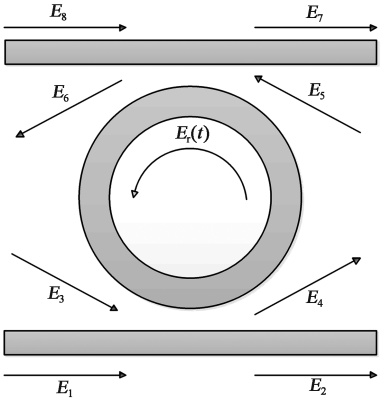


图 2　分插式复用型微环谐振器

1.2　微环谐振器与微分方程

对于微环谐振器，式(12)虽不能直观地反映出光传输的周期性变化，但是方便做时频转换，更适用于频域与时域分析和模拟光运算处理分析。将式(12)进行傅里叶逆变换，将传输函数转化到时域可得输入光信号与输出光信号的关系：

$$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0t}+a_0[y(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0t}]=\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0t}+b_0[x(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0t}] \tag{13}$$

其中，$b_0=\omega_0/2Q_i+\omega_0/2Q_{e2}-\omega_0/2Q_{e1}$ 和 $a_0=\omega_0/2Q_i+\omega_0/2Q_{e1}+\omega_0/2Q_{e2}$，式(13)经整理消去 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0t}$ 之后可得：

$$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+a_0y(t)=\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}+b_0x(t) \tag{14}$$

上式为一阶线性常系数微分方程的结构，因此，分插复用型硅基微环谐振器可以等效为一阶常系数线性微分方程，微分方程的系数 a_0 与 b_0 由微环谐振器的品质因数决定，而品质因数由谐振器的长度、折射率和耦合系数决定：

$$Q_i=-\omega_0n_gL/[c\ln(1-Y)] \tag{15}$$

$$Q_{e1}=-\omega_0n_gL/[c\ln(1-K_1)] \tag{16}$$

$$Q_{e2}=-\omega_0n_gL/[c\ln(1-K_2)] \tag{17}$$

式中，n_g 为波导群折射率，L 为环周长，c 为真空中的光速，Y 为单圈功率衰减，K_1 和 K_2 分别为环与投射波导和反射波导间的功率耦合系数。由上述理论推导可知，微环谐振器的频域传递函数与一阶线性时不变系统的频域传递函数相同，因此可以将光脉冲输入微环谐振器中，输出光相当于对输入脉冲

光进行一阶常系数微分方程的求解。通过改变微环谐振器的参数对要求解的微分方程系数进行调节。温度可以影响微环谐振器的耦合系数和波导折射率，因此可以用给电极加电的方式对硅基微环谐振器进行加热，进而调节一阶线性时不变系统的参数，实现微分方程系数可调。

2 设计与仿真

2.1 系统设计

系统设计了基于微环的微分方程求解器，如图3所示，基于激光器与调制器级联生成10 Gb/s的高斯脉冲序列，经过EDFA放大，再经过滤波之后进入分束器进行分束，一束通过示波器，作为微分方程的输入，另一束通过偏振控制器经光纤（由于光栅有偏振选择性）通过光栅垂直耦合进入硅片，进入硅片后经过设计好的跑道型微环谐振器进行光子微分方程的求解。经过片上微环谐振器之后，经波导末端的光栅垂直耦合输出到光纤中，最后通过EDFA和滤波器进行滤波，再用示波器采集时域脉冲，得到输入光脉冲的微分方程数值解。

