MEMS 和 MOEMS 技术专题

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2022111902

抗磁稳定悬浮结构的阻尼特性研究

王永坤，张家祥，孙朝业，苏宇锋*

（郑州大学 机械与动力工程学院，郑州 450001）

摘 要： 研究了一种抗磁稳定悬浮结构的涡流阻尼力的阻尼特性。建立了求解涡流阻尼及阻尼系数的数学模型，借助 MATLAB 和 COMSOL 5.6 通过三维电磁场有限元仿真分析方法研究了涡流阻尼的特性以及外部激励频率、振幅、悬浮磁体厚度、导体板厚度等对涡流阻尼的影响，给出了其变化规律。结果表明：增大磁体半径与厚度、增大抗磁体边长和厚度以及减小悬浮间隙都可增大涡流阻尼。除此之外，增大外部激励的振幅与频率也可以增大涡流阻尼，但增大激励频率时涡流阻尼会出现相位滞后现象。该结果对于分析研究抗磁悬浮结构的振动特性具有一定的参考意义。

关键词： 抗磁悬浮结构；涡流阻尼；仿真分析；阻尼特性

中图分类号： TB535.1；TP337 **文章编号：** 1001－5868(2022)06－1080－07

Study on Damping Characteristics of Diamagnetically Stabilized Levitation Structure

WANG Yongkun, ZHANG Jiaxiang, SUN Chaoye, SU Yufeng

(School of Mechanical and Power Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, CHN)

Abstract: The damping characteristics of eddy-current damping of a diamagnetically stabilized levitation structure were studied. A mathematical model for solving eddy-current damping and damping coefficient was established. With the help of MATLAB and COMSOL 5.6, the characteristics of eddy-current damping and the influence of external excitation frequency, amplitude, thickness of floating magnet and thickness of conductor plate on eddy-current damping were studied by three-dimensional electromagnetic field finite element simulation analysis method. The results show that the eddy-current damping can be increased by increasing the radius and thickness of the magnet, increasing the side length and thickness of the magnet and reducing the levitation gap. In addition, increasing the amplitude and frequency of the external excitation can also increase the eddy-current damping, but the eddy-current damping will show phase lag when the excitation frequency is increased. The results have certain reference significance for analyzing the vibration characteristics of the anti-magnetic levitation structure.

Key words: diamagnetically stabilized levitation structure; eddy-current damping; simulation analysis; damping characteristics

0 引言

随着永磁材料的发展，得益于抗磁悬浮结构的非接触、低摩擦损耗等特点，抗磁悬浮结构在各类机械系统中得到了广泛的应用，如低损耗轴承[1-2]、传感器[3-4]、微机电系统（MEMS）陀螺仪[5-7]能量采集器[8-10]等。在抗磁悬浮结构中，当非磁性导电材料与时变磁场相互作用时会产生一种涡流阻尼。由于非磁性导电材料存在内阻，所以涡流阻尼所做的功会在非接触的状态下转换为热量耗散掉，同时涡流阻尼也会干扰非磁性导电材料的运动，影响抗磁悬浮结构的运动特性。

由于涡流阻尼具有非接触、长期可靠、存在广泛

收稿日期：2022－11－19.

基金项目：国家自然科学基金项目(U1904169).

* 通信作者：苏宇锋 E-mail：yufengsu@zzu.edu.cn

以及易于实现等特性，涡流阻尼及其应用机制一直被广泛研究，尤其是动力学问题。目前，涡流阻尼在各个领域都有着广泛的应用。世界各大车企如奥迪、依维柯和比亚迪等均将涡流阻尼器作为辅助装置安装于各级别客车或轿车上；日本的新干线高速列车与 TGV 动车均安装了涡流阻尼器；上海中心大厦安装了世界上最大的调谐质量阻尼器[11]。常规的板式涡流阻尼器由于形状规整，已有较多学者根据其力学模型推导出涡流阻尼及阻尼系数的计算模型。陈政清等[12]提出了一种计算板式电涡流阻尼的理论分析和实验方法。沈艳萍等[13]对电涡流阻尼器的冲击制动性能进行了仿真分析与实验探究。刘洋等[14]对一种单阵列板式电涡流阻尼器的阻尼特性进行了仿真探究。姜寿东[15]基于等效磁荷模型对一种电涡流调谐质量阻尼器进行了理论和仿真探究，并推导了阻尼器参数设计的理论公式。崔凯强等[16]开展了旋转式电涡流阻尼器的仿真与实验探究，揭示了其阻尼非线性特征。

