光电技术及应用

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2022042702

基于EETS与GC的非规则QC-LDPC码低错误平层构造方法

袁建国[1*]，谭森伟[2]，张帅康[1]，张育宁[1]，蒯家松[1]

（重庆邮电大学 1. 光电工程学院；2. 通信与信息工程学院，重庆 400065）

摘　要： 针对准循环低密度奇偶校验(QC-LDPC)码在高信噪比区域可能出现的错误平层现象，提出了一种基于消除基本陷阱集(Eliminating Elementary Trapping Sets，EETS)和围长约束(Girth Constraints，GC)的非规则QC-LDPC码构造方法。该方法通过巧妙选取度分布，利用基本陷阱集搜索和围长约束改进渐进边增长(Progressive Edge Growth，PEG)算法构造基矩阵，然后通过等差(Arithmetic Progression，AP)序列扩展得到所需的校验矩阵。该方法仅需对简单环形式的ETS进行搜索和消除，就能确保构造的基矩阵中不存在设置范围内的绝大多数ETS，从而降低错误平层现象，且该方法计算复杂度相对较低，可灵活设计码长码率。仿真结果表明，由所提出构造方法构造的非规则QC-LDPC码比其他五种QC-LDPC码的纠错性能更为优越，且没有明显的错误平层现象。

关键词： 基本陷阱集；围长约束；错误平层；非规则准循环低密度奇偶校验码

中图分类号： TN911.22　**文章编号：** 1001－5868(2022)05－0949－06

Construction Method with the Low Error Floor of Irregular QC-LDPC Codes Based on EETS and GC

YUAN Jianguo[1]，TAN Senwei[2]，ZHANG Shuaikang[1]，ZHANG Yuning[1]，KUAI Jiasong[1]

（1. School of Optoelectronic Engineering；2. School of Communication and Information Engineering，Chongqing University of Posts and Telecommunications，Chongqing 400065，CHN）

Abstract： Aiming at the phenomena that there may be an error floor of quasi-cyclic low-density parity-check（QC-LDPC）codes in high signal-to-noise ratio（SNR）region，a novel construction method of irregular QC-LDPC codes based on eliminating elementary trapping sets（EETS）and girth constraints（GC）was proposed. The proposed method constructed the basic matrix by means of selecting the degree distribution dexterously and using the ETS search and girth constraints to modify the progressive edge growth（PEG）algorithm，and then obtained the final check matrix by means of expanding the arithmetic progression sequence（APS）. Furthermore，only by simply searching and eliminating the ETS in the form of the simple cycles，the proposed method assured that the majority of the ETS in the set range do not exist in the constructed basic matrix，thus the error floor phenomenon was reduced. The proposed method could flexibly adjust and design the code-length and code-rate with relatively low complexity. The simulation results show that the error-correction performance of the irregular QC-LDPC code constructed by the proposed construction method，compared with the five QC-LDPC codes，is more superior and of no obvious error floor

收稿日期：2022－04－27.

基金项目：国家自然科学基金项目(U21A20447，61971079)；重庆市基础前沿项目(cstc2019jcyjmsxmX0666)；重庆市技术创新与应用发展专项项目(cstc2021jscx-gksbx0051).

* **通信作者：**袁建国　**E-mail：**yyyjg@126.com

phenomenon.

Key words: elementary trapping sets; girth constrains; error floor; irregular QC-LDPC codes

0 引言

准循环低密度奇偶校验码(Quasi-Cycle Low-Density Parity-Check Codes,QC-LDPC)因其高效并行硬件实现、较低的编译码复杂度和出色的纠错性能成为LDPC码的一个重要类别[1]。通过在QC-LDPC码中引入非规则的度分布,可以提高QC-LDPC码的瀑布区性能,但这种瀑布区的性能提升往往是以较明显的错误平层为代价的[2]。这是因为非规则度分布的引入增加了Tanner图中导致译码失败的陷阱集(Trapping Sets,TS)等拓扑结构,这类陷阱集等拓扑结构会引起非规则QC-LDPC码出现错误平层现象。非规则QC-LDPC码在光链路、储存设备、空间通信等中具有广泛应用[3-4]。因此如何消除陷阱集,构造低错误平层的非规则QC-LDPC码是一项具有挑战性的任务。

