光电技术及应用

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2021091801

# 基于大气折射效应的星地背景光误码率分析

刘 涛[1,2,3*]，李佳佳[1]，邱 佳[1]，王思佳[1]，刘舒宇[1]

（华北电力大学 1. 电子与通信工程系；2. 河北省电力物联网技术重点实验室；
3. 保定市光纤传感与光通信技术重点实验室，河北 保定 071003）

**摘 要：** 研究了大气折射效应对星地量子密钥分发（QKD）系统的背景光误码率的影响，研究过程中考虑了白天晴天、满月夜晚和无月夜晚三种不同的背景光条件。建立了分层结构的星地QKD信道传输模型，模拟大气折射效应对信号传输距离的影响；基于此模型仿真分析了考虑和忽略大气折射效应时只考虑背景光的误码率随天顶角的变化趋势。结果表明：忽略大气折射效应将对背景光误码率产生较大的影响，此外在无月夜晚背景光条件下可以获得相对最低的误码率。

**关键词：** 星地量子密钥分发；大气折射；背景光；误码率；天顶角

**中图分类号：** TN918 **文章编号：** 1001－5868(2022)01－0176－06

## Analysis of Bit Error Rate of Satellite-to-Ground Background Light Based on Atmospheric Refraction Effect

LIU Tao[1,2,3], LI Jiajia[1], QIU Jia[1], WANG Sijia[1], LIU Shuyu[1]

(1. Dept. of Electronic and Communication Engin.; 2. Hebei Key Laboratory of Power Internet of Things Technol.;
3. Baoding Key Laboratory of Optical Fiber Sensing and Optical Communication Technol.,
North China Electric Power University, Baoding 071003, CHN)

**Abstract:** The effect of atmospheric refraction on the background light bit error rate of the satellite-to-ground quantum key distribution (QKD) system was studied. Three different background light conditions of sunny day, full moon night, and moonless night were considered. First, a stratified satellite-to-ground QKD channel transmission model was established to simulate the influence of atmospheric refraction effect on the transmission distance. Then based on the model, the bit error rate of the background light varied with the zenith angle was simulated and analyzed for the cases in the presence and absence of the atmospheric refraction effects. The results show that, the atmospheric refraction has a certain impact which should not be neglected on the background light bit error rate. In addition, the relatively lowest bit error rate can be obtained under the moonless night background light condition.

**Key words:** satellite-to-ground quantum key distribution; atmospheric refraction; background light; bit error rate; zenith angle

## 0 引言

量子密钥分发（Quantum Key Distribution，QKD）技术兴起于20世纪80年代[1]，量子不可克隆原理和测不准原理[2]使得QKD可以获得理论上的“绝对安全性”，因此受到了很多国家的高度重视。根据密钥的传输信道不同，QKD可以被分为光纤QKD和自由空间QKD两大类。前者受到地形限制，且单次传输距离只有约百千米量级，因此目前还不足以仅利用光纤QKD来构建全球化的量子通信网。相对而言，自由空间QKD可以利用卫星作为

**收稿日期：**2021－09－18.
**基金项目：**国家自然科学基金项目(62071180)；中央高校基本科研业务费专项基金项目(2020MS099).
* **通信作者：**刘 涛 **E-mail：** taoliu@ncepu.edu.cn

中继实现超远距离的量子密钥传输[3-4]，因此其成为构建全球量子通信网的首选。

由于低地球轨道(Low Earth Orbit，LEO)具有光学低损耗、低成本、易于操作等优点，因此目前的星地量子通信大都使用低轨卫星[5-6]。Villoresi 等[7]通过实验实现了 LEO 卫星和光学地面站之间的单光子交换，从而证明了利用现有技术进行卫星和地面之间量子通信的可行性。苗二龙等[8]研究了背景光对星地 QKD 的影响，指出背景光是影响量子比特误码率(Quantum Bit Error Rate，QBER)的主要原因之一，并提出了三种减少背景光噪声的方法。潘建伟团队[9]证明了在白天实现 QKD 的可行性，为解决白天日光对星地 QKD 系统性能的影响提供了解决方案。此外，还有许多研究人员[10-12]也对星地 QKD 中的背景光噪声进行了分析，从而为研究星地 QKD 系统的性能提供了参考。但是上述研究过程都未考虑大气折射效应对链路性能的影响。实际上，大气折射效应会使得量子信号沿弯曲路径而非直线传播，因此如果忽略大气折射效应的影响，可能会导致分析得到的量子通信性能与实际情况存在较大的偏差。