对于抗磁悬浮结构，为准确分析出其承受外部激励时的动态特性，需要充分了解该结构下电涡流的阻尼特性，进而为抗磁悬浮结构的结构优化与振动特性分析提供理论支持。本文主要通过理论推导以及借助 MATLAB 和 COMSOL 5.6 联合仿真分析的方法，对一种抗磁悬浮结构[17-18]中的涡流阻尼特性进行研究，分析了各结构参数以及外部激励的振幅频率对涡流阻尼的影响，对该种抗磁悬浮结构的动态特性分析应用具有一定的参考价值。

1　涡流阻尼原理

抗磁稳定悬浮结构如图 1 所示。其中抗磁悬浮结构的主要构件自上而下分别为提升磁体、上热解石墨板（HOPG）、悬浮磁体、下热解石墨板以及固定在热解石墨板上的盘形线圈。其中，提升磁体对悬浮磁体有一个吸引力，上下热解石墨作为抗磁体各对悬浮磁体有一个抗磁力，悬浮磁体在提升磁体、热解石墨以及自身重力的共同作用下在竖直方向实现稳定悬浮。当能量采集器受到外界横向激励时，悬浮磁体与热解石墨板产生相对运动。

悬浮磁体在运动时主要承受的阻尼力有线圈产生的电磁阻尼、涡流阻尼以及空气阻尼。当线圈处于开路时，电磁阻尼为 0；低速状态下，空气阻尼影响较小；而热解石墨板产生的涡流阻尼会长期存在并影响悬浮磁体的动态特性。

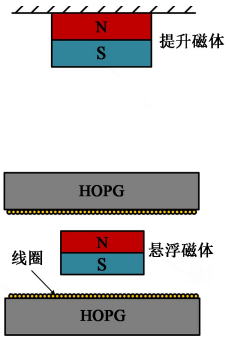


图 1　抗磁悬浮结构示意图

涡流阻尼本质上是由无数个运动中的电荷在磁场中所受洛伦兹力叠加而成的。当热解石墨板在磁场中以一定速度切割磁感线运动时，会产生感应电动势。热解石墨板可看作由无数个闭合回路组成，回路中的电荷会因为电势差的存在发生移动从而形成电涡流。根据楞次定律可知，电涡流会产生一个与外部磁场相反的磁场阻碍磁体和热解石墨板的相对运动，其中作用的力称为涡流阻尼。在运动过程中，热解石墨板作为非磁性导电材料与时变磁场发生相对运动进而产生了涡流阻尼。

为了便于对涡流阻尼进行分析计算，基于抗磁悬浮结构的实际情况作出如下合理假设：(1)提升磁体与热解石墨的间距远大于悬浮磁体，故提升磁体产生的磁场对热解石墨板的影响较小，在计算时不作考虑；(2)在低速状态 $v<0.8$ m/s 时，趋肤深度远大于热解石墨板的厚度，故认定趋肤效应对涡流阻尼的影响可忽略不计。由于该能量采集器在工作时处于单稳悬浮状态，悬浮磁体位于两块热解石墨板的对称中心面。故为简化计算量，提高计算速度，在建模过程中仅构建一块热解石墨板，如图 2 所示。

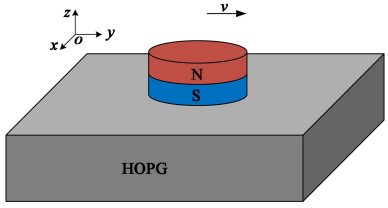


图 2　涡流阻尼原理图

2　涡流阻尼的理论计算模型

2.1　磁场计算

为求解涡流阻尼，首先需求解该结构中的磁场分布模型。基于等效电流法对圆柱磁体的三维空间磁场进行分析，并对比圆柱坐标下的广义椭圆积分函数得到圆柱磁体磁感应强度的径向与轴向分

