光电技术及应用

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2022050402

基于单轴光纤陀螺的曲线桥线形检测方法研究

柳 苗[1]，姜永生[2]，甘维兵[3]*，胡文彬[3]，王 早[1]，姜 茹[1]，涂世宇[1]

（1. 武汉理工大学 信息工程学院，武汉 430070；2. 交通运输部水运科学研究所，北京 海淀 100088；
3. 武汉理工大学 光纤传感技术与网络国家工程研究中心，武汉 430070）

摘 要： 针对现有基于单轴光纤陀螺的惯性检测系统无法用于曲线桥结构线形的局限，提出了一种基于单轴光纤陀螺的曲线桥有轨线形检测方法。首先，阐述了基于单轴光纤陀螺的直线桥线形检测原理、陀螺的误差来源和曲线桥检测难点，根据导航算法对单轴光纤陀螺检测弯道线形可行性进行分析；然后，搭建曲线型试验轨道和一套轨道检测小车及无线线形采集系统；最后，将集成好的线形检测系统在试验轨道上测试，通过改变试验轨道形变程度构造不同试验工况，将实际测量结果与千分尺测量结果对比以验证理论的可行性和准确性。结果表明，该方法可以识别不同工况下曲线型轨道形变程度，测量精度优于 1 mm，具有测量原理简单、系统实现和检测成本低的优势，结合桥梁检测轨道的配备，可为各类大型桥梁提供不封桥、不停运形变检测新思路。

关键词： 单轴光纤陀螺；曲线桥；有轨测量；桥梁形变

中图分类号： TP29 **文章编号：** 1001－5868(2022)05－0992－07

Curved Bridge Deformation Measuring Method Based on Single-Axis Fiber Optic Gyroscope

LIU Miao[1], JIANG Yongsheng[2], GAN Weibing[3], HU Wenbin[3], WANG Zao[1], JIANG Ru[1], TU Shiyu[1]

(1. School of Information Engin., WHUT, Wuhan 430070, CHN; 2. China Waterborne Transport Research Institute, Beijing 100088, CHN; 3. National Engin. Research Center of Fiber Optic Sensing Technol. and Networks, WHUT, Wuhan 430070, CHN)

Abstract: Aiming at the limitation that the existing inertial detection system based on single-axis fiber optic gyroscope cannot be used for deformation of horizontally curved bridge structure, a single-axis fiber optic gyroscope-based detection method for track deformation of curved bridges was proposed. Firstly, the principle of linear bridge deformation measuring based on single-axis fiber optic gyroscope was presented, and the error source of gyro and the difficulty of curved bridge detection were explained. Then the feasibility of curved track measuring by single-axis fiber optic gyroscope was analyzed according to the navigation algorithm. Secondly, a curved test track, a set of track detection trolley and wireless linear acquisition system were built. Finally, the integrated linear detection system on the test track was tested, different test stages by changing the deformation degree of the test track were performed, and then the actual measurement results were compared with the micrometer measurement results to verify the feasibility and accuracy of the proposed algorithm. The results show that the method can identify the precise deformation of curved track under different test stages with an accuracy of less than 1 mm. Owing to the simple measuring principle, when the systematic implementation and low measuring cost combined with the equipment of bridge track detection, the proposed method will provide a new approach for the massive deformation measurement of various large-scale bridges without closing bridge or stopping bridge transportation.

收稿日期：2022－05－04.

* **通信作者：**甘维兵 **E-mail：** ganweibing@whut.edu.cn

Key words：　single-axis fiber optic gyroscope；curved bridge；track measuring；bridge deformation

0　引言

桥梁健康安全受各种不可抗力因素和人为因素的影响，而发生形变的重要指标就是桥梁跨中下挠超出正常值，表现为挠度不断增加，增长率随时间推移呈加速变化，甚至超出预警值，因此检测桥梁健康状态的一个重要内容就是定期测量桥梁下挠形变值，或者通过定期检测桥梁立面挠曲线形来得到下挠形变值[1]。近年来，基于光纤陀螺（FOG）的线形测量方法被用于实际工程测量中。光纤陀螺是以光导纤维线圈为基础的角速度敏感元件，它结构简单、体积小、信号稳定，通过增加光纤长度或光在线圈中循环传播次数，可以提高角速度检测精度。由光纤陀螺构成的线形检测系统，集成了加速度测量传感器，根据捷联矩阵和积分算法可以推导出载有光纤陀螺的运载体运动轨迹。当运载体沿桥梁表面固定路线行驶即可获得桥梁形变曲线[2]。