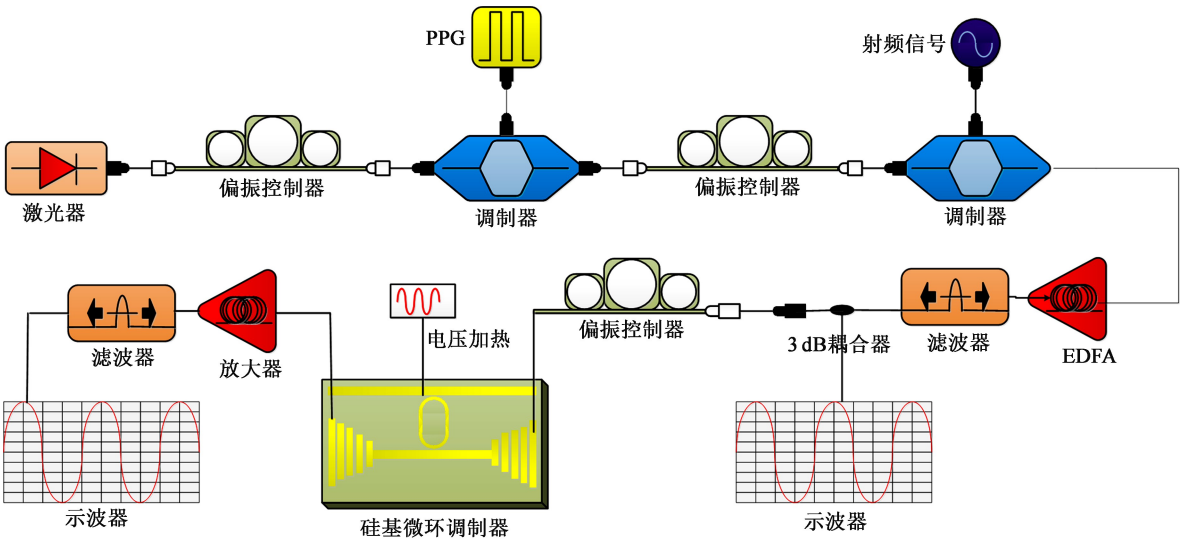


图3 基于微环的微分方程求解器系统

设计的硅基分插式复用型微环谐振器示意图如图4所示，整个微环系统由两根直波导与一个跑道型微环谐振器组成，跑道型微环谐振器全长310 μm，上下半圆半径30 μm，中间直波导长60.752 μm。在两个耦合点处各有一个电极，用于加电调节微环谐振器的温度进而改变微环谐振器的参数。由于微环是微米级的，电极加在上下两个耦合点上，位置比较近，会造成调节电压之后，不能达到单独调节耦合点参数的效果，因此设计了跑道型微环谐振器结构，在谐振器的上下两端设计了电极，两个电极相距较远，可以对上下温度进行单独调节，相较于圆形谐振器，其可以更加准确地调节耦合一阶常系数微分方程的系数。

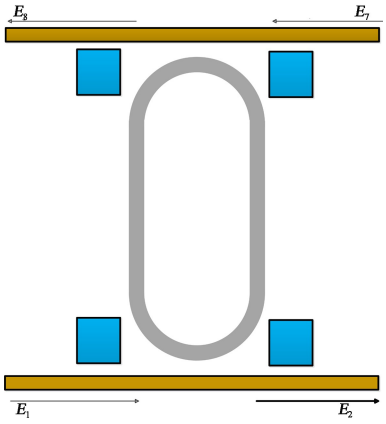


图4 椭圆微环谐振器设计图

硅基芯片目前没有可以直接商用的片上光源，而通过光纤将光打入硅基芯片中有两种较为成熟的方法，一种是基于光栅的垂直耦合方式[12]，另一种是倒锥形的端面耦合方式[13]，光栅耦合的封装方式更加成熟，1 550 nm处单端耦合可达到4.5 dB以内，硅基芯片光栅的设计与端面的封装已经实现商用；电学封装采用金丝打线的方法，将硅片上的电极与设计好的PCB板的电极用打线机进行物理连接，然后通过可编程电源进行直接加电以改变温度，进而改变微环谐振器自身参数和光子微分方程的系

数。

2.2　仿真分析

为了验证设计的电极加热对微环谐振器的耦合系数及谐振器腔 Q 值的影响，仿真设计了宽为 500 nm，高为 220 nm，长为 310 μm 的微环耦合器。用 FDTD 进行了仿真，得到了不同温度下的微环谐振器的折射率。并用 FDTD 对微环与波导间距为 0.25 μm 的微环与波导耦合系数进行仿真，然后根据式(15)～(17)用 Matlab 绘制不同温度下微分方程系数 a_0 与 b_0 的变化，如图 5 与 6 所示。可以看出，设计的分叉复用式微环谐振器的两个耦合点的温度在 10～110 ℃，可调节 a_0 值的范围为 $1.500\,7\times10^{10}$～$1.556\,2\times10^{10}$。b_0 的范围为 $4.534\,3\times10^{9}$～$5.647\,3\times10^{9}$。可以看出，随着 T_1 和 T_2 的升高，a_0 值均呈线性增加。而随着 T_1 的升高，b_0 值呈线性减小，随着 T_2 的升高，b_0 值呈线性增加。由拟合数据可知，可以通过加电极的方式改变谐振器解微分方程的系数。