量[19-20]：

$$C(k_{\pm},p,c,s)=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{c\cos^2\varphi+s\sin^2\varphi}{(\cos^2\varphi+p\cdot\sin^2\varphi)\sqrt{\cos^2\varphi+k_{\pm}\sin^2\varphi}}\mathrm{d}\varphi \tag{1}$$

$$B_{\rho}(\rho,z)=B_0[\alpha_+C(k_+,1,1,-1)-\alpha_-C(k_-,1,1,-1)] \tag{2}$$

$$B_z(\rho,z)=\frac{B_0d}{\alpha+\rho}[\beta_+C(k_+,\gamma^2,1,\gamma)-\beta_-C(k_-,\gamma^2,1,\gamma)] \tag{3}$$

其中，

$$B_0=\frac{\mu_0nl}{\pi} \tag{4}$$

$$k_{\pm}=\sqrt{\frac{(z\pm b)^2+(\alpha-\rho)^2}{(z\pm b)^2+(\alpha+\rho)^2}} \tag{5}$$

$$\alpha_{\pm}=\frac{\alpha}{\sqrt{(z\pm b)^2+(\alpha+\rho)^2}} \tag{6}$$

$$\beta_{\pm}=\frac{z\pm b}{\sqrt{(z\pm b)^2+(\alpha+\rho)^2}} \tag{7}$$

$$\gamma=\frac{\alpha-\rho}{\alpha+\rho} \tag{8}$$

经过转换后可得到笛卡尔坐标系下的磁场分布：

$$\begin{cases}B_x=B_{\rho}\cos\theta\\B_y=B_{\rho}\sin\theta\\B_z=B_z\end{cases} \tag{9}$$

式中，θ 为求解点与坐标原点之间连线在 xoy 平面内与 x 轴的夹角。

2.2 电涡流计算

电涡流密度主要取决于三个因素：介质的电导率、相对运动速度以及磁通密度。故在无限大的热解石墨板中，依据以上假设，通过结合欧姆定律求解麦克斯韦-法拉第方程对涡流密度进行建模：

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{J}=\sigma\boldsymbol{E} \tag{11}$$