众多学者针对光纤陀螺用于桥梁健康检测领域所存在的不足进行探讨和优化。李书恒等针对光纤陀螺长时间工作输出值易受零偏影响，提出将光纤陀螺输信号与加速度输出值融合得到最优倾角估计值，以消除光纤陀螺输出信号累积漂移的新算法[3]；甘维兵等针对桥梁的微小形变，探索了检测小车前后轮里程计算输出新模型，提高了微小形变检测的精确性[4]；Yang 等利用小波变换对光纤陀螺采集的路面数据信号进行分解和重构，定位奇异信号，消除了凸起和伸缩缝对检测数据的污染[5]，并进一步利用经验模态分解（Empirical Mode Decomposition，EMD）和本征模态函数（Intrinsic Mode Function，IMF）相结合的方法，恢复了因颠簸产生的轨迹漂移，在几乎没有失真的情况下还原了原始信号[6]；李长杰等针对检测小车路径偏差难以消除的问题，提出了基于光纤陀螺的有轨结构形变检测新方法，在待检测路面铺设一条永久性轨道，通过测量轨道线形来反演结构形变，将检测精度提高到 1 mm[7]。

基于光纤陀螺的桥梁形变检测，安装和测量准备工序简单，不受天气和光线影响，可以快速完成大跨度桥梁的连续性测量，并且精度达到毫米级，满足工程测量要求。当前，鉴于桥梁工程结构检测成本限制和实施可行性，基于光纤陀螺的桥梁线形检测方法，一般基于单轴陀螺，受限于单轴陀螺线形检测原理，只能用于平面线形为直线桥的立面挠曲线形检测，无法测量平面线形呈某种曲线形状的桥梁，即曲线桥。

本文针对目前基于单轴光纤陀螺的桥梁线形检测方法，根据其现有应用场景的不足，提出了单轴光纤陀螺测量曲线桥的构想，探讨了其理论依据。通过搭建曲线型试验轨道进行不同实验工况测试，验证了该理论的可行性和准确性，拓展了单轴光纤陀螺在桥梁形变检测中的应用场景。

1　检测原理

1.1　线形检测原理

在导航[8]领域中，一般采用三轴光纤陀螺测量载体姿态参数，如图 1 所示，以机体重心为坐标原点建立坐标系，航向角是指实际航向与计划航向之间的夹角，对应陀螺敏感轴 Z；俯仰角是指机体轴与 xoy 平面之间的夹角，对应敏感轴 X；横滚角是机体绕 y 轴转动的角度，对应敏感轴 Y。三轴陀螺实时测量三个轴角度信息，结合加速度计经过积分得到距离，根据初始条件实时推导出三轴光纤陀螺捷联惯导的运动轨迹，即航空器的空间曲线轨迹[9]。

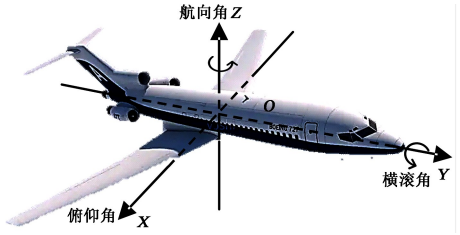


图 1　三轴光纤陀螺敏感轴与载体姿态的关系示意图

在桥梁等大型结构的形变检测中，因桥梁形变导致的挠度变化转换到光纤陀螺检测参数上即俯仰角实时变化值，因此一般采用单轴陀螺进行表面线形检测。将单轴陀螺相对于待测桥梁平面垂直放置，根据右手螺旋定则，单轴陀螺敏感轴垂直于光纤线圈环，由光的萨格奈克（Sagnac）效应，通过检测光纤线圈转动造成干涉信号的强度计算出环形光路旋转的速率，结合里程计通过积分算法得到桥梁表面线形平面曲线，解算原理[10]如图 2 所示。

在线形解算中，将搭载光纤陀螺的运载体小车视为质点，设第 i 时刻运载体小车所在位置为（x_i，y_i），下一时刻位置为（x_{i+1}，y_{i+1}），当前位置和下一

时刻位置之间的关系如式(1)：

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + \Delta x = x_i + \Delta L\cos(\theta_i + \Delta\theta) \\ y_{i+1} = y_i + \Delta y = y_i + \Delta L\sin(\theta_i + \Delta\theta) \end{cases} \tag{1}$$