基于上述原因，本文研究了大气折射效应对星地 QKD 系统的 QBER 的影响，通过对大气层进行分层以模拟大气折射效应对信号传输路径的影响。随后基于建立的分层结构信道传输模型，分析了在白天晴天、满月夜晚和无月夜晚三种不同的背景光条件下 QBER 随天顶角的变化趋势。研究结果表明，忽略大气折射效应的影响将导致 QBER 变得较小，从而与实际的星地 QKD 系统性能产生一定差异。此外，相对而言，在无月夜晚条件下可以获较好的 QKD 传输性能。

## 1　星地 QKD 信道传输模型

### 1.1　信道传输模型的建立

在卫星通信中，天顶角是位于观察者垂直方向和卫星指向方向之间的夹角，随着卫星的运动一直发生着改变。如图 1 所示，当不考虑大气折射率随海拔高度的变化时，天顶角为地面接收站($O$)和卫星($S$)间的连线 $OS$ 与地心($C$)和地面接收站($O$)间的连线 $CO$ 之间的夹角 $\xi$，被称为“真天顶角”。但是由于实际大气层中的温度和压力随着海拔高度的不同而发生变化，使得折射率也随之改变，造成来自卫星的信号光到达地面接收端的实际路径应该是曲线形的，如图 1 中红色曲线所示。在这种情况下，来自卫星的信号光将以“视天顶角 $\xi_a$”而非真天顶角 $\xi$ 到达地面接收站。因此，在实际的星地量子通信过程中，应利用视天顶角对量子通信特性进行分析，而已有研究大都采用的是未考虑大气折射效应的真天顶角，忽略大气折射效应对星地链路的影响。因此，本文利用图 1 所建立的分层结构信道传输模型，对星地 QKD 特性进行研究。

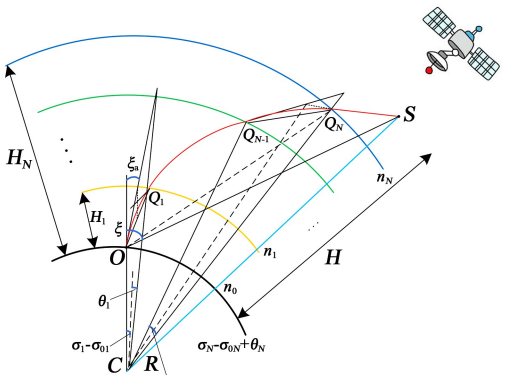



图 1　星地 QKD 信道传输模型

视天顶角 $\xi_a$ 与真天顶角 $\xi$ 之间的关系可以利用下面的公式进行描述：

$$\xi_a = \arcsin\left(\frac{1}{n_0}\sin\xi\right) \tag{1}$$

其中，$n_0 = 1.000\ 27$ 是近地表的大气折射率[13]。

在星地量子密钥分发过程中，我们假设卫星轨道是圆形的，地球半径 $R = 6\ 371$ km，卫星距离地面的高度 $H = 500$ km。当不考虑折射率随海拔高度的变化时，地面站和卫星之间的链路距离 $OS$ 可以利用图 1 所示的三角形 $OCS$ 计算得到：