式中，∇ 为旋度算符，$\boldsymbol{E}$ 为热解石墨板在经历时变磁通密度的情况下产生的电场，σ 为热解石墨板的电导率。

基于以上假设以及结构的对称性求解涡流密度。由于涡流密度在 z 轴方向上的涡流密度分量较小，可忽略不计，得无限大导体板 xy 方向上的涡流密度分量为

$$J_x=\int\sigma v_x\frac{\partial B_y}{\partial x}\mathrm{d}z \tag{12}$$

$$J_y=\int\sigma v_x\frac{\partial B_x}{\partial x}\mathrm{d}z \tag{13}$$

式中，v_x 为热解石墨板与悬浮磁体在 x 方向上的相对移动速度。

采用二维镜像法为无限大的热解石墨板添加边界条件，可获得有限尺寸热解石墨板的电涡流强度，下图为采用二维镜像法的边界条件示意图。

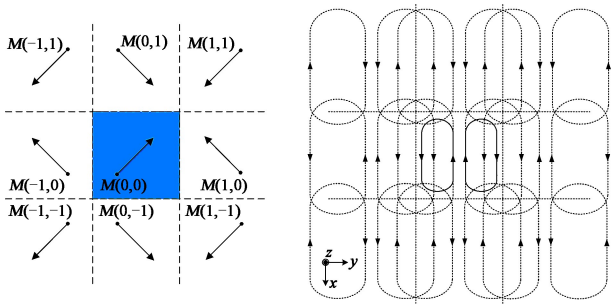


图 3 电涡流二维镜像图

电涡流无法穿过导体板的边界，每条边的正常电流分量为 0，所以矩形热解石墨板的电涡流分布的边界条件为

$$J_x\big|_{x=R_k}=J_x\big|_{x=-R_k}=0 \tag{14}$$

$$J_y\big|_{y=R_k}=J_y\big|_{y=-R_k}=0 \tag{15}$$

图 3 中 $P(0,0)$ 为无限大导体板中任意一点的电涡流表达式。根据二维镜像的对称条件可以计算出各个镜像涡流的解析表达式：

$$J_x^{M(1,0)}(x,y)=-J_x^{P(0,0)}(2R_k-x,y) \tag{16}$$

$$J_y^{M(1,0)}(x,y)=J_y^{P(0,0)}(2R_k-x,y) \tag{17}$$

$$J_x^{M(0,-1)}(x,y)=J_x^{P(0,-1)}(x,-2R_k-y) \tag{18}$$

$$J_y^{M(0,-1)}(x,y)=-J_y^{P(0,0)}(x,-2R_k-y) \tag{19}$$

式中，$M(0,-1)$ 表示电涡流 $P(0,0)$ 在 x 方向上的镜像，同理可得其他镜像电涡流的表达式。其中，$J_x^{M(0,-1)}$ 表示镜像电涡流 $M(0,-1)$ 在 x 方向的分量，$J_y^{M(0,-1)}$ 表示镜像电涡流在 y 方向的分量，其他镜像涡流表达式以此类推。通过叠加原理即可得到有限尺寸热解石墨板中的电涡流的表达式：

$$J_x^S=J_x+\sum_{i=-1}^{1}\sum_{j=-1}^{1}J_x^{M(i,j)} \tag{20}$$

$$J_y^S=J_y+\sum_{i=-1}^{1}\sum_{j=-1}^{1}J_y^{M(i,j)} \tag{21}$$

2.3 涡流阻尼计算

通过洛伦兹力计算可以得到电涡流阻尼力：

$$\boldsymbol{F}=\iiint_{V_c}\boldsymbol{J}^S\times\boldsymbol{B}\mathrm{d}V \tag{22}$$

其中，

$$\boldsymbol{J}^S = J_x^S \boldsymbol{e}_i + J_y^S \boldsymbol{e}_j + J_z^S \boldsymbol{e}_k \tag{23}$$

$$\boldsymbol{B} = B_x \boldsymbol{e}_i + B_y \boldsymbol{e}_j + B_z \boldsymbol{e}_k \tag{24}$$

由于 z 轴方向上的电涡流密度分量 J_z^S 为 0，所以 x 方向上的电涡流阻尼力可以简化为

$$\boldsymbol{F}_x = \iiint_{V_c} \boldsymbol{J}_y^S \times \boldsymbol{B}_z \mathrm{d}V \tag{25}$$

根据阻尼力结果并结合阻尼与速度之间的关系即可求得阻尼系数：

$$C_{\mathrm{damp}} = \frac{F_x}{v_x} \tag{26}$$

3　仿真分析

根据等式(22)～(26)构建的涡流阻尼求解理论模型，利用 MATLAB 和多物理场仿真软件 COMSOL 5.6 进行联合仿真分析，模拟悬浮磁体与热解石墨板之间的相对运动，对涡流阻尼进行求解，验证涡流阻尼的求解模型。具体设置如下：选定磁场(mf)作为物理场接口，设置边界条件，对石墨板施加一个 x 方向的正弦激励，定义对热解石墨板的积分算子 inthopg 和涡流阻尼变量 F_x，设置其表达式为 inthopg(－mf.FLtzx)，经过计算后即可在全局变量中得到该抗磁悬浮结构的涡流阻尼，其中默认结构参数如表 1 所示。

表 1　抗磁悬浮结构的主要参数

主要参数	值/材料
悬浮磁体材料	NdFeB-52
导体板材料	HOPG
悬浮磁体尺寸	Φ10 mm×2 mm
导体板尺寸	25 mm×25 mm×5 mm
导体板的磁导率	[8,8,45]×10^{-5}

抗磁悬浮结构的尺寸参数与外部激励的振幅与频率是影响涡流阻尼的关键因素。当尺寸参数和外部激励保持一定时，涡流阻尼与相对运动速度整体呈现线性关系，因此依据 COMSOL 5.6 分析研究了在固定外部激励特性时，抗磁悬浮结构的尺寸参数对涡流阻尼的影响。

图 4 是涡流阻尼随悬浮间隙的变化特性曲线，从图中可以看出：随着悬浮间隙 G_{gap} 的增大，涡流阻尼逐渐减小，整体呈现负指数关系。当悬浮间隙小于 3 mm 时，涡流阻尼随着悬浮间隙的增大而快速减小；当悬浮间隙大于 3 mm 后，涡流阻尼的减速逐渐放缓并趋于平缓。