式中，ΔL 为当前位置和下一位置里程计触发间隔，里程脉冲间隔极短，其间隔可以近似作为直线计算；$\Delta\theta$ 为单轴陀螺前后位置间隔俯仰角变化值，与光纤陀螺转动角速度 ω 之间的关系如式(2)所示：

$$\Delta\theta = \int_{t_i}^{t_{i+1}} \omega_{i+1}\,\mathrm{d}t \tag{2}$$

故该线形坐标解算公式可以表示为式(3)：

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + \Delta x = x_i + \Delta L\cos\left(\theta_i + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \omega_{i+1}\,\mathrm{d}t\right) \\ y_{i+1} = y_i + \Delta y = y_i + \Delta L\sin\left(\theta_i + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \omega_{i+1}\,\mathrm{d}t\right) \end{cases} \tag{3}$$

根据式(1)和(3)建立递推关系式，即可得到基于单轴陀螺的检测载体沿桥梁行驶所测桥梁形变曲线。

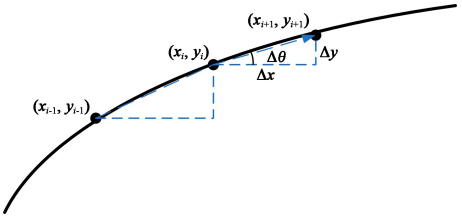
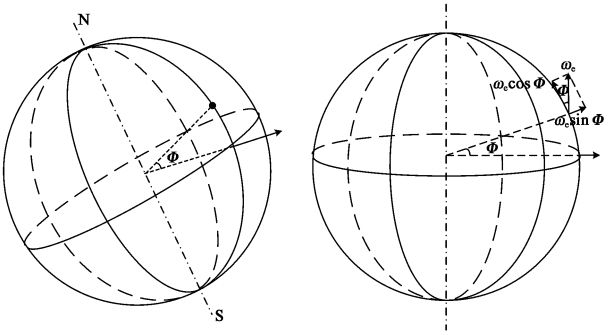


图 2 基于单轴陀螺的桥梁形变线形检测解算原理示意图

1.2 陀螺误差分析和曲线桥检测难点

单轴陀螺输出值受多重因素的影响，除了与自身零偏和随机误差等相关外，还受地球自转角速度影响[11]。设地球自转角速度为 ω_e，方向沿地球自转轴指向北极，光纤陀螺所在纬度为 Φ，如图 3(a)所示。在该纬度上，将地球自转角速度值按“东-北-天”的地理坐标系分解[12]，地球自转带来的误差影响可以分解为地理北向分量和地理天向分量，而光纤陀螺输出数值只与北向分量有关，故其投影值为 $\omega_e\cos\Phi$，如图 3(b)所示。



(a) 地球所在纬度示意图 (b) 地球角速度按地理坐标系分解图

图 3 地球角速度的分解示意图

当轨道小车从起点开始沿直线行驶，光纤陀螺敏感轴与正北方向的夹角始终不变。而当轨道小车沿弯道行驶，位置的变化会引起光纤陀螺敏感轴与正北方向的夹角随之动态变化[13]。设陀螺敏感轴与地理坐标系北向之间的角度为 θ，此时光纤陀螺所测到的角速率中地球自转在其敏感轴上的投影设为 ω_s，其值为：$\omega_s = \omega_e\cos\Phi\cos\theta$。故单轴陀螺输出值可以表示为

$$\omega = D_0 + \varepsilon + k\omega_s = D_0 + \varepsilon + k\omega_e \times \cos\Phi\cos\theta \tag{4}$$

式中，D_0 表示光纤陀螺零偏，k 表示标度因数，ε 表示随机漂移误差，主要由白噪声和周期性噪声组成[14-15]。在光纤陀螺应用于桥梁形变检测中，光纤陀螺输出值受地球角速度的影响，并与当前位置敏感轴与地理北向的夹角有关。单轴陀螺只能测量垂直于光纤陀螺敏感轴所在平面俯仰角的变化，所以一直都只用于直线型桥梁的形变检测中，即要求在此测量过程中敏感轴与地理北向夹角保持不变。

当涉及非直线型桥梁时，在曲线区域，导致俯仰角、偏航角等同时变化，单轴陀螺无法满足多轴测量要求，需要使用三轴陀螺。三轴陀螺通过三个单轴陀螺的两两正交摆放，可以根据当前位置与姿态同时测量 6 个方向上的信息，消除动态变化的地球角速度分量影响。在测量非直线型桥梁形变时，单轴陀螺无法获取姿态信息，所以无法实时定量消除地球角速度的影响，故造成测量误差较大，在曲线桥形变测量中受限。但三轴陀螺的结构复杂，其测量结果精度与三轴陀螺的各单轴陀螺仪的零偏误差、刻度系数以及各单轴陀螺之间安装误差等相关，并且计算复杂、造价高，以及测量结构受设备精度影响，常用于定位导航姿态验算等领域。当解决了单轴光纤陀螺在测量曲线桥形变中定位和姿态问题时，地球角速度的动态影响就可以得到解决，为单轴光纤陀螺检测曲线桥形变提供新思路。