近年来,许多学者针对错误平层现象进行了大量研究,包括通过测量围长[5]、短环多样性[6]以及短环连接方式[7]等方式间接构造低错误平层LDPC码。也有通过消除陷阱集直接构造低错误平层LDPC码的方法,如Naseri等人通过约束Tanner图中8环的类型而避免规则QC-LDPC码中的小陷阱集[8]。但此方法不适用于非规则QC-LDPC码,且对扩展系数提出了要求。Hashemi提出了非规则QC-LDPC码Tanner图中基本陷阱集的Dot,Path,Lollipop(DPL)扩展方法[9]用于搜索无叶基本陷阱集(Leafless Elementary Trapping Sets,LETS)和有叶基本陷阱集(Elementary Trapping Sets with Leaf,ETSL)。此方法能对基本陷阱集(Elementary Trapping Sets,ETS)进行穷尽搜索但搜索计算复杂度很高。Karimi在全连通基矩阵上构造不含LETS[10]的规则QC-LDPC码。之后又针对非规则QC-LDPC码提出基于DPL扩展和LETS结构中父子关系的最小父结构搜索方法[11]。此搜索方法相较于文献[9]中对LETS进行穷尽DPL扩展的计算复杂度有所降低,但对Tanner图中LETS的父结构识别筛选过程依然复杂。

本文针对非规则QC-LDPC码中ETS搜索消除过程复杂度较高的问题,通过度分布的巧妙选择和围长约束,无需对目标范围内的ETS进行DPL扩展消除,只消除由简单环构成的基本陷阱集,便能消除设置范围内的绝大多数基本陷阱集。在该方法中,首先选取合适的度分布,利用基于基本陷阱集搜索和围长约束改进的PEG算法构造出基本矩阵,再通过循环扩展得到最终校验矩阵。仿真结果表明,利用本文提出的方法构造的QC-LDPC码型,具有良好的纠错性能,并且未出现明显错误平层现象。

1 陷阱集与基本陷阱集扩展

1.1 陷阱集

在LDPC码译码过程中错误平层的产生和Tanner图中的陷阱集有关,其中在AWGN信道中引发错误平层现象的主要原因是基本陷阱集的存在,基本陷阱集分为无叶基本陷阱集和有叶基本陷阱集,有叶基本陷阱集(ETSL)又分为Ⅰ型有叶基本陷阱集($ETSL_1$)和Ⅱ型有叶基本陷阱集($ETSL_2$)。相关定义如下:

定义1:一个(a,b)陷阱集S是变量节点集合V的子集,S的大小即S中变量节点个数a,与S相连的度数为奇数的校验节点个数为b。我们也称陷阱集S属于(a,b)类,a,b值越小,对纠错性能影响越大。特别地,如果与S相连的所有校验节点度数都不大于2,则S是一个(a,b)基本陷阱集。图1是一个变量节点度数$d_v=3$的$(4,4)$基本陷阱集。白色矩形表示度数为偶数的校验节点,用$\Gamma_e(S)$表示。黑色矩形表示度数为奇数的校验节点,用$\Gamma_o(S)$表示。圆点表示变量节点。

