光电技术及应用

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2021090201

一种基于新度量准则的极化码 SCLF 译码算法

袁建国*，李志伟，王　露，张帅康，王煦杰

（重庆邮电大学 光电信息感测与传输技术重庆市重点实验室，重庆 400065）

摘　要： 为了解决串行抵消(Successive Cancellation，SC)译码算法在中短码长情况下译码性能不佳的问题，在 SC 译码算法的基础上增加路径列表和比特翻转方法得到一种改进的串行抵消列表翻转(Successive Cancellation List Flip，SCLF)译码算法。该算法利用比特翻转构建最不可靠的信息位集合，称为翻转集合(Flipping Set，FS)，同时提出一种新的度量法则来缩小 FS 的范围、提高 FS 的准确率。仿真结果表明，随着信噪比的增大，所提出的 SCLF 译码算法误块率(Block Error Rate，BLER)有较大提升，当 BLER 为 10^{-3} 时，SCLF(码长 $N=256$，列表大小 $L=8$)译码算法的增益比 SC($N=256$)译码算法提升了 0.55 dB；当 BLER 为 10^{-4} 时，SCLF($N=256$，$L=8$)译码算法的增益比 CA-SCL($N=256$，$L=8$)译码算法提升了 0.22 dB；当 BLER 为 10^{-5} 时，SCLF($N=256$，$L=16$)译码算法的增益比 CA-SCL($N=256$，$L=16$)译码算法提升了 0.17 dB。

关键词： 极化码；比特翻转；串行抵消列表翻转；翻转集合

中图分类号： TN929.11　**文章编号：** 1001－5868(2021)06－0904－05

A SCLF Decoding Algorithm of Polar Codes Based on New Measurement Criteria

YUAN Jianguo，LI Zhiwei，WANG Lu，ZHANG Shuaikang，WANG Xujie

（Chongqing Key Lab. of Photoelectronic Information Sensing and Transmitting Technology，Chongqing University of Posts and Telecommunications，Chongqing 400065，CHN）

Abstract： In order to solve the problem of the worse decoding performance of the successive cancellation (SC) decoding algorithm under the medium/short code lengths，an improved successive cancellation list flip (SCLF) decoding algorithm is proposed by adding the path list and bit-flipping method on the basis of the SC decoding algorithm. The algorithm uses the bit-flipping to build the most unreliable information bit sets called as the flipping set (FS)，and a new measurement criterion is proposed to reduce the range of the FS and improve the accuracy of the FS. The simulation results show that the proposed SCLF decoding algorithm can greatly improve the block error rate (BLER) with the increase of the signal-to-noise ratio (SNR). The gain of the SCLF ($N=256$，$L=8$) decoding algorithm is 0.55 dB higher than that of the SC ($N=256$) decoding algorithm at BLER$=10^{-3}$，the gain of the SCLF ($N=256$，$L=8$) decoding algorithm is 0.22 dB higher than that of the CA-SCL ($N=256$，$L=8$) decoding algorithm at BLER$=10^{-4}$，and the gain of the SCLF ($N=256$，$L=16$) decoding algorithm is 0.17 dB higher than that of the CA-SCL ($N=256$，$L=16$) decoding algorithm at BLER$=10^{-5}$.

Key words： polar codes；bit-flipping；successive cancellation list flip；flipping set

收稿日期：2021－09－02.

基金项目：国家自然科学基金项目(61971079)；重庆市(重庆邮电大学)研究生科研创新项目(CYS20266).

* **通信作者：**袁建国

0　引言

极化码是一种线性分组码，可以被严格证明能够达到二进制对称信道(Binary-Input Symmetric Channels，BSC)等基本信道的信道容量，且具有确定的构造方法[1]，其由 Arikan 教授在 2009 年首次提出[2]，2016 年，成功入选第五代(5G)无线通信系统标准。在增强移动宽带(Enhanced Mobile Broadband，EMBB)通信业务中，上行和下行控制信息的信道编码均采用极化码[3]。