1.3 曲线桥形变检测原理

针对大型结构进行线形检测时，若待测结构具有三维特性，当且仅当检测小车沿固定且已知路径测量结构的形变，可以将三轴陀螺检测方案简化为单轴陀螺检测方案，进一步降低解算复杂度和检测系统成本。

假设有一 90°固定曲线型轨道，以下简称弯道，如图 4 所示。以弯道起点沿切线方向 x 轴建立平面直角坐标系，x 轴与正东方向的夹角为 θ_0。将光

纤陀螺在固定轨道起点处静置获得输出值 ω_1，原地位置旋转 180°，获得输出值 ω_2。在原地旋转前后，地球自转角速度在光纤陀螺上的分量互为相反数[16]，因此 ω_1 和 ω_2 之间的关系如式(5)所示：

$$\begin{cases}\omega_1 = D_0 + \varepsilon_1 + k\omega_e \cos\Phi\cos\theta_0 \\ \omega_2 = D_0 + \varepsilon_2 - k\omega_e \cos\Phi\cos\theta_0\end{cases} \tag{5}$$

式中，零偏在一定时间内波动范围很小，可以视作保持不变。随机噪声是由三角函数的周期性信号和高斯白噪声组成，在一定时间内，可以认定其为常量。将 ω_1 和 ω_2 作差取均值得到 ω_{e0}，如式(6)所示：

$$\omega_{e0} = (\omega_1 - \omega_2)/2 \tag{6}$$

其中 ω_{e0} 是初始地球角速度影响值。设零偏与随机误差的值 ω_ξ，其值为 $\omega_\xi = \omega_1 - \omega_{e0}$。在检测小车沿弯道行驶过程中，因为小车实时位置变化导致敏感轴与地理北向夹角变化，单轴陀螺输出值中地球角速度分量随之变化。根据弯道固定结构得到弯道在平面直角坐标系中的函数方程并设为 $f(x)$，根据里程计测量数据，所测弯道固定且单调，所以里程数据映射到坐标系中是唯一的。根据弧长公式，如式(7)所示：

$$L = \int_0^x \sqrt{1 + f'(x)^2}\,\mathrm{d}x \tag{7}$$

对轨道线形进行求导并从弯道起始点作为积分下限求积分，采用二分查找法，当将 x 值代入公式与里程计输出值 L 的相对误差绝对值小于 10^{-3} 时，认为当前 x 数值即为小车在平面坐标系中所在 x 轴坐标。根据弯道函数公式，将所求得 x 值代入公式求得检测小车所在 y 值，根据横纵坐标可以求得小车航向角当前与轨道起始点切线夹角，即为当前行驶小车所处位置光纤陀螺敏感轴与地球北向的夹角 θ_i，如式(8)所示：

$$\theta_i = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \tag{8}$$

对光纤陀螺输出角速度进行实时解算，从而可以得到地球角速度在陀螺上投影值随时间变化的关系。将光纤陀螺实时输出值 ω_i 减去零偏和随机误差 ω_ξ、地球角速度影响值，即为弯道段轨道形变真实俯仰角信息 ω，如式(9)所示：

$$\omega = \omega_i - \omega_\xi - K\omega_e \cos\Phi\cos(\theta_i + \theta_0) \tag{9}$$

根据光纤陀螺测量线形解算原理，将弯道线形在二维平面展开设为 x 轴，将轨道形变设为纵坐标，结合 1.1 节线形解算原理，实时解算弯道轨迹，从而实现单轴光纤陀螺对弯曲轨道的形变检测。