$$L(\xi) = \sqrt{(H^2 + 2HR + R^2\cos^2\xi)} - R\cos\xi \tag{2}$$

当考虑折射情况随海拔高度的变化时，为了计算链路距离，将大气层分成 $N$ 层，并假设每一层的折射率都是统一的。在这种情况下，前面的传输路径 $OS$ 变成了弯曲的路径 $OQ_1Q_2\cdots Q_N$。根据大气层的结构，对流层位于大气层的最下部，其厚度约为 8～18 km，对流层温度随海拔的增加而下降。对流层之上是平流层，平流层温度随海拔的增加而上升。当海拔高度超过 50 km 以后，大气折射率接近真空折射率 1，因此我们只对对流层以及平流层进行了分层处理，将 50 km 以下共分为 8 层。虽然文献[13]考虑了大气折射对链路性能的影响，但是只考虑了平流层。如前所述，随着海拔高度的变化，对流层和平流层中的气压和温度的变化规律不同，因此

有必要考虑对流层对信号的影响。

大气折射率与气压和温度之间的关系可以表示为[14]

$$n=1+77.6\times(1+7.52\times10^{-3}\times\lambda^{-2})\times\left(\frac{P}{T}\right)\times10^{-8} \tag{3}$$

其中，$\lambda$ 是以 $\mu$m 为单位的光波长，$P$ 是以 mbar (1 bar=100 kPa)为单位的气压，$T$ 是开尔文温度。

对流层中的温度和压力可利用下面的公式进行计算[15]：

$$T(h)=T_0-(h/1\,000)\times6.5 \tag{4}$$

$$P(h)=P_0\times(1-0.006\,5\times h/288)^{5.255} \tag{5}$$

其中，$T_0$ 为 288 K 的海平面温度，$h$ 为距地面的高度，单位为 m，$P_0$ 是 $h=0$ 处的气压，为 101.325 kPa。

平流层中的温度和气压计算公式如下[16]：

$$T(h)=\begin{cases}T_0+\Delta_1h_a, h_a\leqslant h\leqslant h_b\\ T_0+\Delta_1h_a+\Delta_2(h-h_a), h_b\leqslant h\leqslant h_c\\ T_0+\Delta_1h_a+\Delta_2(h_c-h_a)+\Delta_3(h-h_c), h_c\leqslant h\leqslant h_d\end{cases} \tag{6}$$

$$P(h)=\begin{cases}P_1(h)=P(h_a)\exp\left[\dfrac{-Mg(h-h_a)}{DT(h_a)}\right], h_a\leqslant h\leqslant h_b\\ P_2(h)=P_1(h_b)\left[1+\dfrac{\Delta_2(h-h_b)}{T(h_b)}\right]^{-\frac{Mg}{D\Delta_2}}, h_b\leqslant h\leqslant h_c\\ P_3(h)=P_2(h_c)\left[1+\dfrac{\Delta_3(h-h_c)}{T(h_c)}\right]^{-\frac{Mg}{D\Delta_2}}, h_c\leqslant h\leqslant h_d\end{cases} \tag{7}$$

其中，$\Delta_1=-6.5$ K/km，$\Delta_2=1.0$ K/km，$\Delta_3=3.0$ K/km；$h_a=11$ km，$h_b=22$ km，$h_c=32$ km，$h_d=50$ km；$M$ 为干燥空气分子量 28.10；$g=9.8$ m/s$^2$，为重力加速度；$D$ 为万有引力常数。

根据式(4)～(7)可以求出本文将 50 km 以下的大气层分为 8 层后各层的温度和气压值，如表 1 所示。

**表 1 大气层各层的温度和压力**

| 层数 | $h$/km | $T$/K | $P$/Pa |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 275 | 79 488 |
| 2 | 4 | 262 | 61 629 |
| 3 | 6 | 249 | 47 167 |
| 4 | 8 | 236 | 35 585 |
| 5 | 10 | 223 | 26 421 |
| 6 | 11 | 217 | 22 600 |
| 7 | 32 | 229 | 868 |
| 8 | 50 | 271 | 67 |