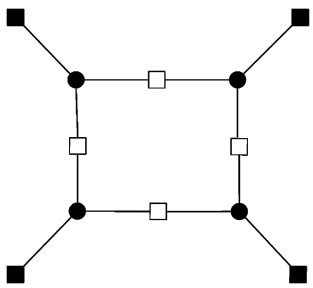


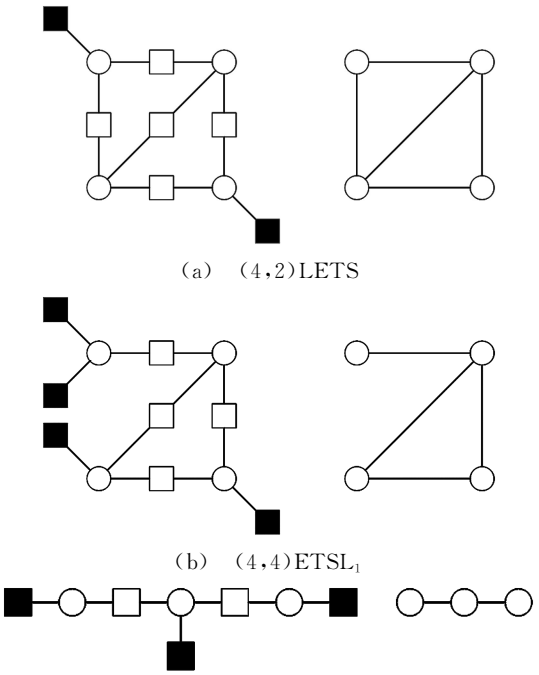
图1 $d_v=3$的$(4,4)$ETS

定义2:将ETS的Tanner图$G(S)$中的$\Gamma_o(S)$移除,将$\Gamma_e(S)$用直线替代,同时去除$\Gamma_o(S)$的连接

线，得到的图称为 S 的正态图[12]（Normal Graph），用 $G(\hat{s})$ 表示。

定义 3：若 ETS 中的每个变量节点都至少连接两个 $\Gamma_e(S)$，则此基本陷阱集为无叶基本陷阱集。

定义 4：若 ETS 中至少有一个变量节点只连接一个 $\Gamma_e(S)$，则此 ETS 为 ETSL。若 ETSL 中至少含有一个环则是 $ETSL_1$，否则是 $ETSL_2$。图 2(a)，(b)，(c) 分别为 (4，2) LETS，(4，4) $ETSL_1$ 和 (3,3)$ETSL_2$ 与各自的正态图。



(a)　(4,2)LETS

(b)　(4,4)$ETSL_1$

(c)　(3,3)$ETSL_2$

图 2　(4,2)LETS，(4,4)$ETSL_1$ 和(3,3)$ETSL_2$ 与各自的正态图

1.2　基本陷阱集扩展

文献[10]中提出了基于非规则 QC-LDPC 码 Tanner 图中基本陷阱集的 DPL 扩展，相关定理叙述如下：

定理 1：对非规则 Tanner 图中的(a,b)LETS，分别使用 $\mathrm{dot}_m^k(2\leqslant m\leqslant k)$，$pa_m(m\geqslant 2)$ 和 $lo_m^c(m\geqslant g/2, g/2\leqslant c\leqslant m)$ 扩展会得到$(a+1,b+k-2m)$，$(a+m,b-2+\sum_{i=1}^{m}(d_{vi}-2))$ 和 $(a+m,b-2+\sum_{i=1}^{m}(d_{vi}-2))$LETS。其中 $d_{vi}, i=1,\cdots,m$ 是扩展的变量节点度数。

基于定理 1 可以推得定理 2。

定理 2：在度分布为 $\lambda(x)$ 的非规则 Tanner 图中，对 (a,b)LETS 使用 $\mathrm{dot}_m^k(2\leqslant m\leqslant k)$，$pa_m(m\geqslant 2)$ 和 $lo_m^c(m\geqslant g/2, g/2\leqslant c\leqslant m)$ 扩展得到 (a',b')LETS，b' 的最小值分别等于 $(b+\min\{z-2a,-y\})^+$，$(b-2+\mathrm{m}(d_{v_{\min}}-2))^+$，$(b-2+(m-1)(d_{v_{\min}}-2)+d'-2)^+$。符号 $(f)^+=\max(f,0)$，y 是 $\lambda(x)$ 的最大值且小于等于 a，z 是 $\lambda(x)$ 的最小值且大于 a，当 $d_{v_{\min}}=2$ 时，d' 是大于 2 的 $\lambda(x)$ 最小值，当 $d_{v_{\min}}>2$ 时，$d'=d_{v_{\min}}$。