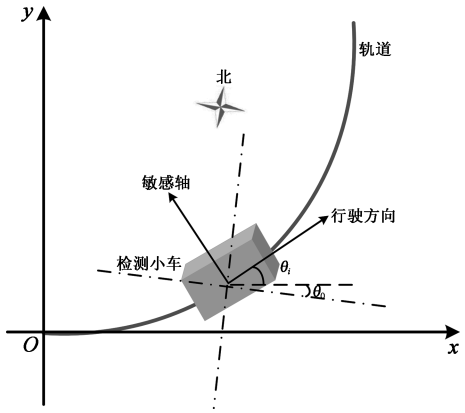


图 4　弯道形变检测原理示意图

2　检测系统和算法流程

由光纤陀螺组成的捷联惯性导航系统包括光纤陀螺、里程计、红外传感器、数据采集板和电源组成，如图 5 所示。光纤陀螺装载于检测小车上，随检测小车的行驶检测俯仰角变化，里程计选取增量式编码器装在轨道小车传动轴上，随轮轴转动，接收器通过感知光盘转动所产生的光变化，将其转换为电信号并以 0 或 1 的数字形式传输里程信息。红外传感器通过接收设置于标志位的反光板信号判断当前所在位置信息，以确定检测小车当前行驶段信息。数据采集板将光纤陀螺、里程计和红外信息进行整合并以无线传输方式传输到上位机软件。电源负责给以上模块供电，以确保系统正常运行。

上位机将采集板传输的数据进行提取，对数据进行预处理并根据线形解算原理，得到轨道表面线形，与前期所测原始数据相比即可得到轨道形变值。

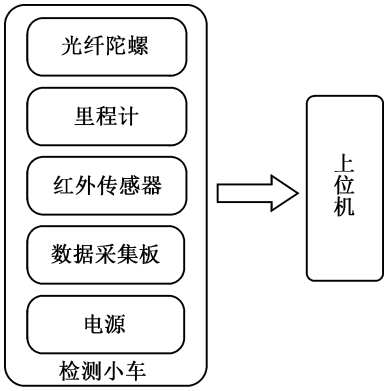


图 5　基于单轴光纤陀螺的桥梁形变检测系统

根据曲线桥的形变检测原理绘制算法流程图，如图 6 所示。首先测量曲线桥平面曲线线形函数，在起始点正反静置，得到初始地球角速度影响值，实时解算检测小车位置信息，根据曲线桥线形函数和

里程计输出值动态消除地球角速度影响，得到曲线桥线形检测曲线。

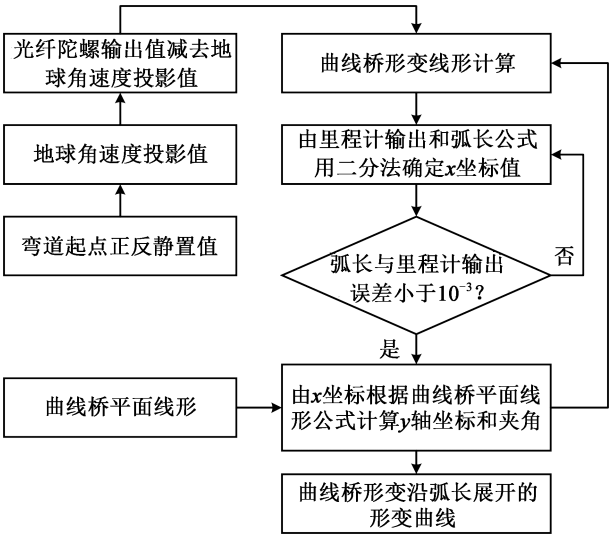


图 6 曲线桥形变检测算法流程图

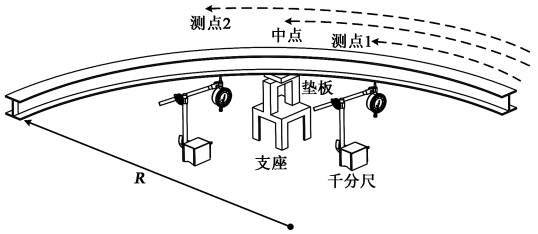
3 实验与分析

3.1 实验场景

本次实验在某楼楼顶平台搭建的曲线型轨道上进行，该轨道材料高、宽均为 60 mm，内径为 52 mm，壁厚为 4 mm 的工字钢，在起始点、中点和终点各设置一个固定支座将轨道悬空固定，检测装置置于检测小车封装盒中，检测小车在电机驱动下沿轨道行驶并测量轨道形变，如图 7 所示，图 7(a)是现场图片，图 7(b)是检测小车实况图。



(a) 试验轨道照片 (b) 检测小车照片



(c) 试验轨道和千分尺安装示意图

图 7 实验现场图和示意图

实际轨道段采用半径 R 为 2.35 m 的弧形工字钢绕制而成，弧长为 3.7 m，在中段距离轨道起点弧长 2 m 处通过特制支座作为固定支撑，在轨道下表面与支座间填塞两种不同厚度的铝板形成 3 组对照工况，并在左右两边分别离支座弧长 0.5 m 选取为测点 1 和测点 2，各放置一个千分尺用以记录变化程度确定测量误差，图 7(c)是根据现场绘制的试验示意图。