为了得到经过分层折射后的链路距离，对图 1 所示射线路径进行放大以利于计算，如图 2 所示。参考图 2 中相关的折射角进行计算，第 $i$ 层的纬度上界表示为 $H_i$，则该层内的线性路径可以表示为

$$L_i(\xi_a)=\{(R+H_{i-1})^2+(R+H_i)^2-2(R+H_{i-1})(R+H_i)\cos(\Gamma(\xi_a))\}^{\frac{1}{2}} \tag{8}$$

其中，$\Gamma(\xi_a)=\sigma_i(n_i)-\sigma_{0i}(\xi_a)+\theta_i$。

其余光路位于真空中，可表示为

$$L_{N+1}(\xi_a)=\{(R+H_N)^2+(R+H)^2-2(R+H_N)(R+H)\cos(\Lambda(\xi_a))\}^{\frac{1}{2}} \tag{9}$$

其中，$N$ 对应于最后一个分层，$\Lambda(\xi_a)=\upsilon_N-\delta_N+\omega_N(\xi_a)-\omega(\xi_a)$。利用式(8)和(9)可以计算得到经过大气折射后的链路总距离。

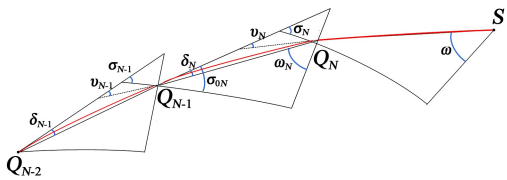



图 2 图 1 所示射线路径放大后的示意图

## 1.2 大气透射率

对于星地 QKD 来说，大气透射率 $T_{cha}$ 会随着天顶角的变化而变化[17]，$T_{cha}$ 的计算公式如下：

$$T_{cha}(\xi)=T_0^{\sec\xi} \tag{10}$$

其中，$T_0$ 是天顶角为 0°时的大气传输率。根据大气透射谱，对于本文所采用的 810 nm 信号光波长，$T_0=0.8$。

利用式(10)可以计算得到 810 nm 波长条件下大气透射率随天顶角的变化，结果如图 3 所示。从图 3 可以看出，随着天顶角的增大，大气透射率逐渐

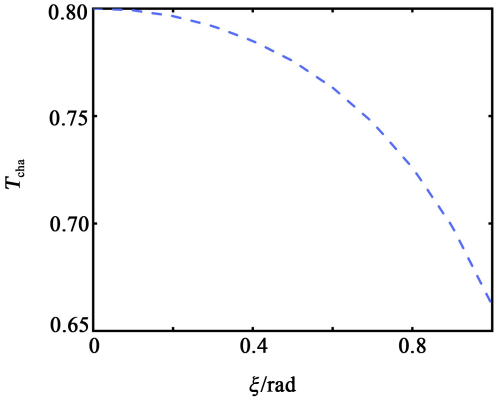



图 3 大气透射率随天顶角的变化情况

降低，可见天顶角对信道传输性能的影响是比较严重的。

### 1.3　量子比特误码率(QBER)

星地 QKD 过程中，地面站在接收信号的同时还将接收到较强的背景光辐射，此时背景光将和信号光一起被处理，使整个星地 QKD 系统的性能恶化，信噪比下降。在考虑背景光辐射时，一般认为背景光由均匀的辐射源产生。辐射光源分为两种基本类型：①扩展光源；②分立光源或点光源[18]。在星地 QKD 中，天空是主要的背景光源，在这里只对一般性的背景光噪声进行分析。

常用辐射谱函数 $\omega(\lambda)$ 来表示背景辐射源，定义为在波长 $\lambda$ 处的单位带宽上，每单位面积光源辐射到单位立体角内的功率[18]。

大多数背景光源都可用黑体辐射模型描述，其辐射谱由下式给出：

$$\omega(\lambda)=\frac{c^2h}{\lambda^5}\left[\frac{1}{\mathrm{e}^{hc/\kappa\lambda T}-1}\right] \tag{11}$$

式(11)是一个随波长和温度变化的量，其中 $c$ 是光速；$h$ 为普朗克常数；$\kappa=1.38\times10^{-23}$ J/K，为玻耳兹曼常数；$T$ 为辐射的开尔文温度。