Arikan 教授在提出极化码时，也给出了一种基本的迭代译码算法，即串行抵消(Successive Cancellation，SC)译码算法[2]。当码长趋近于无穷大时，SC 译码算法在理论上能达到最优性能，但当码长有限时，SC 译码的性能就不尽如人意。由于 SC 算法的译码性能不佳，文献[4]在 SC 算法的基础上加入路径列表，提出了串行抵消列表(Successive Cancellation List，SCL)译码算法。文献[5]将循环冗余校验(Cyclic Redundancy Check，CRC)应用于 SCL 译码，提出了 CRC 辅助的串行抵消列表(Cyclic Redundancy Check Aided Successive Cancellation List，CA-SCL)译码算法。Afisiadis 等则第一次在 SC 译码算法的基础上加入比特翻转方法，提出了串行抵消翻转(Successive Cancellation Flip，SCF)算法[6]。文献[7]在 CA-SCL 译码算法中加入比特翻转方法，提出了串行抵消列表翻转(Successive Cancellation List Flip，SCLF)译码，得到了很好的译码性能。在这些研究的基础上，文献[8-11]不仅对 SCL 算法和 SCLF 算法进行了优化改进，还将比特翻转与置信传播(Belief Propagation，BP)译码相结合，进一步改善了译码性能。

本文在深入分析 SC 译码算法和 CA-SCL 译码算法两种最重要的算法之后，将 CA-SCL 算法与比特翻转相结合，提出一种基于新度量准则的 SCLF 译码算法，该算法与传统的 SC 译码算法相比，性能有较大的改善，并且相较于 CA-SCL 译码算法，性能也有提升。

1　SCLF 译码算法

SCLF 译码算法在 CA-SCL 译码算法的基础上加入了比特翻转操作，CA-SCL 译码算法利用 SCL 译码算法获得 L 条搜索路径，然后对 L 条路径进行 CRC 校验，若有路径通过，则译码成功，否则，进行比特翻转后再次进行校检。具体译码步骤如下：

(1)初始化

候选路径列表初始化为一条空路径，对应的路径度量(Path Metric，PM)值设置为 0。

(2)位估计

从接收到对数似然比(Log-Likelihood Ratio，LLR)值的母结点开始进行标准 SC 译码，冻结比特直接判决为“0”，信息比特则根据式(1)进行判决，如果 $L_N^{(i)} \geqslant 0$，则 $u_i=0$；否则 $u_i=1$。

$$L_N^{(i)}=\ln\frac{\Pr(y_1^N \mid u_i=0)}{\Pr(y_1^N \mid u_i=1)} \tag{1}$$

(3)路径扩展

当 SC 译码器按照顺序进行译码至第一个信息比特时，译码器需要同时保留 $u_i=0$ 和 $u_i=1$ 的两个结果，此时需要进行路径复制，保留 $u_i=0$ 的路径，PM 值更新为

$$PM_1=\sum_{k=1}^{i-1}\ln(1+\mathrm{e}^{-(1-2u_k)L_N^{(k)}})+\ln(1+\mathrm{e}^{-L_N^{(i)}}) \tag{2}$$

保留 $u_i=1$ 的路径复制了 $u_i=0$ 的路径中 u_1^{i-1} 的结果，同时更新其 PM 值为

$$PM_1=\sum_{k=1}^{i-1}\ln(1+\mathrm{e}^{-(1-2u_k)L_N^{(k)}})+\ln(1+\mathrm{e}^{L_N^{(i)}}) \tag{3}$$

两条路径分别按照步骤 2 进行 SC 译码，当再次译码到信息比特时，则再次进行路径扩展，两条路径分别再次进行复制。

(4)路径竞争

当第 $\log_2 L$ 个信息比特完成译码后，此时 L 条路径全部被占用。译码第($\log_2 L+1$)个信息比特 u_t 时，由于 L 条路径都想同时保留 $u_t=0$ 和 $u_t=1$，就必然会产生 $2L$ 条译码路径，此时只需要保存路径度量值最小的 L 条路径，并删除其余路径。之后的信息比特重复进行路径扩展和路径竞争，直到最后保留下 L 条译码路径。把 L 条路径按度量值从小到大排序，依次进行 CRC 校验。第 1 个通过 CRC 校验的路径即为译码器输出的估计序列。

(5)比特翻转

若步骤(4)中没有路径通过 CRC 检测，则启用比特翻转。比特翻转首先需要通过选出最不可靠的 M 位信息比特来构建翻转集合，同时设置翻转次数 T，用于终止翻转，结束译码。对翻转集合中的信息