3.2 实验步骤

采用人工检测方法，以轨道起点切线方向设为 x 轴，以垂直于切线方向为 y 轴建立平面直角坐标系，绘制桥梁在大地投影的曲线，通过离散测量插值，得到轨道的平面线形曲线，其测量结果如图 8 所示。由图可知，弯道实际线形与圆弧相似，可近似于 1/4 圆弧计算。

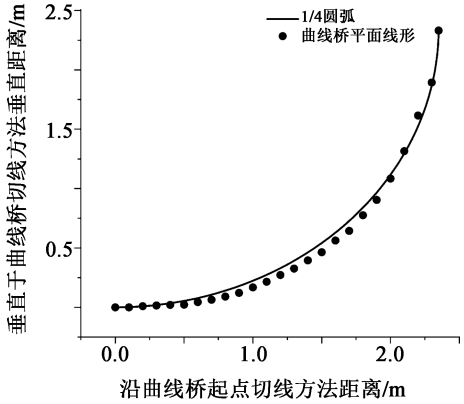


图 8 弯道平面线形曲线测量值

将检测小车在起始点静置，测得静置角速度输出值，并将小车原地转向 180°，测得反向静置输出值。因轨道形变不明显且地面不平顺，造成实际形变测量结果误差过大。现在采用控制变量法，在其他条件不变情况下，在轨道中点轨道下表面与支座接触面处填塞不同厚度的垫板，从而达到改变轨道形变程度形成 3 组对照工况。在轨道垫板处两侧等距离选取两个测点，分别是测点 1 和测点 2，放置千分尺记录 3 种工况实际变化值，通过观察变化前后拟合曲线在两测点数据与千分尺所测数据的差值，来验证本算法的准确性。

3.3 实验分析

让检测小车沿轨道行驶并多次测量，每次从同一位置出发并在同一位置结束，并用红外传感器记录位置信息，对轨道高程变化前后数据进行分析，并随机选取其中 3 趟数据验证数据可靠性和重复性，其 3 种工况测量结果如图 9 所示。

从图 9 可以看出，轨道变化前后 3 组工况数据

重复性较好，可以完全反映轨道本身结构形变，并检测到了轨道调节前后形变值。现将不同工况下 3 趟数据取平均值，将每趟数据与均值作差求得 3 次测量误差浮动范围，如图 10 所示。从图中可以看出 3 种工况 9 组数据与各工况均值的差值浮动范围在 0～0.3 mm 之内，由此得出由单轴光纤陀螺构成的有轨桥梁形变检测检测精度在毫米级以下。

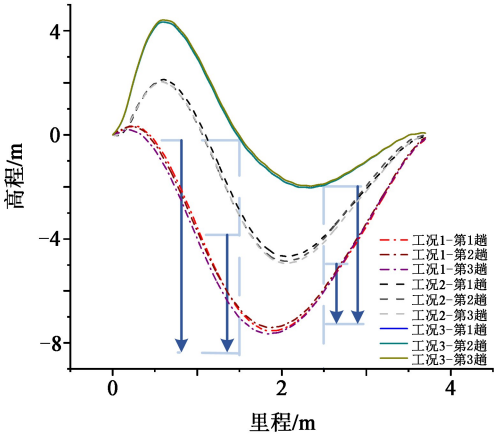


图 9　弯道不同工况形变对比图

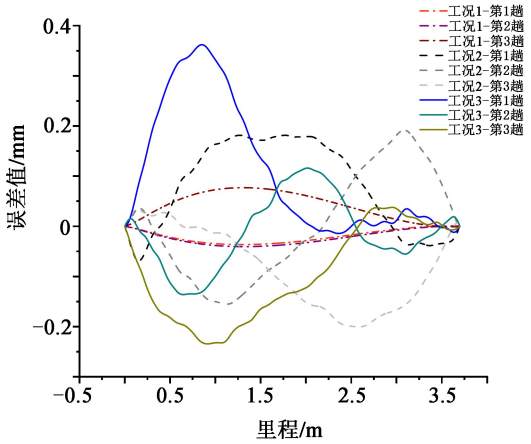


图 10　不同工况下每次数据与均值的误差值浮动范围

为了检验单轴光纤陀螺适用于曲线型轨道形变检测的精度和准确性，现对测量数据进行定量分析。3 种工况下，陀螺测量数据和千分尺实测数据在测点 1 和测点 2 的值如表 1 所示。