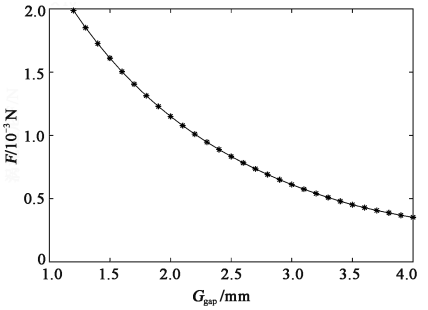
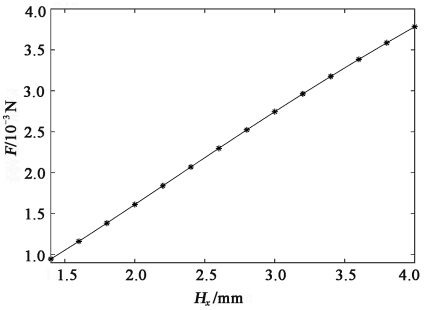
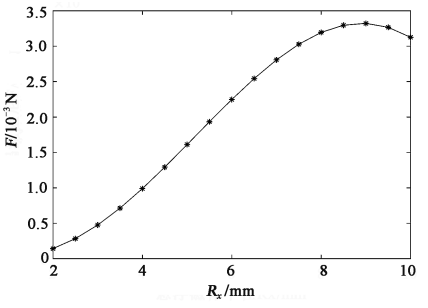


图 4　悬浮间隙对涡流阻尼的影响

悬浮磁体的厚度 H_x 与半径 R_x 对于涡流阻尼的影响如图 5 所示。从图 5(a)可以看出，涡流阻尼随着悬浮磁体厚度的增大而增大，两者整体呈现线性关系。如图 5(b)所示，当悬浮磁体半径小于 9 mm 时，涡流阻尼随悬浮磁体半径的增大而增大。在悬浮磁体半径为 3～8 mm 时，涡流阻尼近似为线性增长；当悬浮磁体半径超过 9 mm 时，涡流阻尼逐渐下降。这是因为在默认结构参数下，随着悬浮磁体半径的增大，有限尺寸的热解石墨板边界效应逐渐明显，因此虽然磁感应强度有所增大，但涡流阻尼逐渐减小。



(a)　不同悬浮磁体厚度下的涡流阻尼

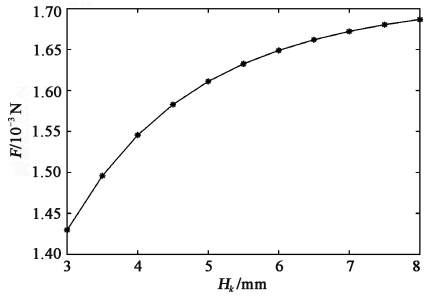


(b)　不同悬浮磁体半径下的涡流阻尼

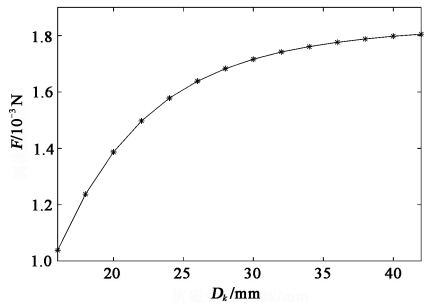
图 5　悬浮磁体对涡流阻尼的影响

抗磁体结构参数与涡流阻尼之间的关系如图 6 所示。当抗磁体厚度 H_k 小于 5 mm 时，涡流阻尼随着抗磁体厚度的增大而快速增大；当抗磁体厚度大于 5 mm，涡流阻尼增速逐渐趋缓。这是由于随

着抗磁体厚度的增大，电涡流的趋肤效应逐渐明显，增大了抗磁体的表面电阻，导致涡流阻尼增速减缓。当抗磁体边长 D_k 为 18～26 mm 时，即 $D_k=(3.6\sim5.2)R_x$ 时，涡流阻尼增长较为迅速。当抗磁体边长超过 30 mm 时，涡流阻尼逐渐趋于稳定。这是由于当抗磁体边长逐渐增大至超过一定限度时，抗磁体相较于悬浮磁体可近似看作无限长的导体板，板长对涡流阻尼的影响逐渐减小。