定理 2 给出了一个 (a,b)LETS 通过 DPL 扩展之后 b' 的下限值，不难看出通过 $pa_m(m\geqslant 2)$ 和 $lo_m^c(m\geqslant g/2, g/2\leqslant c\leqslant m)$ 扩展之后 b 值分别最多减小 2 和 1，而通过 $\mathrm{dot}_m^k(2\leqslant m\leqslant k)$ 扩展后的 b 值能减少更多。

在非规则 LDPC 码中除了 LETS，ETSL 的存在也是错误平层产生的原因。文献[11]证明了非规则 QC-LDPC 码的错误平层中没有 $ETSL_2$ 的影响，同时基于 $ETSL_1$ 的扩展原理提出定理 3 说明不需要单独进行 $ETSL_1$ 的搜索和消除。

定理 3：在最小度分布 $\delta(G)\geqslant 2$ 的非规则 Tanner 图 G 中如果不存在 $a\leqslant a_{\max}, b\leqslant b_{\max}$ 的 LETS，那么 G 中也不存在 $a\leqslant a_{\max}+1, b\leqslant b_{\max}$ 的 $ETSL_1$。

由以上分析可知，想要消除非规则 QC-LDPC 码的错误平层现象只需要进行 LETS 的搜索和消除即可。

定理 4[11]：不含校验节点度数为奇数的非规则 Tanner 图 G 中不存在任意 b 为奇数的 (a,b)ETS。

由定理 4 可知，在构造校验矩阵时可以通过设置不含奇数度数的度分布避免任意 b 为奇数的 (a,b)ETS 出现，以减少 ETS 搜索计算量。

2　围长约束与等差序列

2.1　围长约束

Tanner 图中从任意变量节点出发，依次经过校验节点和变量节点，最终回到出发节点的路径称为环。若环中没有弦（chord）存在，此环称为简单环[12]。记环中变量节点数量为 d，则环长为 $l=2d$。在 Tanner 图中最短的环长为围长。通过一个变量节点的最短环长度称为变量节点的局部围长。对校验矩阵进行平均围长（Girth Average，GA）约束可以有效地降低矩阵中短环的比重[13]，从而改善纠错性能。

定义 5：不在环中，但与环中的任意两个点相邻

的一条边称为弦。

定义 6:校验矩阵的 GA 定义如下:

$$g_{\mathrm{av}}=\sum_{k=2}^{l_{\max}/2} g_i(2k)\cdot 2k \tag{1}$$

其中,k 为第 i 个变量节点局部围长的一半,$l_{\max}$ 为所有变量节点的最大围长,$g_i(l)$为局部围长为 l 的变量节点占总变量节点的百分比。

2.2 等差序列

定理 5[14]:如果基矩阵中各个元素差值 $d_{i,j}$ 满足公式(2),则对任意 $m\times n$ 的基矩阵,其对应的 Tanner 图的围长至少为 8。

$$\begin{cases} d_{1,j}=d\geqslant 0 \\ d_{2k+2,j}=d_{2k+1,j}+1, & k\geqslant 0 \\ d_{4k+3,j}=\max\{n-j+d_{4k+2,j},j+d_{4k+2,j}\}, & k\geqslant 0 \\ d_{4k+1,j}=(n-1)(d_{4k,j}-d)+d+1, & k\geqslant 1 \end{cases} \tag{2}$$

