光电技术及应用

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2023052601

基于原模图的8环QC-LDPC码构造方法

袁建国*，王姿现，张育宁
（重庆邮电大学 光电工程学院，重庆 400065）

摘　要： 针对当前准循环低密度奇偶校验（Quasi-Cyclic Low-Density Parity-Check，QC-LDPC）码存在短环及纠错性能不够好的问题，基于原模图提出一种新颖的QC-LDPC码构造方法。该方法选择码长码率可灵活调整的原模图作为基矩阵，再结合具有特殊性质的卢卡斯数列和等差数列，通过原模图的低译码门限和数列的特殊性质，构造校验矩阵环长至少为8，且所需存储空间少，易于硬件实现。仿真结果表明：该方法构造的PLA-QC-LDPC（2400，1200）码与同等码长码率中基于卢卡斯数列和最大公约数序列的可快速编码的非规则LG-QC-LDPC码、基于素数和乘法表构造的PM-QC-LDPC码以及基于原模图和消除基本陷阱集的非规则PL-QC-LDPC码相比，净编码增益均有一定程度的提高。

关键词： 准循环低密度奇偶校验码；原模图；卢卡斯数列；等差数列；净编码增益
中图分类号： TN911.22　**文章编号：** 1001－5868(2023)05－0717－06

Construction Method of Girth-8 QC-LDPC Codes Based on Protograph

YUAN Jianguo, WANG Zixian, ZHANG Yuning
(School of Optoelectronic Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, CHN)

Abstract: In order to solve the problems of the short girth and the insufficient error-correction performance for quasi-cyclic low-density parity-check (QC-LDPC) codes, a novel construction method for QC-LDPC codes based on the protograph is proposed. In this method, the protograph whose code-length and code-rate could be flexibly adjusted was selected as the base matrix. Then the Lucas sequence and arithmetic progression with special properties were combined to construct the parity check matrix with ring-length of at least 8 through the low decoding threshold of the protograph and the special properties of the sequence, which required less storage space and was easy to be implemented in hardware. The simulation results show that the PLA-QC-LDPC (2400,1200) code constructed by this method shows a certain degree of net coding gain compared to the fast codable irregular LG-QC-LDPC code based on the Lucas sequence and the greatest common divisor (GCD) sequence, the PM-QC-LDPC code based on the prime number and the multiplication table, and the irregular PL-QC-LDPC code based on the protograph and the eliminating basic trapping sets with the same code-length and code-rate.

Key words: quasi-cyclic low-density parity-check codes; protograph; Lucas sequence; arithmetic progression; net coding gain

收稿日期：2023－05－26.
基金项目：国家自然科学基金项目(61971079).
* **通信作者：**袁建国　**E-mail：** yyyyjg@126.com

0 引言

由于移动通信存在干扰和衰落，在信号传输过程中将出现差错，从而降低了通信的可靠性。信道编码技术通过对传输信息的处理能使系统具有一定的纠错能力和抗干扰能力，从而极大地降低系统的误码率[1]，因此常被用于通信系统。准循环低密度奇偶校验(Quasi-Cyclic Low-Density Parity-Check，QC-LDPC)码作为一种典型的结构化线性分组码，其性能不仅非常接近香农极限，而且还具有编译码复杂度低，所需存储空间少，易于硬件实现等优点[2]。因而近年来 QC-LDPC 码在编码领域中成为研究热点，且在光通信、卫星通信、信息存储及第五代移动通信等领域得到了越来越广泛的应用。

由于 QC-LDPC 码的结构不同，最终得到的编译码复杂度和性能也有所不同，QC-LDPC 码的编译码复杂度和性能又直接由校验矩阵决定[2-3]，因此，对低密度奇偶校验码的设计等同于对校验矩阵的设计。通过使用循环置换子矩阵扩展基矩阵即可得到校验矩阵，其中，循环置换子矩阵是由单位矩阵通过向左向右移位数次而来，基矩阵则可以通过使用算法搜索获得，所以循环置换子矩阵的移位系数和基矩阵的构造就显得十分重要。

本文基于原模图提出一种新颖的 QC-LDPC 码构造方法，该方法选择码长码率可灵活调整的原模图作为基矩阵，再结合具有特殊性质的卢卡斯数列和等差数列，构造具有大环长、性能优异的 QC-LDPC 码，通过原模图的低译码门限和数列的特殊性质等优点，构造的校验矩阵至少不存在 4，6 环，即环长至少是 8，且具备优异的纠错性能。

