光电技术及应用

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2022111301

基于测地线距离和正交投影的端元提取算法

杨华东*，陈鹤元

（沈阳理工大学 信息科学与工程学院，沈阳 110159）

摘　要： 端元提取是高光谱遥感图像混合像元分解的关键步骤。传统线性端元提取方法忽略了像元内地物的非线性混合因素，制约了混合像元分解精度的提升。针对高光谱图像数据的非线性结构，提出一种基于测地线距离的正交投影端元提取算法，将测地线距离引入端元单体提取过程，利用正交投影方法逐个提取端元。为了降低测地线距离计算量，在端元提取前先利用自动目标生成方法和无约束最小二乘法对原始高光谱数据进行数据约减。模拟和真实高光谱图像实验表明，该方法能够表征光谱数据中非线性因素，端元提取结果优于传统自动目标生成端元提取方法。

关键词： 高光谱遥感图像；非线性混合；端元提取；测地线距离

中图分类号： TP751　**文章编号：** 1001－5868(2023)02－0307－05

Endmember Extraction Algorithm Based on Geodesic Distance and Orthogonal Projection

YANG Huadong，CHEN Heyuan

（School of Information Science and Engineering，Shenyang Ligong University，Shenyang 110159，CHN）

Abstract： Endmember extraction is a key step in the decomposition of mixed pixels in hyperspectral remote sensing images. The traditional linear endmember extraction method ignores the nonlinear mixing factors of the geological features in the pixel，which restricts the improvement of the decomposition accuracy of the mixed pixel. Considering the nonlinear structure of hyperspectral image data，an orthogonal projection endmember extraction algorithm based on geodesic distance（OPEEGD）is proposed. The geodesic distance was introduced into the endmember extraction process，and the endmembers were extracted one by one using the orthogonal projection method. In order to reduce the amount of geodesic distance calculation，the original hyperspectral data was reduced by the automatic target generation process method and the unconstrained least squares method before endmember extraction. Experiments on simulated and real hyperspectral remote sensing images show that this method can characterize nonlinear factors in spectral data，and the endmember extraction results are better than traditional automatic target generation process endmember extraction method.

Key words： hyperspectral remote sensing images；nonlinear mixing；endmember extraction；geodesic distance

0　引言

高光谱遥感技术在植被、大气、矿产、海洋、农业等领域有着非常广泛的应用。高光谱图像是一个包含二维空间信息和一维光谱信息的三维数据立方体，一般情况下，高光谱成像仪的空间分辨率不高，获取的像元是多种地物的混合像元。因此，提升混合像元分解精度对于高光谱遥感技术的广泛深入应

收稿日期：2022－11－13.

基金项目：辽宁省教育厅一般项目(LG202024)；辽宁省自然科学基金指导计划项目(2019-ZD-0259).

* **通信作者：**杨华东　**E-mail：**yanghd8608@163.com

用意义重大。

光谱解混[1]，也称为混合像元分解，旨在将混合像元的光谱分解为各类地物光谱组分以及它们对应的丰度占比。线性解混方法通常采用凸面单形体模型，模型简单，物理意义明确，实现容易，能够满足一般场景应用需求，但不能解译实际场景中多重散射以及地物异质性等非线性混合效应。非线性解混方法主要包括基于物理模型驱动和数据驱动的方法[2-3]。Hapke[4]模型是早期研究非线性解混方法常用的物理模型，模型依赖的先验参数多，求解复杂。双线性混合模型简化了地物间复杂的非线性混合因素，主要考虑像元内两两端元之间的二次散射效应，使其求解易于实现[5-6]。基于流形学习的解混方法是典型的数据驱动的非线性解混方法，其主要思想是将高维的数据映射到低维，通过获取样本数据的内部流形结构，在低维空间中实现特征的非线性降维[7-8]，然后结合线性方法进行后续处理。

本文基于光谱数据的非线性流形结构，构造流形结构上的端元单体模型，利用测地距离和投影方法逐个提取端元。为了减少运算时间，在提取端元之前先对原始光谱数据进行了数据约减。