在只考虑背景光影响下，量子比特误码率(QBER)可以利用下式计算[19]：

$$QBER_{\mathrm{bac}}=\frac{1}{2}\frac{B\tau n}{1-\exp(-\mu T_{\mathrm{cha}}P_{\mathrm{acq}}T_{\mathrm{app}}\eta_{\mathrm{det}}F_{\mathrm{mea}})} \tag{12}$$

式中，$T_{\mathrm{cha}}$ 为大气透射率，$\eta_{\mathrm{det}}$ 为探测器量子效率，$T_{\mathrm{app}}$ 为系统装置传输率，$n$ 为探测器的数目。由于星地量子通信一般利用偏振态承载信息，所以接收端通常采用四个相同的探测器进行探测[20]。在时间窗口 $\tau$ 的条件下，背景率 $B$ 的计算公式为

$$B=\begin{cases}\omega(\lambda)\Delta\lambda\Omega_{\mathrm{s}}A, & \Omega_{\mathrm{fv}}\geqslant\Omega_{\mathrm{s}}\\ \omega(\lambda)\Delta\lambda\Omega_{\mathrm{fv}}A, & \Omega_{\mathrm{fv}}\geqslant\Omega_{\mathrm{s}}\end{cases} \tag{13}$$

其中，$\Delta\lambda$ 为波长附近的带宽，$\Omega_{\mathrm{fv}}$ 为立体视场角，$\Omega_{\mathrm{s}}$ 为背景辐射源立体角，$A=\pi d^2/4$ 为接收机的面积。

$P_{\mathrm{acq}}$ 为单光子捕获概率，可由下式计算得到：

$$P_{\mathrm{acq}}=\int_0^{2\pi}\int_0^{d/2}\frac{8}{\pi L^2\theta_0^2}\exp\left\{-\frac{8}{L^2\theta_0^2}[(r\cos\beta+L\varphi_{\mathrm{e}})^2+(r\sin\beta)^2]\right\}\cdot r\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\beta \tag{14}$$

式中，$L$ 为链路距离，$\theta_0$ 为远场发散角，$d$ 为接收机天线孔径，$\varphi_{\mathrm{e}}$ 为发射机的跟瞄误差。在 BB84 协议中，$F_{\mathrm{mea}}$ 是数值为 1 的测量因子。

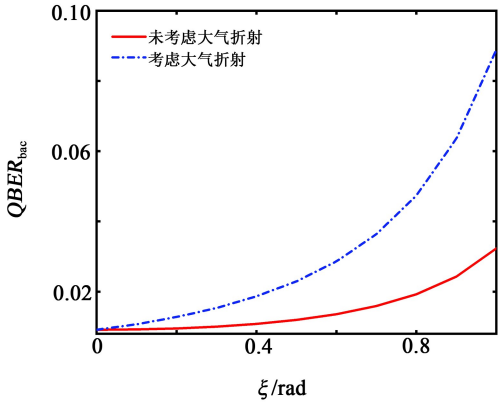
## 2　结果分析

为了分析大气折射效应以及三种不同背景光对 QBER 的影响，我们分别仿真得到了未考虑大气折射和考虑了大气折射效应时不同背景光条件下 QBER 随天顶角的变化情况，结果如图 4 所示，所用仿真参数如表 2 所示。

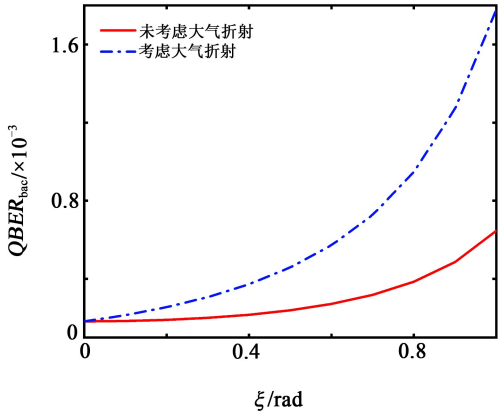
**表 2　仿真参数**

| 参数 | 值 |
|---|---|
| $\lambda$/nm | 810 |
| $\tau$/ns | 1 |
| $\eta_{\mathrm{det}}$ | 0.65 |
| $\Delta\lambda$/nm | 1 |
| $d$/m | 0.5 |
| $\Omega_{\mathrm{fv}}$/μrad | 40 |
| $M$ | 0.45 |
| $\varphi_{\mathrm{e}}$/μrad | 0 |
| $\theta_0$/μrad | 20 |