式中,$d_{i,j}=p(i,j+1)-p(i,j)$,$1\leqslant i\leqslant m$,$1\leqslant j\leqslant n-1$。$d_{i,j}$ 表示基矩阵中第 i 行第 $j+1$ 列与前一个元素之差,d 是一个可任意设置的值,为第一行元素的公差。由定理 5 可知,通过等差(Arithmetic Progression,AP)序列构造的基矩阵对应的 Tanner 图的围长至少为 8。

3 基于基本陷阱集搜索的 QC-LDPC 设计

基于简单环与基本陷阱集关系以及基本陷阱集的扩展规则,可以使用算法 1 对简单环形式基本陷阱集进行搜索。

```
算法 1:基本陷阱集搜索方法
for i=1:m
    初始化最大环长为 2l,设列表 A 为 l 行 5 列的零矩阵;
    将检验节点与当前变量 v_i 节点相连,查询出环长小于或等于 2l 的所有环;
    搜索所有由简单环构成的基本陷阱集,并在 A 的对应位置进行计数,其中,3≤a≤8,0≤b≤4;
    对 A 中对应的各基本陷阱集求和,并存放在 B 的对应行中;
  if B 的该行元素之和为 0
    选取该校验节点,并且跳出整个循环;
else
    对下个校验节点进行测试;
    end
end
for j=1:m
    查询 B 中每行,找出基本陷阱集总数最小的行,则该行对应的校验节点即为当前的最优节点,并选取此节点;
end
```

结合算法 1 与围长约束,改进的 PEG 算法如下:

在本文中,首先使用算法 2 构造一个 24×48 的基矩阵,根据密度进化算法设定初始度分布为 $\lambda_1(x)=0.383\,54x+0.042\,37x^2+0.574\,09x^3$,然后根据定理 4 将变量节点集中的第 27,28 位变量节点度数由 3 改为 4。同时第 25,26 位变量节点度数由 2 改为 4,得到新的度分布:$\lambda_2(x)=0.333\,34x+0.666\,66x^3$。

```
算法 2:结合基本陷阱集搜索与围长约束的改进 PEG 算法
输入:基矩阵大小 m×n,度分布 λ(x),平均围长阈值 γ_av
for j=1:n
    for k=1:d_v(j)
  if k=1
E^1_{s_j} ← (c_l,s_j), E^1_{s_j} 表示连接到变量节点 s_j 的第一条边,c_l 满足在所有校验节点集合构成的子图中度最小。
    else 把树图从点 s_j 扩展到 l 层;
        if 满足 N^l_{s_j} 和 N^{l+1}_{s_j} 的元素个数相等(N^l_{s_j} 表示以 s_j 为根,到第 l 层的所有校验节点集合)
使用算法 1 进行基本陷阱集搜索,筛选最优校验节点;
        使用公式(2)计算当前节点平均围长 g_av,若 g_av≥γ_av 选取当前节点;
            else if 满足 N^l_{s_j} ≠ Ø 但 N^{l+1}_{s_j} ≠ Ø
            使用算法 1 进行基本陷阱集搜索,筛选最优校验节点;
        使用公式(2)计算当前节点平均围长 g_av,若 g_av ≥ γ_av 选取当前节点;
        end
    end
  end
end
```

然后,由定理 4 可知,由此度分布构造的基矩阵中不存在任意 b 为奇数的(a,b)ETS。由于算法 1 已经确保基矩阵中不存在 $a\leqslant 8$,$b\leqslant 4$ 的(a,b)简单环 LETS。但 $a\leqslant 8$,$b>4$ 的简单环 LETS 依旧可能存在,并且这些简单环 LETS 可能通过 DPL 扩展成为 $a\leqslant 8$,$b\leqslant 4$ 范围内的 LETS。但结合定理 2 对扩展过程的分析可知,要使 b 值减小到能进入 $a\leqslant 8$,$b\leqslant 4$ 中,必定会有 4 环和 6 环产生,因而本文利用算法 2 中围长约束和 AP 序列扩展避免 4 环和 6 环的产生。