1 光谱混合模型与测地线距离

1.1 非线性光谱混合模型

本文采用双线性光谱混合模型表征地物间的非线性影响。双线性混合模型考虑了两两端元间的二次散射因素。

高光谱图像数据 $\boldsymbol{X}=[\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_N]\in R^{L\times N}$，其每列 $\boldsymbol{x}_j\in R^{L\times 1}(j=1,2,\cdots,N)$ 对应一个具有 L 个波段的像元向量，N 为像元个数。$\boldsymbol{M}=[\boldsymbol{m}_1,\boldsymbol{m}_2,\cdots,\boldsymbol{m}_p]\in R^{n\times p}$ 是端元矩阵，p 是端元个数。双线性光谱混合模型表示公式如下：

$$\boldsymbol{x}_j=\sum_{i=1}^{p}\boldsymbol{m}_i s_{ij}+\sum_{i=1}^{p-1}\sum_{k=i+1}^{p}(\boldsymbol{m}_i\cdot\boldsymbol{m}_k)s_{ij}s_{ik}+\varepsilon_j \text{ s.t. } \begin{cases}s_{ij}>0\\ \sum_{i=1}^{p}s_{ij}=1,j=1,2,\cdots,N\end{cases} \tag{1}$$

式中，s_{ij} 是端元 $\boldsymbol{m}_i$ 在像元 $\boldsymbol{x}_j$ 中的丰度，ε_j 是模型误差，$\boldsymbol{m}_i\cdot\boldsymbol{m}_k$ 为两两端元之间的 Hadamard 乘积。丰度满足非负性与“和为一”。

1.2 测地线距离

流形学习方法是将高维数据映射到低维，使该低维数据能够反映原始高维数据的某些本质结构特征。针对高光谱数据的非线性结构，通过测地线距离来找出高维空间的低维流形，然后进行低维映射，再寻找单形体顶点。测地线距离是计算空间中任意两点的曲面最短距离。测地距离计算步骤如下：

(1)构造邻域图 G。求每个样本点 $\boldsymbol{x}_i$ 的第 k 个近邻点，若样本点 $\boldsymbol{x}_j$ 与 $\boldsymbol{x}_i$ 是 k 近邻，图 G 有边 $\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{x}_j$，设图 G 中边 $\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{x}_j$ 的权值为两点间的欧氏距离 $d(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j)$。

(2)计算最短路径。当 $\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{x}_j$ 为图 G 的边时，设最短路径 $d_G(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j)=d(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j)$，否则设 $d_G(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j)=\min\{d_G(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j),d_G(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_l)+d_G(\boldsymbol{x}_l,\boldsymbol{x}_j)\}$，$l=1,2,\cdots,n$，得到最短距离矩阵 $\boldsymbol{D}_G=[d_G^2(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j)]_{i,j=1}^{n}$。

2 端元提取

与投影类端元提取算法相比，基于流形学习的端元提取方法运算量很大。因此在保持精度提高的前提下，降低计算量非常有必要。

本文算法主要包括两个步骤：1)数据约减。通过自动目标生成方法(ATGP)[9]和无约束最小二乘方法来筛选像元；2)端元提取。根据光谱向量间的测地距离进行端元提取。

2.1 数据约减

文献[10]提出一种基于单体分析的高光谱数据约减方法。基于无约束最小二乘解混丰度满足非负性的像元落在以各端元为顶点的单形体内这一思想，将落在由候选端元单形体内部的像元数据从原始光谱数据中删除，保留靠近单形体各个面附近的像元数据，从而提高端元提取效率。

如图 1 所示，以二维空间为例，所有像元光谱向量构成一个以端元光谱向量为顶点的凸面单体，图中实心圆为单体的顶点。利用传统端元提取算法提取 3 个候选端元，即图中红色虚线三角形的顶点，利用候选端元进行无约束最小二乘丰度解混，落在该三角形区域内的像元其丰度满足非负性约束，不可能成为最终端元，无需参与端元提取，保留红色虚线

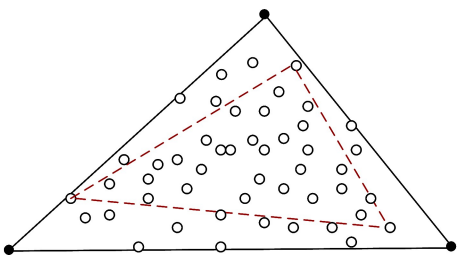


图 1 数据约减示意图(以 3 端元为例)

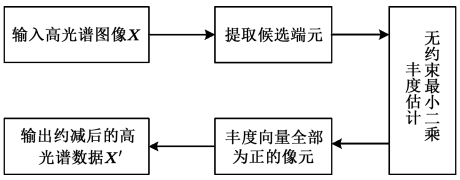


图 2　数据约减流程

区域之外的像元用于端元提取。数据约减流程如图 2 所示。

2.2　OPEEGD 算法

基于测地线距离和正交投影的端元提取(OPEEGD)算法具体流程如下：

(1)添加原点像元。

(2)构造测地线距离矩阵 $\boldsymbol{D}_{\mathrm{G}}$，构造方法参见 1.2 节。

(3)确定初始端元。选择图像中距原点最远测线距离的像元向量作为提取的初始端元 $\boldsymbol{t}_1=\arg\{\max\{d_{\mathrm{G}}(\boldsymbol{x}_i,0)\}\}$。