比特进行逐个比特翻转，直到译码成功或达到最大翻转次数 T。需要注意的是，翻转集合中包含信息比特的不同直接影响到译码效果，因此，对 SCLF 译码算法翻转集合的构建非常重要。

2 一种基于新度量准则的极化码 SCLF 译码算法

本文在 SCLF 译码算法的基础上提出一种新的度量准则，它可用来确定供比特翻转的候选信息比特。新度量准则缩小了翻转集合的搜索范围，减小了翻转集合的大小，同时提高了翻转的准确率。

2.1 度量准则的优化

对于任意的 $j \in A$（A 为信息比特集合），当 CA-SCL 译码至第 j 位时，L 个候选项的输入路径列表被表示为 L^{j-1}。然后，CA-SCL 译码器为每个候选路径考虑 0 或 1 的可能性。通过路径度量值 PM 评估的 L 个最可靠的候选路径才能在新的路径列表中为第 $j+1$ 译解码优先保留，只要输入序列存在于最终候选中，译码就一定会成功。

让 E_i 表示在第 i 个译码步骤之后的事件的正确译码轨迹，即正确路径的第一个比特从保留的候选路径中被保留，因此，对于任何一个 $i \in A$，提出了一个比特翻转准则，在新的译码过程中，所有的候选路径都应该被相应的消除路径替换。剩余的比特仍然由标准 CA-SCL 算法解码。在这个标准下，与翻转有关的操作用 SCL(1)表示。特别地，最初的操作由 SCL(0)表示。

与 SC 译码器不同，当提到 CA-SCL 译码器的解码路径时，必须指出译码步骤及其在路径列表中的顺序，以避免混淆。对于任意 $j \in A$，用

$$\begin{cases} L^j[i]=\{\hat{u}_1^j[i],\hat{u}_2^j[i],\cdots,\hat{u}_L^j[i]\} \\ \hat{L}^j[i]=\{\hat{u}_{1+L}^i[i],\hat{u}_{2+L}^i[i],\cdots,\hat{u}_{2L}^i[i]\} \end{cases} \tag{4}$$

分别表示由 SCL(i)在第 j 译码步骤保留和消除的路径列表，其中 $\hat{u}_{l+L}^j[i]$代表在第 j 解码步骤的 $2L$ 个临时路径中的第 $l+L$ 个解码路径，$l \in \{1,2,\cdots,L\}$，其 PM 值为 $PM_{l+L}^j[i]$。$\hat{u}_l^j[i]_1^k=\{\hat{u}_l^j[i]_1,\hat{u}_l^j[i]_2,\cdots,\hat{u}_l^j[i]_k\}$ 表示在 SCL(i)下的第 j 个解码步骤中产生的第 L 个译码路径的前 k 个比特的向量。换句话说，它是由 $\hat{u}_l^j[i] \in L^j[i]$ 的前 k 个比特组成的向量，其中 $\hat{u}_l^j[i]_1^k$ 不总是与 $\hat{u}_l^k[i]$相等。特别地，如果方括号中的值是 0，则对应的符号与 SCL(0)相关，例如，$L^j[0]$是在第 j 个译码步骤的 SCL(0)的保留路径列表。如果 $j<k$，$\hat{u}_{l+L}^j[i]_1^k$ 和 $\hat{u}_l^j[i]_1^k$ 都是空向量，假设 $2L$ 个临时路径满足 $PM_1^j[i]<PM_2^j[i]<\cdots<PM_{2L}^j[i]$，则有：

$$PM_l^j[i]=\sum_{k=1}^{j}\log(1+\exp(-(1-2\hat{u}_l^j[i]_k)\cdot L_l^j[i]_k)) \tag{5}$$

此外需要正确识别译码轨迹被删除的位置，这就要给计算 E_i 的概率提供一个度量，用 $\Pr(E_i)$表示，对任意的 $i \in A$，有：

$$\Pr(E_i)=\sum_{l=1}^{L}\Pr(\hat{u}_l^i[0]=u_1^i \mid Y) \tag{6}$$

对于任意的冻结比特 $j \notin A$，假设 $\Pr(\hat{u}_{l+L}^j[0]=u_1^j \mid Y)=\Pr(\hat{u}_{l+L}^j[0]_1^{j-1}=u_1^{j-1} \mid Y)$ 或者 $\Pr(E_j)=0$，与此同时，值得一提的是，这一假设只能用于搜索 SCLF 译码算法中的比特翻转位置，不适用于 CA-SCL 译码算法，这是因为在计算位翻转的度量时，$\hat{u}_j=1$ 是一个既定的事实。在这种假设下，对于任意一个 $i \in A$，所提出的 SCLF 译码算法遵循：

$$\Pr(\hat{u}_{l+L}^i[0]=u_1^i \mid Y)=\prod_{j=1}^{i}(1+(\exp(L_{l+L}^i[0]_j))^{-(1-2\hat{u}_{l+L}^i[0]_j)}) \tag{7}$$