千分尺实测数值为各工况在该点的相对变化量，陀螺得到的线形为轨道的实际挠曲线。为了将陀螺所测数据与千分尺实测数值进行比对，需求取挠曲线的相对变化值。现将工况 1 的陀螺测量值与千分尺所测值作为基准，求在测点 1 和测点 2，工况 2 和工况 3 陀螺测量值与千分尺所测值相对于工况 1 变化的误差值，以验证陀螺测量数据与千分尺所测数据的误差范围，其结果如表 2 所示。由表可知，工况 2 相对于工况 1，在测点 1 和测点 2 的误差值分别是 0.981 和 0.894 mm；工况 3 相对于工况 1，在测量 1 和测点 2 的误差值分别是 0.524 和 0.474 mm。从整体看来，陀螺测量值与千分尺所测值的绝对差值在 1 mm 之内，验证了单轴光纤陀螺对弯曲线形形变测量的准确性。

表 1　三种工况下两测点测量数据与千分尺实测数据表

测点	工况	陀螺数据/mm				千分尺/mm
		测量 1	测量 2	测量 3	均值	
点 1	工况 1	−6.761	−6.682	−6.936	−6.793	1.323
	工况 2	−2.897	−3.112	−3.114	−3.041	4.094
	工况 3	−0.137	−0.147	−0.201	−0.162	7.430
点 2	工况 1	−6.004	−5.910	−6.013	−5.976	3.133
	工况 2	−3.902	−3.987	−4.128	−4.006	4.209
	工况 3	−1.938	−1.941	−1.986	−1.955	6.680

表 2　工况 2 和工况 3 相对于工况 1 在两测点的测量误差值

工况	测点 1/mm			测点 2/mm		
	测量值	实际值	误差	测量值	实际值	误差
工况 2	3.752	2.771	0.981	1.970	1.076	0.894
工况 3	6.631	6.107	0.524	4.021	3.547	0.474

综上，由单轴光纤陀螺构成的曲线型结构形变检测系统，在沿固定轨道行驶测量结构形变时，通过填塞不同厚度垫板改变结构形变，将不同工况 3 趟数据的均值在两个测点数据两两作差求值，将测量数据与千分尺实测数据进行对比，验证了单轴光纤陀螺对曲线型结构形变检测的重复性与准确性，并使检测误差控制在 1 mm 内，其理论依据和检测精度还有待改善。

4　结论

基于光纤陀螺的形变测量方法解决了传统的桥梁形变检测方法无法实现大跨度、长距离连续检测，并且易受天气或电磁干扰的问题。本文针对基于单轴光纤陀螺的形变测量方法只能应用于直线型桥梁的局限性，提出了一种基于有轨的单轴光纤陀螺曲线桥结构形变测量方法，对该方法进行了理论可行性分析，并通过实际试验验证了该方法的准确性。

与常见的曲线桥形变测量方法相比，基于单轴光纤陀螺的固定轨道曲线桥形变测量方法应用于桥梁形变检测具有以下优点：(1)弥补了单轴陀螺不能用于曲线形轨道检测的不足；(2)解决了因检测小车行驶路径航向角变化带来的误差，提高了检测精度；(3)相比于其他三维形变检测，该方法装置简单、检测精度高、实际应用可行性高。在实际应用中，为每座桥梁配备检测轨道和检测系统，即可在不封桥、不停运前提下实现全年多期高精度连续检测，满足线

型和曲线桥形变常规检测需求，大大降低大型桥梁检测的人力与物力成本，对我国众多桥梁的规模化快速检测提供了新方案和新思路。

参考文献：

[1] 卢文壮，郑宗雨，赵文茹，等. 中国桥梁发展与标准化[J]. 标准科学，2021(S1)：240-246.
Lu Wenzhuang, Zheng Zongyu, Zhao Wenru, et al. Development and standardization of bridge in China [J]. Standard Science, 2021(S1): 240-246.

[2] Gan W, Hu W, Liu F, et al. Bridge continuous deformation measurement technology based on fiber optic gyro [J]. Photonic Sensors, 2016, 6(1): 71-77.

[3] 李书恒，蔡德所，陈声震，等. 光纤陀螺系统中捷联算法的改进与工程应用[J]. 中国农村水利水电，2020(7)：177-184.
Li Shuheng, Cai Desuo, Chen Shengzhen, et al. The improvement and engineering application of strapdown algorithm in the fiber optic gyro system[J]. China Rural Water and Hydropower, 2020(7): 177-184.