(a) 不同抗磁体厚度下的涡流阻尼

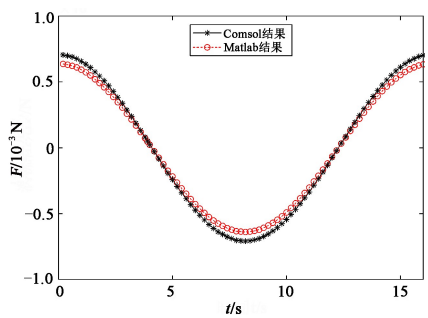


(b) 不同抗磁体边长下的涡流阻尼

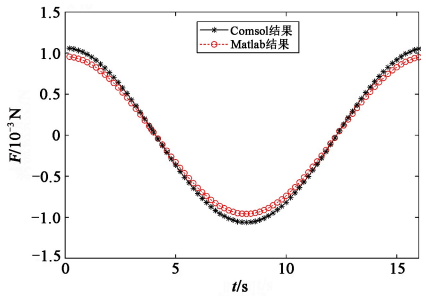
图 6 抗磁体对涡流阻尼的影响

除此之外，为分析外部激励的振幅及频率对涡流阻尼的影响，分别对依据前文推导的理论求解模型在 MATLAB 中编写程序进行求解，并与 COMSOL 5.6 的仿真结果进行对比验证。在分析时，固定抗磁悬浮结构的参数不变，对抗磁悬浮结构施加指定振幅 A、指定频率 f 且相位角 $\varphi=0°$ 的正弦激励，结果如图 7 所示。

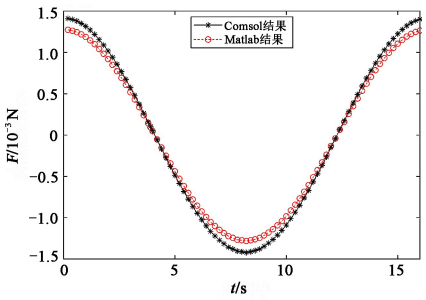
图 7 是外部激励的频率固定为 3.5 Hz、不同振幅时涡流阻尼随时间的变化曲线。可以看出：MATLAB 的理论模型结果与 COMSOL 的仿真模型结果基本吻合，平均误差小于 9.5%，验证了理论推导模型的准确性。随着外部激励振幅 A 的增大，涡流阻尼也随之增大且涡流阻尼峰值的增大倍数与振幅增大倍数基本保持一致。