(4)构造正交投影算子。利用已有端元向量构造投影算子 $\boldsymbol{P}_U^{\perp}$，$\boldsymbol{P}_U^{\perp}=I-\boldsymbol{U}(\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U})^{-1}\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}$，其中 $\boldsymbol{U}=[\boldsymbol{t}_1,\boldsymbol{t}_2,\cdots,\boldsymbol{t}_n]$ 为已经提取的端元按列排列构成的矩阵，$\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{U}^{-1}$ 分别是 $\boldsymbol{U}$ 的转置矩阵和逆矩阵。

(5)提取下一个端元。将所有样本投影到已经提取的端元向量 $\boldsymbol{U}$ 扩展而成的子空间上，选取投影像元中具有最远测地线距离的像元向量作为下一个端元 $\boldsymbol{t}_2$，$\boldsymbol{t}_2=\arg\{\max\{d_{\mathrm{G}}(\boldsymbol{P}_U^{\perp}\boldsymbol{x}_i,0)\}\}$

(6)重复以上步骤，直到 p 个端元提取完成。

对于合成图像，端元个数 p 是已知的。真实高光谱遥感图像中地物类别通常没有先验知识可用，p 可由端元数目估算方法估计得到。需要指出的是估计得到的 p 往往与真实地物类别数目不符，甚至差异较大，因此，对于真实图像可以提取多于 p 个候选端元，然后利用光谱数据库进行对比识别。

3　实验结果与分析

为了验证文中端元提取算法的有效性，利用模拟数据和真实高光谱图像数据进行对比实验。

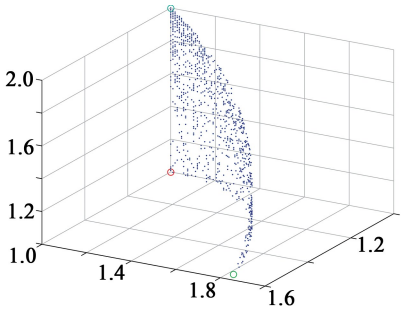
为了评价端元提取算法的优劣，本文利用光谱角距离(Spectral Angle Distance，SAD)来评价光谱向量的相似性。光谱向量 $\boldsymbol{x}$ 和 $\boldsymbol{y}$ 的 SAD 计算公式如下：

$$SAD(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=\arccos\left((\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y})\Big/\left(\sqrt{\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}}\sqrt{\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}}\right)\right)\quad(2)$$

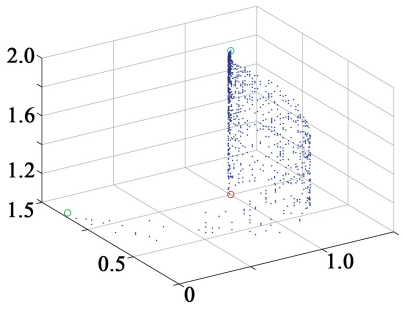
SAD 越小，说明二者越相似，反之亦然。

3.1　模拟数据实验

实验 1：本组实验用于验证本文所提算法的有效性。利用文献[11]中的方法生成三维非线性数据。在二维线性单形体中随机产生一组数据，将其投影到 Swiss-Roll 结构上产生三维非线性流形数据。合成数据的非线性程度由参数 σ 决定，σ 越大非线性程度越高。图 3 为 $\sigma=0.6$ 和 $\sigma=5$，$N=1\,000$ 时数据集的三维散点图，各点的丰度值随机产生，并满足非负与和为 1 约束。为了模拟真实场景的噪声因素，添加信噪比为 35 dB 的高斯白噪声。



(a) $\sigma=0.6$



(b) $\sigma=5$

图 3　Swiss Roll 数据

实验结果如表 1 所示，由表中结果可以看出，OPEEGD 算法在非线性程度不同的数据集上都可以提取近似真实的端元，显示了该算法的有效性。

表 1　不同非线性程度时算法提取结果 SAD 比较

端元	$\sigma=0.6$	$\sigma=5$
端元 1	0.09	0.09
端元 2	0.11	0.18
端元 3	0.05	0.02

以下两组实验采用 USGS 光谱库中的真实地物光谱数据作为地物端元生成模拟图像。

实验 2：本组实验测试噪声强度对算法性能的影响，选取 ATGP 作为对比算法。在合成图像的像元个数 $N=3\,000$，端元数 $p=10$ 时，信噪比分别取 25，30，35 和 40 dB，比较算法的结果。本组实验采用平均光谱角距离(ESAD)来比较端元提取结果的