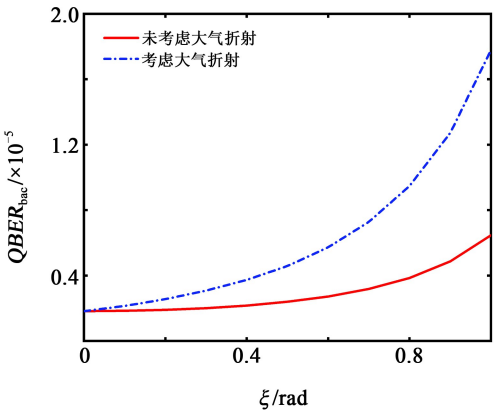
图 4(a)～(c)分别是 810 nm 信号光波长在白天晴朗、满月晴朗和无月晴朗三种不同的背景光条件下 QBER 计算结果，通过分析可以得到以下结论：(1)无论何种背景光条件下，QBER 总是随着天顶角的增大而增高；(2)无月晴朗背景光条件下，误




(a)　白天晴朗背景光




(b)　满月晴朗背景光




(c) 无月晴朗背景光

图 4 三种背景光条件下 QBER 随天顶角的变化情况

码率最低,大概在 $10^{-6}\sim10^{-5}$,满月晴朗条件下,次之,大概在 $10^{-4}\sim10^{-3}$,白天晴朗背景光条件下误码率最高,大概在 $10^{-2}$;(3)同一背景光条件下,考虑大气折射效应的 QBER 总是大于未考虑大气折射效应的结果,且随着天顶角的增大这种差异越来越明显。由此可见,在实际的星地 QKD 中,有必要考虑大气折射对链路性能造成的影响。除此之外,若想获得较低的误码率,可以在夜晚晴朗条件下进行试验。

## 3 结束语

本文研究了采用 810 nm 信号光波长时,星地 QKD 在考虑和未考虑大气折射效应两种不同条件下的只考虑背景光的 QBER 随天顶角的变化情况。通过利用建立的分层结构星地 QKD 信道传输模型,分别仿真得到了三种不同背景光条件下 QBER 随天顶角的变化趋势。结果表明,大气折射效应的存在使得链路距离增长,对于较大的天顶角,未考虑大气折射效应将对 QKD 性能产生较大的影响。此外,为了获得更好的通信性能,需要在夜晚晴朗的天气条件下进行实验。本文的研究结果可以为实际星地 QKD 实验提供一定参考。

**参考文献:**

[1] Wootters W K, Zurek W H. A single quantum cannot be cloned[J]. Nature, 1982, 299(5886): 802-803.

[2] Bennett C H, Brassard G. Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing [J]. Theoretical Computer Science, 2014, 560: 7-11.

[3] Liao S K, Cai W Q, Handsteiner J, et al. Satellite-relayed intercontinental quantum network [J]. Phys. Rev. Lett., 2018, 120(3): 030501.

[4] Bedington R, Arrazola J M, Ling A. Progress in satellite quantum key distribution [J]. Npj. Quantum Information, 2017, 3(1): S41534.

[5] Sharma V, Banerjee S. Analysis of atmospheric effects on satellite-based quantum communication: A comparative study [J]. Quantum Information Processing, 2019, 18(3): S11128.

[6] Carrasco-Casado A, Takenaka H, Kolev D, et al. LEO-to-ground optical communications using SOTA (Small Optical TrAnsponder)-payload verification results and experiments on space quantum communications[J]. Acta Astronautica, 2017, 139(oct.): 377-384.