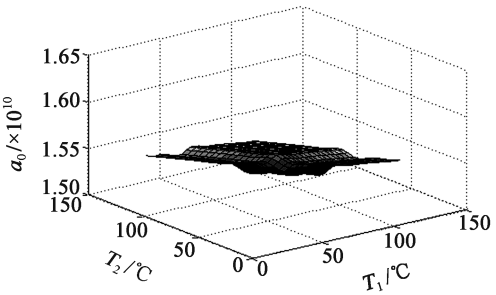


图 5　微分方程系数随温度的变化

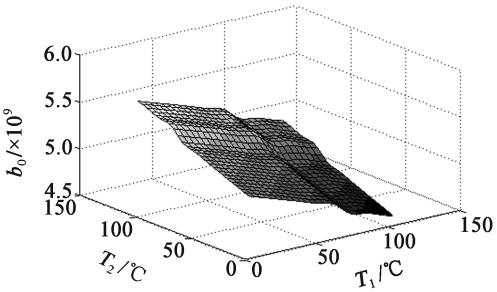


图 6　微分方程系数随温度的变化

为了验证所设计硅基谐振器的有效性，用 VPI 软件进行了设计仿真。首先利用级联调制器，产生 10 Gb/s 的高斯脉冲串，然后进入设计好参数的微环谐振器系统，在微环谐振器系统时域上对高斯脉冲串进行求解。并将级联调制器产生的高斯光脉冲数据提取出来，用 Matlab 进行微分方程的数值求解，归一化之后与出微环谐振器的参数进行对比，实验结果如图 7～10 所示。

由实验结果可以看出，系数 b_0 不断减小，次高峰不断增高，VPI 仿真得到的高斯脉冲的一阶线性时不变系统的解与微分方程的求解相同，且误差不超过 2%，说明设计的微环谐振器可以应用于光子微分方程的求解，精度较高，且可以在调节范围内求解不同系数的微分方程，速度远远高于数字计算机。

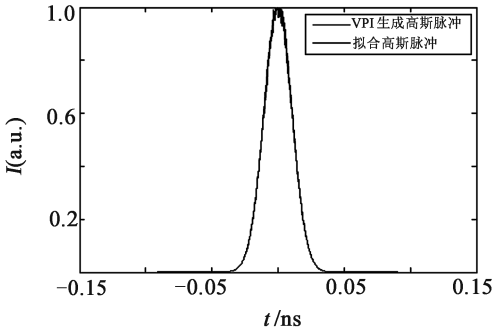


图 7　VPI 仿真高斯脉冲与拟合高斯脉冲图

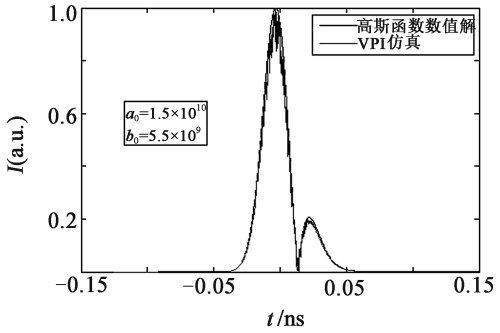


图 8　$a_0=1.5\times10^{10}$，$b_0=5.5\times10^{9}$ 微分方程求解

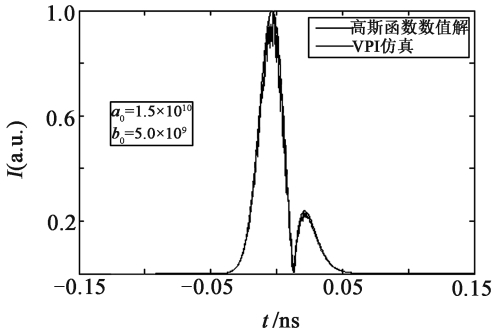


图 9　$a_0=1.5\times10^{10}$，$b_0=5.0\times10^{9}$ 微分方程求解

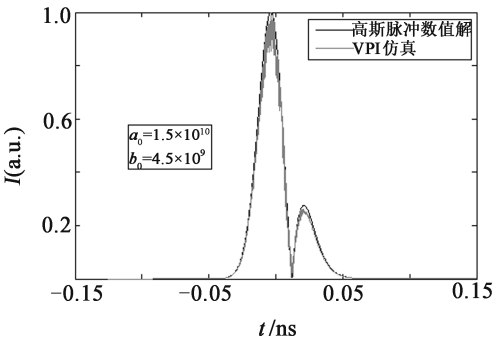


图 10　$a_0=1.5\times10^{10}$，$b_0=4.5\times10^{9}$ 微分方程求解

3 结论

本文设计了一种基于集成微环谐振器的系数可调微分方程光子计算实现方法，所设计的硅基波导微环谐振器为跑道型，设计宽为 500 nm，高度为 220 nm，长为 310 μm。仿真分析了温度对光子计算芯片微分方程系数的影响，得到 10～110 ℃下的 a_0 的调谐范围为 $1.500\,7\times10^{10}$～$1.556\,2\times10^{10}$，b_0 为 $4.534\,3\times10^{9}$～$5.647\,3\times10^{9}$。根据设计的微环谐振器的 Q 值，得到在不同微分方程系数下，微分方程与实际求解结果的误差可以控制在 0.02 以内。由研究结果可知，微环谐振器对微分方程可以进行快速求解，并且准确度高，其超快的数值求解速度可以为摩尔困境提供解决思路，在未来光子计算领域提供重要的研究参考。

参考文献：

[1] Asteris P G, Nikoo M. Artificial bee colony-based neural network for the prediction of the fundamental period of in filled frame structures[J]. Neural Computing and Applications, 2019, 31: 4837-4847.