[4] 甘维兵，胡文彬，张 瑶，等. 基于光纤陀螺的桥梁微小形变检测技术[J]. 中国惯性技术学报，2016，24(3)：415-420.
Gan Weibing, Hu Wenbin, Zhang Yao, et al. Research on the key technology and application of bridge structure curve detection based on fiber optic inertial sensing [J]. Chinese Doctoral Dissertations Full-text Database, 2016, 24(3): 415-420.

[5] Yang D, Wang L, Hu W, et al. Singularity detection in FOG-based pavement data by wavelet transform[C]// IEEE 2017 25th Optical Fiber Sensors Conf. (OFS), 2017: 1-4.

[6] Yang D, Wang L, Hu W, et al. Trajectory optimization by using EMD- and ICA-based processing method [J]. Measurement, 2019, 140: 334-341.

[7] 李长杰，苏 州，甘维兵. 基于光纤陀螺的有轨结构形变检测方法研究[J]. 交通科技，2021(2)：15-19.
Li Changjie, Su Zhou, Gan Weibing. Research on detection method of track structure deformation based on fiber optic gyroscope[J]. Transportation Science & Technol., 2021(2): 15-19.

[8] 薛连莉，翟峻仪，葛悦涛. 2020年国外惯性技术发展与回顾[J]. 导航定位与授时，2021，8(3)：59-67.
Xue Lianli, Zhai Junyi, Ge Yuetao. Development and review of foreign inertial technology in 2020[J]. Navigation Positioning & Timing, 2021, 8(3): 59-67.

[9] 张 瑶. 光纤陀螺线形测量系统算法优化的研究[D]. 武汉：武汉理工大学，2015.
Zhang Yao. Research of algorithm optimization for FOG curve measurement system [D]. Wuhan: Wuhan University of Technol., 2015.

[10] 杨丹丹，王立新，胡文彬，等. 基于光纤陀螺的桥梁路面平整度检测研究[J]. 半导体光电，2020，41(5)：700-704.
Yang Dandan, Wang Lixin, Hu Wenbin, et al. Detection of bridge pavement evenness based on fiber optic gyrp [J]. Semiconductor Optoelectronics, 2020, 41(5): 700-704.

[11] 刘春桐，吴荣晶，李洪才，等. 基于最小二乘法的光纤陀螺动态寻北算法研究[J]. 电光与控制，2017，24(6)：39-42，87.
Liu Chuntong, Wu Rongjing, Li Hongcai, et al. Dynamic north seeking algorithm of FOG based on least square method [J]. Electronics Optics & Control, 2017, 24(6): 39-42, 87.

[12] Zhang Z, Liu C. Fiber optic gyroscope dynamic north-finder algorithm modeling and analysis based on Simulink [J]. Photonic Sensors, 2017, 7(3): 283-288.

[13] Keke D, Denghua L. Research on the continuous rotation north seeking scheme and algorithms for fiber optic gyroscope north seeker[J]. Chinese J. of Scientific Instrument, 2014, 35(4): 802-805.

[14] 胡琼丹，胡宗福. 基于最优子集回归的光纤陀螺变温零偏补偿[J]. 半导体光电，2019，40(6)：762-765，770.
Hu Qiongdan, Hu Zongfu. Fiber optic gyro temperature-variable zero-bias compensation based on optimal subset regression[J]. Semiconductor Optoelectronics, 2019, 40(6): 762-765, 770.

[15] 孙 娜，高 枫，姜见龙. 光纤陀螺标度因数及零偏温度误差补偿研究[J]. 导航定位与授时，2017，4(4)：92-96.
Sun Na, Gao Feng, Jiang Jianlong. Temperature compensation research of the scale factor and bias on fiber optic gyroscope[J]. Navigation Positioning and Timing, 2017, 4(4): 92-96.

[16] 王鹤然. 单轴光纤陀螺寻北算法设计与实现[D]. 哈尔滨：哈尔滨工程大学，2019.
Wang Heran. The design and implementation of the north seeking algorithm of single axis fiber optic gyroscope [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2019.

作者简介：

柳 苗(1996—)，女，湖北省武汉市人，硕士研究生，主要从事光纤陀螺理论与应用方面的研究；

甘维兵(1978—)，男，湖北省武汉市人，博士，副研究员，主要从事光纤传感技术及应用方面的研究。