本文通过度分布的巧妙选择和围长约束,仅需简单的环搜索和消除就能确保基矩阵中 $a\leqslant 8$,$b<4$ 范围内绝大多数(a,b)ETS 不存在。然后再对基矩阵利用 AP 序列进行扩展就可以得到无错误平层现象的 QC-LDPC 码。

显然,该构造方法还可通过调整基矩阵大小和扩展因子 q 来灵活控制与设计码长码率。

4 仿真结果分析

本文使用基本陷阱集搜索结合围长约束构造非规则 QC-LDPC 码。为了验证该方法纠错性能的优越性,选取扩展因子 $q=50$,构造了码长为 2400、码率为 0.5 的非规则 QC-LDPC 码,并进行 MATLAB 仿真分析,本文仿真条件是:二进制相移键控

(Binary Phase Shift Keying，BPSK)调制，AWGN 信道，置信传播(Belief Propagation，BP)译码，为了平衡纠错性能与译码复杂度，译码迭代次数选择 50 次。使用算法 2 在未对围长进行约束的情况下构造出的基矩阵平均围长值不超过 9，为了进一步降低矩阵中短环的比重，平均围长阈值设为 $\gamma_{av}=10$。

将上述构造得到的非规则 PEG-Trap sets-Ave-AP(PTAA)-QC-LDPC(2400，1200)码型，与使用 PEG 和 AP 序列构造的非规则 PEG-AP-QC-LDPC(2400，1200)码型、IEEE802.16 标准中非规则 QC-LDPC(2400，1200)码型和文献[15]中非规则 PTAP-QC-LDPC(2400，1200)码型进行仿真对比分析，其仿真结果如图 3 所示；且在误码率 $BER=10^{-6}$ 时其四种码型的 NCG 对比结果如表 1 所示。

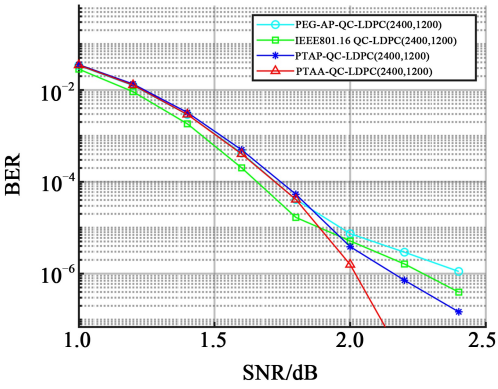


图 3　PTAA-QC-LDPC(2400，1200)码与其他三种码型的纠错性能对比

表 1　在误码率 $BER=10^{-6}$ 时，PTAA-QC-LDPC(2400，1200)码与其他三种码型的 NCG 对比结果

码型	SNR/dB	NCG/dB
PTAA-QC-LDPC(2400，1200)	2.02	—
PEG-AP-QC-LDPC(2400，1200)	2.42	0.40
IEEE 802.16 QC-LDPC(2400，1200)	2.27	0.25
PTAP-QC-LDPC(2400，1200)	2.17	0.15

由图 3 可知，本文构造的非规则 PTAA-QC-LDPC 码相较于 PEG-AP-QC-LDPC(2400，1200)码、IEEE 802.16 QC-LDPC(2400，1200)码以及 PTAP-QC-LDPC(2400，1200)码有更好的瀑布区表现，没有明显的错误平层现象。从表 1 也可知，在误码率为 10^{-6} 时，本文所构造的非规则 PTAA-QC-LDPC(2400，1200)码相较于 PTAP-QC-LDPC(2400，1200)码的净编码增益(Net Coding Gain，NCG)约提升 0.15 dB，相较于 IEEE 801.16 标准中 QC-LDPC(2400，1200)码的 NCG 约提升 0.25 dB，相较于 PEG-QC-LDPC(2400，1200)码的 NCG 约提升 0.40 dB。且随着信噪比增加，NCG 提升会进一步增大。