其他的路径度量值 PM 由式(5)计算，通过推导：

$$\Pr(\hat{u}_{l+L}^i[0]=u_1^i \mid Y)\approx \frac{\prod_{j\in A_{l+L}^i[0]}\exp(-|L_{l+L}^i[0]_j|)}{\prod_{j\leqslant i}(1+\exp(-|L_{l+L}^i[0]_j|))} \tag{8}$$

本文借鉴文献[12]的思想，为了优化式(8)中 $\Pr(\hat{u}_{l+L}^i[0]=u_1^i \mid Y)$ 的近似值，在其中添加摄动参数 $\gamma>0$ 来修正 LLR 值，这样优化概率 $\Pr(\hat{u}_{l+L}^i[0])$ 计算如下：

$$\Pr(\hat{u}_{l+L}^i[0]) \triangleq \frac{\prod_{j\in A_{l+L}^i[0]}\exp(-\gamma|L_{l+L}^i[0]_j|)}{\prod_{j\leqslant i}(1+\exp(-\gamma|L_{l+L}^i[0]_j|))} \tag{9}$$

通过式(9)和式(6)，对任意 $i \in A-A_0$，得到：

$$\Pr(E_i)=\sum_{l\in\{1,2,\cdots,L\}}P_\gamma(\hat{u}_{l+L}^i[0]) \tag{10}$$

因此，本文提出的 SCLF 算法的比特翻转度量准则可写为

$$PM_\gamma^L(i)=\begin{cases}\sum_{l\in\{1,2,\cdots,L\}}P_\gamma(\hat{u}_{l+L}^i[0]), i\in A-A_0\\ 0, \text{other}\end{cases} \tag{11}$$

2.2　翻转集合的构建

翻转集合的创建首先要分析 CA-SCL 算法中路径分裂状态的特征，并确定哪种类型的路径分裂适用于比特翻转，比特翻转的路径分裂状态有三种：

第一种是复制状态，当译码至信息比特 u_i 时，如果在 PM 值排序之后将 $u_i=0$ 和 $u_i=1$ 都保留了下来，则该路径处于复制状态。因为一个比特只能取值 0 或 1，所以在该状态下不能进行比特翻转。

第二种是删除状态，当译码至信息比特 u_i 时，如果在 PM 值排序之后将 $u_i=0$ 和 $u_i=1$ 两个结果都未保留下来，则该路径处于删除状态。因为找不到原始比特值进行翻转，所以不能进行比特翻转。

第三种是 SC 状态，当译码至信息比特 u_i 时，如果在 PM 值排序之后将 $u_i=0$ 和 $u_i=1$ 译码结果之中的一个保留下来，则该路径处于 SC 状态。由于保留下的比特值可能是错误的，可以将该比特进行翻转再进行校验，则能在该状态下进行比特翻转。

为了确定翻转集合，首先基于 LLR 值的大小，对接收到的信息比特索引进行升序排列，得到翻转集合 S_{FS}。令 $u_1^{\log_2 L}=\{u_1,u_2,u_{\log_2 L}\}$ 表示信息比特集合 A 中前 $\log_2 L$ 个信息比特，当对 $u_1^{\log_2 L}$ 中的信息比特进行译码时，L 条路径还未被全部占用，译码路径始终处于复制状态，因此无需进行比特翻转。所以需要将信息比特 $u_1^{\log_2 L}$ 从翻转集合中剔除，新的翻转集合为 $S_{\mathrm{RFS}}=S_{\mathrm{FS}}/u_1^{\log_2 L}$。