优劣，实验结果如图 4 所示。

从图 4 可以看出，两种算法提取的端元的平均光谱角距离整体很相近，随着噪声强度的增加，两种算法的性能都变差，但 $SNR=25$，30 和 35 dB 时，本文所设计的算法端元提取效果优于 ATGP 算法。

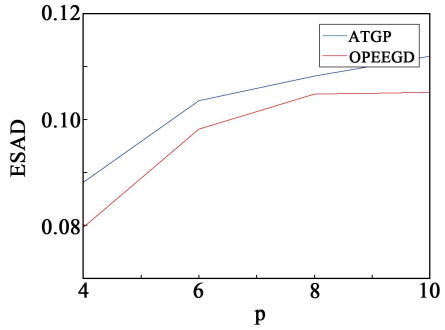


图 4 算法性能和信噪比的关系

实验 3：本组实验测试端元数目对算法性能的影响。像元个数 $N=3\,000$，$SNR=40$ dB，端元数 p 分别取 4，6，8，10，比较 ATGP 算法和本算法的性能，实验结果如图 5 所示。

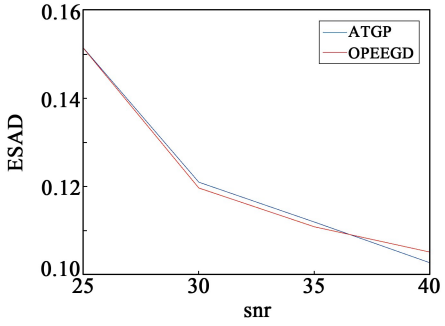


图 5 算法性能和端元数的关系

从图 5 可以看出，随着端元数的增加，两种算法提取的端元的 SAD 值在增加，即端元提取性能在变差，这是因为端元数目的增加，增加了像元的混合程度，使得端元提取难度增加。但总体上本文提出的算法的端元提取效果优于 ATGP 算法。

3.2 真实数据实验

真实高光谱图像是由 AVIRIS 于 1997 年获取的美国内华达州 Cuprite 矿区图像，从原图像中截取 100×100 的子区域作为实验数据，如图 6 所示，去除水汽吸收波段和低信噪比波段后共包含 178 个波段。

根据虚拟维度（Virtual Dimension，VD）算法[12]估算结果以及现有研究结果[13-15]，该地区至少包含 9 种地物类型。本文所用算法以序列方式逐个提取端元，不受估算端元数目的影响，实验中将多次端元提取结果与 ENVI 软件中自带的光谱数据库对比，表 2 是两种算法的端元提取结果的 SAD 值。

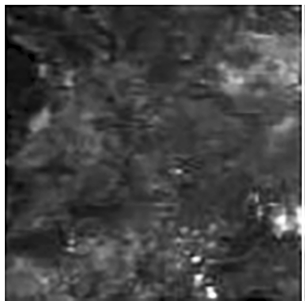


图 6 Cuprite 区域图像

表 2 Cuprite 数据提取结果 SAD 比较

端元	ATGP	OPEEGD
明矾石-1	*	0.22
明矾石-2	0.15	*
氨基-蒙脱石	0.18	0.18
蒙脱石	*	0.16
方解石	0.21	0.19
高岭石-1	0.09	0.07
高岭石-2	*	0.29
钙铁榴石	0.15	*
白云石	*	0.18
纤闪石	0.29	0.29
阳起石	*	0.07
褐帘石	*	0.19
绿宝石	*	0.16
板钛矿	*	0.14
紫苏辉石	0.09	*
坡缕石	0.15	*

由表中数据可以看出，该区域中裸露状况较好的矿物，两种算法都可以提取出相应的端元，如明矾石、蒙脱石、方解石和高岭石。裸露程度较低或混合程度高的矿物，OPEEGD 提取结果要好于 ATGP，这也表明对于致密性混合导致的非线性混合因素，OPEEGD 算法更有潜力。表中“*”表示该物质提取结果与光谱数据库中的 SAD 差异很大，结合人工观察对比光谱曲线形状，判定为不能提取该矿物。以上结果表明本文提出的算法在真实图像中端元提取的潜力，可以与传统端元提取方法共同使用以提高高光谱图像的端元提取精度和信息提取能力。

4 结论

本文针对高光谱图像数据中的非线性混合因素，将测地线距离和投影方法相结合，提出一种基于测地距离的自动目标生成算法。模拟图像验证了该算法的有效性，真实高光谱图像实验结果表明该算

法的非线性端元提取能力。未来将继续改进本文提出的方法，进一步降低算法运行时间。

参考文献：

[1] Keshava N, Mustard J F. Spectral unmixing[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2002, 19(1): 44-57.