为了进一步论证本文所述构造方法的优越性，将本文构造的非规则 PTAA-QC-LDPC(2400，1200)码型与文献[11]中基于原模图所构造的非规则 Protograph-Based(PB) QC-LDPC(2400，1200)码和文献[8]中基于消除小陷阱集所构造的规则 Girth-8 QC-LDPC(2400，1200)码进行仿真对比分析，其仿真结果如图 4 所示；且在 $BER=10^{-7}$ 时，其三种码型的 NCG 对比结果如表 2 所示。

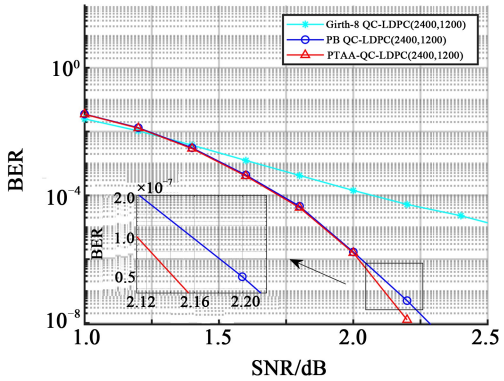


图 4　PTAA-QC-LDPC(2400，1200)码与其他两种码的纠错性能对比

表 2　在 $BER=10^{-7}$ 时，PTAA-QC-LDPC(2400，1200)码与其他两种码型的 NCG 对比结果

码型	SNR/dB	NCG/dB
PTAA-QC-LDPC(2400，1200)	2.12	—
PB QC-LDPC(2400，1200)	2.17	0.05
Girth-8 QC-LDPC(2400，1200)	3.80	1.68

由图 4 可知，本文构造的非规则 PTAA-QC-LDPC(2400，1200)码型与非规则 PB QC-LDPC(2400，1200)码相较于规则 Girth-8 QC-LDPC(2400，1200)码均有更好的纠错性能和瀑布区表现。并且从表 2 可知，在误码率为 10^{-7} 时，本文所构造的非规则 PTAA-QC-LDPC(2400，1200)码相较于非规则 PB QC-LDPC(2400，1200)码以及规则 Girth-8 QC-LDPC(2400，1200)码的 NCG 改善了约 0.05 和 1.68 dB。且随着信噪比增加，NCG 提升进一步增大。还可由图 4 对比分析可知，相较于非规则 PB QC-LDPC(2400，1200)码，本文所构造的非规则 PTAA-QC-LDPC(2400，1200)码在构造过程中消除了设置范围内的所有 ETS。此外，相较于文献[11]中基于原模图对 LETS 结构的父子关系进行 DPL 扩展消除的构造方法，本文所提出的构造方法在构造过程没有进行 DPL 扩展，因而其计算复杂

度更低，同时因为围长约束也具有更好的纠错性能。

因而，利用本文所提出的构造方法所构造的非规则 PTAA-QC-LDPC 码具有较好的纠错性能且没有明显的错误平层现象。

5 总结

本文针对 LDPC 码在高信噪比区域存在错误平层现象，提出了一种基于基本陷阱集搜索和围长约束的非规则 QC-LDPC 码构造方法。该方法首先通过度分布的巧妙选取，利用基本陷阱集搜索和围长约束改进 PEG 算法构造基矩阵，然后利用 AP 序列扩展得到所需的校验矩阵。本构造方法仅需对简单环形式的 ETS 进行搜索和消除，就能确保构造的基矩阵中不存在设置范围内的绝大多数 ETS，从而降低错误平层现象。仿真分析表明，本文构造的非规则 PTAA-QC-LDPC 码具有较好的纠错性能且有较好的瀑布区，没有明显的错误平层现象。并且本文的构造方法计算复杂度相对较低，可灵活设计码长码率。因而本文所提出的非规则 QC-LDPC 码构造方法具有较好的优越性。

参考文献：

[1] 吴 森，邱丽鹏，周 林，等. 高效低复杂度的 QC-LDPC 码全并行分层结构译码器[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版)，2018，30(3)：354-361.
Wu Miao，Qiu Lipeng，Zhou Lin，et al. Efficient low-complexity full-parallel-layered decoder for QC-LDPC codes[J]. J. of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition)，2018，30(3)：354-361.