初始 CA-SCL 译码的失败会启动比特翻转，同时也会提供有用信息。通过第一次失败的 CA-SCL 译码，可知道在对 u_i 进行译码时，对于 S_{RFS} 中每个比特索引 i，译码器是否在 SC 状态下存在路径分裂。而为了实现这一过程，则需要另外的存储空间来说明在译码时，SC 状态下是否存在路径分裂，如果集合 S_{RFS} 中的一个索引 k，在 SC 状态下没有进行路径扩展分裂，则该索引指向的比特值无法进行翻转，因此需从翻转集合 S_{RFS} 中剔除，得到更新的翻转集合，表示为 $S_{\mathrm{NFS}}=S_{\mathrm{RFS}}/\rho=(S_{\mathrm{FS}}/u_1^{\log_2 L})/\rho$，其中集合 ρ 表示从翻转集合 S_{RFS} 中排除的所有索引 k。最终根据预定的最大尝试次数 T，从集合 S_{NFS} 中取得前 T 个索引元素进行比特翻转操作。

根据前面度量准则的优化和翻转集合的构建，本文提出了一种改进的 SCLF 译码算法，该算法在译码序列未通过 CRC 时启用翻转集合 S_{NFS}，将翻转集合 S_{NFS} 中的信息比特进行翻转之后再次进行 CRC，直至通过 CRC 为止。翻转集合经过度量准则的优化之后缩小了搜索范围，提高了集合的准确率。

3　仿真结果分析

为了验证本文所提出的译码算法的纠错性能，进行了仿真实验。因为 5G 采用短极化码，所以选取了码长 $N=256$，码率 $R=0.5$ 的极化码，并使用 Matlab 软件进行验证。本文仿真条件是：调制方式为 BPSK 调制，信道为 AWGN 信道，编码方案为高斯近似。本文设定的 CRC 长度为 12，其多项式为 $g(x)=x^{12}+x^{11}+x^3+x^2+1$。分别对所提出的 SCLF 译码算法、CA-SCL 译码算法和 SC 译码算法进行仿真对比分析，在最大翻转次数为 $T=16$ 时得到如图 1 的仿真性能曲线。

由图 1 可知，相比 CA-SCL 译码算法和 SC 译码算法，SCLF 译码算法的译码性能有较大改善。在 BLER 为 10^{-3} 处，当 $L=8$ 时，SCLF 译码算法相较于 SC 算法和 CA-SCL 译码算法分别有 0.55 和 0.15 dB 的净增益提升；当 $L=16$ 时，则分别有 0.95 和 0.18 dB 的净增益提升。

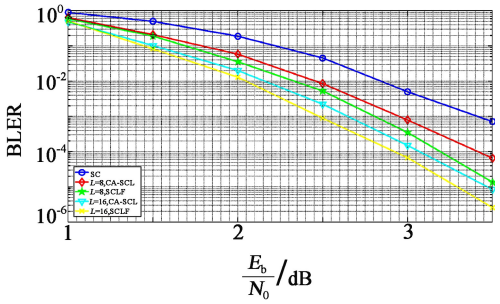


图 1　SCLF 译码算法与对比译码算法在 $N=256$ 时的译码性能仿真图

图 2 和图 3 分别表示当列表大小 $L=8$ 和 $L=16$ 时，SCLF 译码算法中不同的最大翻转次数 T 对译码性能的影响。在 BLER 为 10^{-4} 处，当 $L=8$ 时，

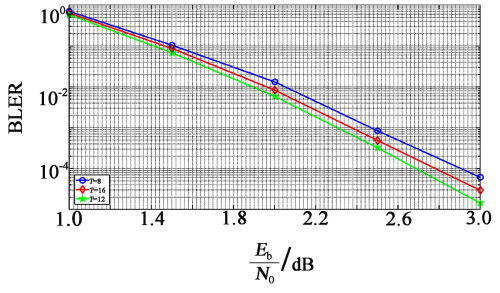


图 2　SCLF 算法在 $L=8$ 时不同翻转次数下的译码性能仿真图

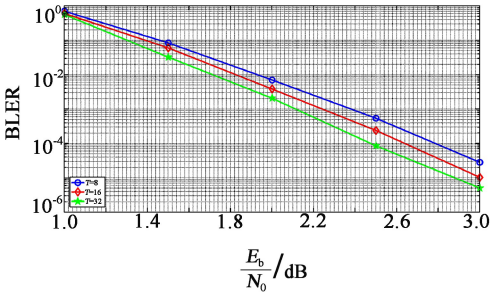


图 3 SCLF 算法在 $L=16$ 时不同翻转次数下的译码性能仿真图

SCLF($T=32$)译码算法相较于 SCLF($T=16$)和 SCLF($T=8$)译码算法分别有 0.10 和 0.22 dB 的净增益提升。当 $L=16$ 时,SCLF($T=32$)译码算法相较于 SCLF($T=16$)和 SCLF($T=8$)译码算法分别有 0.16 和 0.30 dB 的净增益提升。