(a) $f=3.5$ Hz，$A=10$ mm 时涡流阻尼随时间的变化



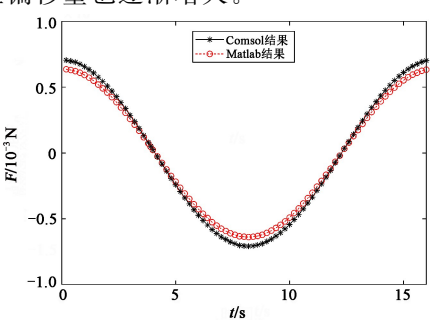
(b) $f=3.5$ Hz，$A=15$ mm 时涡流阻尼随时间的变化



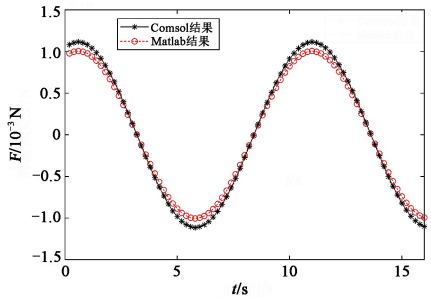
(c) $f=3.5$ Hz，$A=20$ mm 时涡流阻尼随时间的变化

图 7 固定频率、不同振幅时涡流阻尼随时间的变化曲线

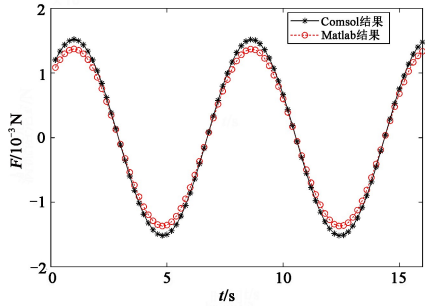
图 8 为外部激励在振幅 $A=10$ mm 时，不同激励频率下涡流阻尼随时间的变化曲线。可以看出：随着激励频率的增大，涡流阻尼整体呈现出周期性变化，且变化周期逐渐减小。涡流阻尼峰值也随着频率的增大而逐渐增加。除此之外，对比图 7 与图 8 可以发现，当保持频率 f 不变，仅改变振幅 A 时，涡流阻尼仅改变大小，相位角未发生改变，依旧为 0。而当保持振幅 A 不变，改变频率 f 时，涡流阻尼的变化曲线在相位上发生了一定的偏移，说明涡流阻尼具有一定的相位滞后性，且随着频率 f 的增大，相位偏移量也逐渐增大。



(a) $f=3.5$ Hz，$A=10$ mm 时涡流阻尼随时间的变化



(b)　$f=5.5$ Hz，$A=10$ mm 时涡流阻尼随时间的变化



(c)　$f=7.5$ Hz，$A=10$ mm 时涡流阻尼随时间的变化

图 8　固定振幅、不同频率时涡流阻尼随时间的变化曲线

4　结论

本文基于等效电流法推导了抗磁悬浮结构中悬浮磁体在空间内产生的任意一点的磁场强度表达式。通过二维镜像法为无限长导体板构建边界条件，推导了有限长导体板的涡流密度分布。构建了涡流阻尼的理论求解模型，并借助仿真分析的方法研究了抗磁悬浮结构中的主要结构参数以及外部激励的振幅及频率对涡流阻尼的影响，得出以下结论：

(1)涡流阻尼与悬浮间隙之间呈负指数变化关系，在设计抗磁悬浮结构时可适当减小悬浮间隙增大结构的稳定性；

(2)在保证 $D_k=(3.6\sim5.2)R_x$ 时，增大悬浮磁体的厚度与半径，可显著增大涡流阻尼；

(3)涡流阻尼具有一定的相位滞后性。改变外部激励振幅仅会影响涡流阻尼的大小，而改变频率不仅影响会涡流阻尼的大小还会影响到涡流阻尼的相位，激励频率越大，相位滞后越明显。

本文对涡流阻尼特性的研究有助于类似抗磁悬浮结构在不同尺寸参数及承受不同外部激励时动态模型的准确构建，准确计算因涡流阻尼导致的耗散功率。

参考文献：

[1] Myazaki Y, Mizuno K, Yamashita T, et al. Development of superconducting magnetic bearing for flywheel energy storage system[J]. Cryogenics, 2016, 80: 234-237.

[2] Tani H, Koganezawa S, Tagawa N. Diamagnetic oil seal for pivot bearings of hard disk drives[J]. IEEE Trans. on Magnetics, 2016, 52(7): 1-4.

[3] Clara S, Antlinger H, Abdallah A, et al. An advanced viscosity and density sensor based on diamagnetically stabilized levitation[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2016, 248: 46-53.

[4] Gunawan O, Virgus Y, Tai K. A parallel dipole line system [J]. Appl. Phys. Lett., 2015, 106: 062407.

[5] Liu K, Zhang W, Liu W, et al. An innovative micro-diamagnetic levitation system with coils applied in micro-gyroscope[J]. Microsystem Technologies, 2010, 16(3): 431-439.

[6] 姜　珊，张　伟. 载体驱动微机械陀螺仪结构优化及性能仿真[J]. 传感器世界，2022，28(8)：10-16.
Jiang Shan, Zhang Wei. Structural optimization and performance simulation of carrier-driven micromachined gyroscope[J]. Sensor World, 2022, 28(8): 10-16.

[7] 董晓亮，张志勇，杨拥军. 高精度 MEMS 硅微陀螺仪正交误差设计[J]. 微纳电子技术，2022，59(8)：795-800，830.
Dong Xiaoliang, Zhang Zhiyong, Yang Yongjun. Quadrature error design of high-precision MEMS silicon microgyroscope [J]. Micronanoelectronic Technol., 2022, 59(8): 795-800, 830.