[2] Zheng X，Lau F C M，Tse C K. Constructing short-length irregular LDPC codes with low error floor[J]. IEEE Trans. on Communications，2010，58(10)：2823-2834.

[3] IEEE Standard 802.16. IEEE Standard for Air Interface for Broadband Wireless Access Systems[S]. 2018.

[4] Liu J，Feng Q. A miniaturized LDPC encoder：Two-layer architecture for CCSDS near-earth standard[J]. IEEE Trans. on Circuits and Systems Ⅱ：Express Briefs，2021，68(7)：2384-2388.

[5] 袁建国，王宏森，张希瑞，等. 基于围长约束与 EMD 的低错误平层 LDPC 码构造方法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版)，2021，33(1)：67-72.
Yuan Jianguo，Wang Hongsen，Zhang Xirui，et al. Construction method of LDPC codes based on girth constraint and EMD with the low error floor[J]. J. of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition)，2021，33(1)：67-72.

[6] Liu X，Xiong F，Wang Z，et al. Design of binary LDPC codes with parallel vector message passing[J]. IEEE Trans. on Communications，2018，66(4)：1363-1375.

[7] 袁建国，汪 哲，高文春，等. 一种低错误平层 LDPC 码构造方法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版)，2017，29(1)：15-18.
Yuan Jianguo，Wang Zhe，Gao Wenchun，et al. A construction method of LDPC codes with the low error floor[J]. J. of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition)，2017，29(1)：15-18.

[8] Naseri S，Banihashemi A H. Construction of girth-8 QC-LDPC codes free of small trapping sets[J]. IEEE Communications Lett.，2019，23(11)：1904-1908.

[9] Hashemi Y，Banihashemi A H. Characterization of elementary trapping sets in irregular LDPC codes and the corresponding efficient exhaustive search algorithms[J]. IEEE Trans. on Information Theory，2018，64(5)：3411-3430.

[10] Karimi B，Banihashemi A H. Construction of QC LDPC codes with low error floor by efficient systematic search and elimination of trapping sets[J]. IEEE Trans. on Communications，2020，68(2)：697-712.

[11] Karimi B，Banihashemi A H. Construction of irregular protograph-based QC-LDPC codes with low error floor[J]. IEEE Trans. on Communications，2021，69(1)：3-18.

[12] Hashemi Y，Banihashemi A H. New characterization and efficient exhaustive search algorithm for leafless elementary trapping sets of variable-regular LDPC codes[J]. IEEE Trans. on Information Theory，2016，62(12)：6713-6736.

[13] Mao Y Y，Banihashemi A H. A heuristic search for good low-density parity-check codes at short block lengths[C]// IEEE Inter. Conf. on Communications. 2001，1：41-44.

[14] Zhang Y，Da X. Construction of girth-eight QC-LDPC codes from arithmetic progression sequence with large column weight[J]. Electron. Lett.，2015，51(16)：1257-1259.

[15] 袁建国，王宏森，张希瑞，等. 一种基于 AP 与消除陷集的低错误平层 QC-LDPC 码构造方法[J]. 半导体光电，2020，41(1)：146-150.
Yuan Jianguo，Wang Hongsen，Zhang Xirui，et al. A construction method of low error floor QC-LDPC codes based on the AP and eliminating elementary trap sets[J]. Semiconductor Optoelectronics，2020，41(1)：146-150.

作者简介：

袁建国(1968—)，男，博士，教授，硕士生导师，主要研究方向为通信系统中 LDPC 码与极化码编译码技术以及 OFDM 技术。