[7] Villoresi R. Experimental verification of the feasibility of a quantum channel between space and earth[J]. New J. Phys., 2008, 10(3): 3436-3440.

[8] Miao E L, Han Z F, Gong S S, et al. Background noise of satellite-to-ground quantum key distribution[J]. New J. of Phys., 2005, 7: 215.

[9] Liao S K, Yong H L, Liu C, et al. Long-distance free-space quantum key distribution in daylight towards inter-satellite communication[J]. Nature Photon., 2017, 11: 509-513.

[10] 徐科华, 马 晶, 谭立英. 月地激光通信系统误码率分析[J]. 半导体光电, 2005, 26(1): 50-53, 57.
Xu K H, Ma J, Tan L Y. Bit error rate in lunar-earth optical communication systems [J]. Semiconductor Optoelectronics, 2005, 26(1): 50-53, 57.

[11] 胥全春, 俞建杰, 周彦平, 等. 星地激光通信中地球背景辐射的抑制研究[J]. 红外与激光工程, 2014, 43(7): 2300-2306.
Xu Q C, Yu J J, Zhou Y P, et al. Decreasing earth background radiation in satellite-ground communication [J]. Infrared and Laser Engin., 2014, 43(7): 2300-2306.

[12] 戴 阳, 崔雪森, 伍玉梅, 等. 白天天空背景光变化特性的理论计算与实验测量[J]. 激光杂志, 2008, 29(5): 39-41.
Dai Y, Cui X S, Wu Y M, et al. Theoretical computation and experimental measurement on the properties of scattering irradiance in daytime[J]. Laser J., 2008, 29(5): 39-41.

[13] Vasylyev D, Vogel W, Moll F. Satellite-mediated quantum atmospheric links[J]. Phys. Rev. A, 2019, 99(5): 053830.

[14] 斯托克. 物理手册[M]. 吴锡真, 李祝霞, 陈师平, 译. 北京: 北京大学出版社, 2007: 143, 708.
Stockerh. Handbook of Physics[M]. Wu X Z, Li Z X, Chen S P, Translated. Beijing: Peking University Press, 2007: 143, 708.

[15] Chen J B, Zhu X, Zhao H L, et al. The new deducing method of atmosphere convection layer pressure formula and the amendment of international atmosphere pressure equation [J]. J. of Logistical Engin. University, 2011, 27(4): 82-87.

[16] Jiang D G, Zhang P, Deng K, et al. The atmospheric refraction and beam wander influence on the acquisition of

LEO-ground optical communication link[J]. Optik-Inter. J. for Light and Electron Optics, 2014, 125(15): 3986-3990.

[17] 马　晶，张光宇，谭立英. 基于泊松分布单光子源的量子误码率的分析[J]. 光学技术，2006，32(1)：101-104.
Ma J, Zhang G Y, Tan L Y. Analysis of quantum bit error rate based on single-photon source with poisson distribution[J]. Optical Technol., 2006, 32(1): 101-104.

[18] 谭立英. 卫星光通信技术[M]. 北京：科学出版社，2004：59-61.
Tan L Y. Satellite Optical Communication Technology[M]. Beijing: Science Press, 2004: 59-61.

[19] 张光宇，于思源，马　晶，等. 背景光对星地量子密钥分配量子误码率的影响[J]. 光电工程，2007，32(2)：126-129.
Zhang G Y, Yu S Y, Ma J, et al. Influence of background light on quantum bit error rate in satellite-to-ground quantum key distribution[J]. Opto-Electronic Engin., 2007, 32(2): 126-129.

[20] Gisin N, Ribordy G, Tittel W, et al. Quantum cryptography [J]. Rev. of Modern Phys., 2002, 74(1): 145-195.

## 作者简介：

**刘　涛**(1981—)，男，河北省保定市人，博士，副教授，长期从事光通信、量子通信和非线性光学等领域的科研和教学工作。