[8] 张承谦，赵　朋，颉　俊，等. 抗磁性高密度物质的磁悬浮密度测量方法[J]. 浙江大学学报(工学版)，2018，52(4)：613-618.
Zhang Chengqian, Zhao Peng, Xie Jun, et al. Density measurement by magnetic levitation for diamagnetic high-density materials[J]. J. of Zhe Jiang University(Engineering Science), 2018, 52(4): 613-618.

[9] Gao Q, Zhang W, Zou H, et al. Design and analysis of a bistable vibration energy harvester using diamagnetic levitation mechanism[J]. IEEE Trans. on Magnetics, 2017, 53(10): 1-9.

[10] Kecik K, Mitura A. Theoretical and experimental investigations of a pseudo-magnetic levitation system for energy harvesting[J]. J. Sensors, 2020, 20(6): 1623.

[11] 肖登红，潘　强，何　田. 一种新型电涡流阻尼器及阻尼性能研究[J]. 噪声与振动控制，2014，34(6)：197-201.
Xiao Denghong, Pan Qiang, He Tian. Design and analysis of a novel eddy current damper[J]. Noise and Vibration Control, 2014, 34(6): 197-201.

[12] 陈政清，田静莹，黄智文，等. 板式电涡流阻尼系数的计算与试验修正方法[J]. 中国公路学报，2016，29(10)：46-53.
Chen Zhengqing, Tian Jingying, Huang Zhiwen, et al. Calculation and test correction method of plane type eddy current damping coefficient[J]. China J. of Highway and Transport, 2016, 29(10): 46-53.

[13] 沈艳萍，刘 宁，王楠楠. 电涡流阻尼器冲击制动性能仿真与试验研究[J]. 兵器装备工程学报，2021，42(1)：201-205.
Shen Yanping，Liu Ning，Wang Nannan. Simulation and experimental study on braking performance of eddy current damper[J]. J. of Ordnance Equipment Engineering，2021，42(1)：201-205.

[14] 刘 洋，高跃飞，王 登. 板式电涡流阻尼器的阻尼特性分析[J]. 中北大学学报(自然科学版)，2020，41(3)：209-213.
Liu Yang，Gao Yuefei，Wang Deng. Analysis of damping characteristics of a planar eddy current damper[J]. J. of North University of China (Natural Science Edition)，2020，41(3)：209-213.

[15] 姜寿东. 电涡流调谐质量阻尼器的研究与应用[D]. 大连：大连理工大学，2021.
Jiang Shoudong. Research and application of eddy current tuned mass damper[J]. Dalian：Dalian University of Technology，2021.

[16] 崔凯强，汪志昊，程志鹏，等. 旋转式电涡流阻尼器阻尼非线性模型及其结构减震分析[J]. 振动与冲击，2022，41(18)：134-142.
Cui Kaiqiang，Wang Zhihao，Cheng Zhipeng，et al. Nonlinear damping model of a RECD and its structural seismic response mitigation analysis[J]. J. of Vibration and Shock，2022，41(18)：134-142.

[17] Ding Jianqiao，Gao Jianshe，Su Yufeng. A diamagnetically levitated vibration energy harvester for scavaging the horizontal vibration[J]. Materials Research Express，2018，6：10.

[18] 丁建桥，聂惠娟，武科迪，等. 振动能量采集器能量管理电路的研究[J]. 电子器件，2020，43(2)：354-358.
Ding Jianqiao，Nie Huijuan，Wu Kedi，et al. Research on energy management circuit of vibration energy harvester[J]. Chinese J. of Electron Devices，2020，43(2)：354-358.

[19] Li J，Tan Q，Zhang Y，et al. Study on the calculation of magnetic force based on the equivalent magnetic charge method[J]. Phys. Procedia，2012，24：190-197.

[20] Derby N，Olbert S. Cylindrical magnets and ideal solenoids [J]. American J. of Phys.，2010，78：229-235.

作者简介：

王永坤(1999－)，男，河南省南阳市人，硕士研究生，研究方向为抗磁悬浮能量采集；

苏宇锋(1977－)，男，重庆市人，博士，教授，研究方向为微机电系统、机电控制。