4 结束语

针对 SC 和 CA-SCL 译码算法在中短码长情况下译码性能不好的问题,本文在 CA-SCL 译码算法的基础上提出了一种基于新的度量准则的 SCLF 译码算法,该算法在新的度量准则标准下对翻转集合的构建进行优化,得出范围更小、准确率更高的翻转集合。结果表明,SCLF 译码算法相对于 SC 和 CA-SCL 译码算法都有较大的改善,且性能增益与信噪比成正比;随着最大翻转次数的增大和路径列表的增多,SCLF 算法的译码性能得到明显提高。

参考文献:

[1] Miloslavskaya V, Vucetic B. Design of short polar codes for SCL decoding[J]. IEEE Trans. on Communications, 2020, 68(11): 6657-6668.

[2] Arikan E. Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels [J]. IEEE Trans. on Information Theory, 2009, 55(7): 3051-3073.

[3] 陈发堂, 唐 成, 刘一帆. 5G 极化码的低复杂度 SC 译码方案[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2019, 31(6): 753-759.
Chen Fatang, Tang Cheng, Liu Yifan. Low complexity successive cancellation decoding scheme for 5G polar codes[J]. J. of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2019, 31(6): 753-759.

[4] Tal I, Vardy A. List decoding of polar codes[J]. IEEE Trans. on Information Theory, 2015, 61(5): 2213-2226.

[5] Liu Xijian, Wu Shaohua, Wang Ye, et al. Exploiting error-correction-CRC for polar SCL decoding: a deep learning-based approach[J]. IEEE Trans. on Cognitive Communications and Networking, 2020, 6(2): 817-828.

[6] Afisiadis O, Balatsoukasstimming A, Burg A, et al. A low-complexity improved successive cancellation decoder for polar codes [C]// Asilomar Conf. on Signals, Systems and Computers, 2014: 2116-2120.

[7] You Y R, Pan Z W, Liu N, et al. Successive cancellation list bit-flip decoder for polar codes[C]// 2018 10th IEEE Inter. Conf. on Wireless Communications and Signal Processing (WCSP), 2018: 1-6.

[8] 李小文, 李文彬. 一种简化的极化码串行消除列表译码算法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2019, 31(4): 488-494.
Li Xiaowen, Li Wenbin. A simplified successive cancellation list decoding algorithm for polar codes[J]. J. of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2019, 31(4): 488-494.

[9] Shen Y F, Song W Q, Ji H R, et al. Improved belief propagation polar decoders with bit-flipping algorithms[J]. IEEE Trans. on Communications, 2020, 68(11): 6699-6713.

[10] 孔飞跃, 蒋学芹, 万雪芬, 等. 基于 GPU 的 LDPC 增强准最大似然译码器并行实现[J]. 计算机工程, 2020, 46(5): 207-215.
Kong Feiyue, Jiang Xueqin, Wan Xuefen, et al. Parallel implementation of GPU-based LDPC enhanced quasi-maximum likelihood decoder[J]. Computer Engineering, 2020, 46(5): 207-215.

[11] 徐 斌, 贺玉成. 高吞吐量 QC-LDPC 码分层译码设计[J]. 计算机工程, 2019, 45(7): 121-125, 133.
Xu Bin, He Yucheng. High throughput layered decoding design of QC-LDPC code[J]. Computer Engineering, 2019, 45(7): 121-125, 133.

[12] Zhou Y C, Lin J, Wang Z F, et al. A new fast-SSC-flip decoding of polar codes[C]//2019 IEEE Inter. Conf. on Communications (ICC), 2019: 1-6.

作者简介:

袁建国(1968—),男,重庆市人,工学博士,教授,硕士生导师,主要从事通信系统中 LDPC 码与极化码编译码技术以及 OFDM 技术等方面的研究。