[2] 王兴军，苏昭棠，周治平. 硅基光电子学的最新进展[J]. 中国科学：物理学力学天文学，2015，45：014201.
Wang X J, Su Z T, Zhou Z P. Recent progress of silicon photonics[J]. Sci. Sin.-Phys. Mech. Astron., 2015, 45: 014201.

[3] Stopinski S, Malinowski M, Piramidowicz R, et al. Data readout system utilizing photonic integrated circuit[J]. Nucl. Instrum. Meth. A, 2013, 725: 183-186.

[4] Simmons G F. Differential Equations, with Applications and Historical Notes[M]. 2nd Ed. New York: McGraw-Hill, 1991.

[5] Slavik R, Park Y, Ayotte N, et al. Photonic temporal integrator for all-optical computing[J]. Opt. Express, 2008, 16(22): 18202.

[6] Tan S, Wu Z, Lei L, et al. All-optical computation system for solving differential equations based on optical intensity differentiator[J]. Opt. Express, 2013, 21(6): 7008-7013.

[7] Yang T, Dong J, Lu L, et al. All-optical differential equation solver with constant-coefficient tunable based on a single microring resonator[J]. Scientific Reports, 2014, 4: 5581.

[8] Li M, Deng Y, Tang J, et al. Reconfigurable optical signal processing based on a distributed feedback semiconductor optical amplifier[J]. Scientific Reports, 2016, 6: 19985.

[9] Little B E, Chu S T. Microring resonator channel dropping filters[J]. J. of Lightwave Technol., 1997, 15(6): 998-1005.

[10] Barybin A A, Dmitriev V A. Modern Electrodynamics and Coupled-Mode Theory: Application to Guided-Wave Optics [M]. Princeton: Rinton Press, 2002.

[11] Yupapin P P, Pornsuwancharoen N. Guided Wave Optics and Photonics: Micro-ring Resonator Design for Telephone Network Security[M]. New York: Nova Science Publishers, 2008.

[12] He L, He Y, Pomerene A, et al. Ultrathin silicon-on-insulator grating couplers [J]. IEEE Photon. Technol. Lett., 2012, 24(24): 2247-2249.

[13] Martin P, Pavel C, Daniel B, et al. Fiber-chip edge coupler with large mode size for silicon photonic wire waveguides[J]. Opt. Express, 2016, 24(5): 5026-5038.

作者简介：

梁晓东(1988—)，男，河南省人，博士，高级工程师，主要从事微波光子技术、集成光电子技术等方面的研究。

(上接第 884 页)

[17] 刘智斌，曾晓勤，刘惠义，等. 基于 BP 神经网络的双层启发式强化学习方法[J]. 计算机研究与发展，2015，52(3)：579-587.
Liu Zhibin, Zeng Xiaoqin, Liu Huiyi, et al. A heuristic two-layer reinforcement learning algorithm based on BP neural networks[J]. J. of Computer Research and Development, 2015, 52(3): 579-587.

[18] GB/T 8302-2013. 茶取样[S]. 中华人民共和国国家标准.
GB/T 8302-2013. Tea sampling[S]. National Standard of the People's Republic of China.

[19] GB5009.8-2016. 食品中果糖、葡萄糖、蔗糖、麦芽糖、乳糖的测定[S]. 中华人民共和国国家标准.
GB5009.8-2016. Determination of fructose, glucose, sucrose, maltose and lactose in food[S]. National Standard of the People's Republic of China.

[20] 庄新港. 近红外光谱分析应用研究及新型光谱感知节点入射光学系统设计[D]. 济南：山东大学，2017.
Zhuang Xingang. Applied study of near-infrared spectroscopy and incidence optical system of new spectral sensing node[D]. Ji'nan: Shangdong University, 2017.

[21] 王小川，史 峰. MATLAB 神经网络 43 个案例分析[M]. 北京：北京航空航天大学出版社，2011：20-33.
Wang Xiaochuan, Shi Feng. Analysis of 43 Cases of MATLAB Neural Network [M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2011: 20-33.

作者简介：

刘梦璇(1997—)，女，湖北省孝感市人，研究生，主要从事近红外光谱技术应用方面的研究；

黄松垒(1984—)，男，福建省莆田市人，博士，副研究员，从事超大规模集成电路设计方向的研究。