[2] 杨　斌，王　斌. 光谱解混技术及其应用研究进展[J]. 激光与光电子学进展，2021，58(16)：76-103.
Yang Bin, Wang Bin. Research advances of spectral unmixing technology and its applications[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(16): 76-103.

[3] 蓝金辉，邹金霖，郝彦爽，等. 高光谱遥感影像混合像元分解研究进展[J]. 遥感学报，2018，22(1)：13-27.
Lan Jinhui, Zou Jinlin, Hao Yanshuang, et al. Research progress on unmixing of hyperspectral remote sensing imagery [J]. J. of Remote Sensing, 2018, 22(1): 13-27.

[4] Hapke B. Bidirectional reflectance spectroscopy: 1. theory [J]. J. of Geophysical Research, 1981, 86 (B4): 3039-3054.

[5] Fan W Y, Hu B X, Miller J, et al. Comparative study between a new nonlinear model and common linear model for analysing laboratory simulated-forest hyperspectral data[J]. Inter. J. of Remote Sensing, 2009, 30(11): 2951-2962.

[6] Halimi A, Altmann Y, Dobigeon N, et al. Nonlinear unmixing of hyperspectral images using a generalized bilinear model[J]. IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, 2011, 49(11): 4153-4162.

[7] 杨明莉. 高光谱图像特征提取和地物识别方法研究[D]. 昆明：昆明理工大学，2021.
Yang Mingli. Feature extraction and ground object recognition research on hyperspectral image [D]. Kunming: Kunming University of Science and Technol., 2021.

[8] 王　靖. 流形学习的理论与方法研究[D]. 杭州：浙江大学，2006.
Wang Jing. Research on manifold learning: Theories and Approaches[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2006.

[9] Ren H, Chang C I. Automatic spectral target recognition in hyperspectral imagery[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1232-1249.

[10] 杨华东，许　楠. 基于数据约减和中心化的像元纯净指数端元提取方法[J]. 科学技术与工程，2020，20(23)：9503-9508.
Yang Huadong, Xu Nan. Pixel purity index endmember extraction algorithm based on data reduction and centralization [J]. Science Technol. and Engin., 2020, 20(23): 9503-9508.

[11] 杨　斌，王　斌，吴宗敏. 基于双线性混合模型的高光谱图像非线性光谱解混[J]. 红外与毫米波学报，2018，37(5)：631-641.
Yang Bin, Wang Bin, Wu Zongmin. Nonlinear spectral unmixing for hyperspectral imagery based on bilinear mixture models[J]. J. Infrared Millim. Waves, 2018, 37(5): 631-641.

[12] Chang C I, Du Q. Estimation of number of spectrally distinct signal sources in hyperspectral imagery[J]. IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, 2004, 42(3): 608-619.

[13] 贾响响，郭宝峰，丁繁昌，等. 基于约束非负矩阵分解的高光谱解混[J]. 光子学报，2021，50(7)：121-136.
Jia Xiangxiang, Guo Baofeng, Ding Fanchang, et al. Hyperspectral unmixing based on constrained nonnegative matrix factorization[J]. Acta Photonica Sinica, 2021, 50(7): 121-136.

[14] He W, Zhang H Y, Zhang L P. Total variation regularized reweighted sparse nonnegative matrix factorization for hyperspectral unmixing[J]. IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, 2017, 55(7): 3909-3921.

[15] 许　宁，孙　康，胡玉新，等. 高光谱图像快速 Gram 行列式端元提取优化方法[J]. 系统工程与电子技术，2019，41(9)：1913-1921.
Xu Ning, Sun Kang, Hu Yuxin, et al. Improved endmember extraction method based on fast Gram determinant analysis for hyperspectral imagery [J]. Systems Engineering and Electronics, 2019, 41(9): 1913-1921.

作者简介：

杨华东(1986－)，男，博士，副教授，主要研究方向为遥感图像解译、智能信息处理；

陈鹤元(1995－)，男，硕士研究生，主要研究方向为高光谱图像光谱解混。