1 原模图与 QC-LDPC 码

1.1 原模图

原模图可以看作是一类特殊的 Tanner 图，它只在节点连接边上有所不同，相较于标准 Tanner 图的节点数量有所减少。原模图也能通过复制本身，再重新排列连线得到码率大小不变的 Tanner 图。原模图中可以在两节点间重复连接，形成重边，用 $P=\{v,c,e\}$ 表示，其中 v 表示变量节点，c 表示校验节点，e 表示变量节点与校验节点间的连线。如图 1 所示为 $P=\{4,3,12\}$的原模图。

图 1 中重边表示变量节点和校验节点之间连接的重复数量的平行边，其中方形表示校验节点，圆形表示变量节点。

校验节点和信息节点间的无向边对应相应的矩阵中行列交汇处存在的非零元素。图 1 对应的原模图基矩阵如式(1)所示：

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1 & 2 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 3 & 1 & 1\end{bmatrix} \tag{1}$$

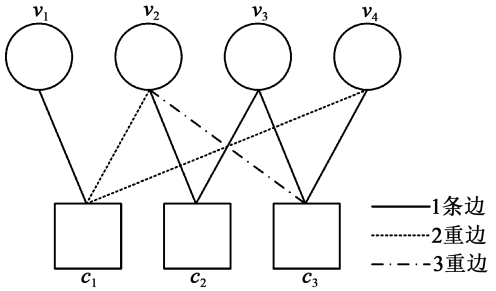

图 1 带重边的原模图

1.2 QC-LDPC 码

LDPC 码作为线性分组码，可由校验矩阵唯一确定。QC-LDPC 码的校验矩阵是由循环置换子矩阵扩展基矩阵得到的，循环置换子矩阵通常分为零矩阵，单位矩阵和循环移位后的单位矩阵。QC-LDPC 码的校验矩阵 $\boldsymbol{H}$ 如式(2)所示：

$$\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_{a(1,1)} & \boldsymbol{I}_{a(1,2)} & \cdots & \boldsymbol{I}_{a(1,n)}\\ \boldsymbol{I}_{a(2,1)} & \boldsymbol{I}_{a(2,2)} & \cdots & \boldsymbol{I}_{a(2,n)}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ \boldsymbol{I}_{a(m,1)} & \boldsymbol{I}_{a(m,2)} & \cdots & \boldsymbol{I}_{a(m,n)}\end{bmatrix}_{pm\times pn} \tag{2}$$

其中，$\boldsymbol{I}_{a(m\times n)}$ 表示大小为 $p\times p$ 的循环置换子矩阵，$a(m,n)$ 表示循环置换子矩阵的移位系数，$a(m,n)\in\{-1,0,1,2,\cdots,p-1\}$。若 $a(m,n)=-1$，则 $\boldsymbol{I}_{a(m,n)}$ 表示为零矩阵；若 $a(m,n)=0$，则 $\boldsymbol{I}_{a(m,n)}$ 表示为单位矩阵；若 $a(m,n)\neq-1$ 且 $a(m,n)\neq0$，则 $\boldsymbol{I}_{a(m,n)}$ 表示单位矩阵向左或向右循环移位 $a(m,n)$ 次。该校验矩阵码长为 pn，码率为 $(n-m)/n$。

根据校验矩阵每行每列的非零元素个数是否相同，可以分为规则 QC-LDPC 码和非规则 QC-LDPC 码。非规则 QC-LDPC 码相较于规则 QC-LDPC 码具有更灵活的构造特性，而且更大可能具有更加优异的性能。

2 一种新颖的校验矩阵构造方法

2.1 移位系数矩阵的构造

对于一个数列 $L(t)$，t 为自然数，若数列满足 $L(t)=L(t-1)+L(t-2)$，$t\geqslant2$，且 $L(0)=2$，

$L(1)=1$，则这样的数列称为卢卡斯数列，其典型的数列可表示为：2，1，3，4，7，11，18，29，47，76，…。

定理 1[3]：对于一个卢卡斯数列，若 $t>r$，且 t，r，$k\in Z^+$，则有：

$$L(t+k)-L(t)>L(r+k)-L(r) \tag{3}$$

卢卡斯数列自身在 $t\geqslant 1$ 的条件下是一个单调递增数列，定理 1 则说明了卢卡斯数列间的差值也是一个单调递增数列，利用此特性可以构造出优异性能的码型。

运用卢卡斯数列构造系数移位矩阵，步骤如下：

步骤一：移位系数矩阵的第一列为卢卡斯数列，

$$\boldsymbol{E}=\begin{bmatrix} L(1) & L(3) & L(5) & \cdots & L(2n-1) \\ L(2) & L(4) & L(6) & \cdots & L(2n) \\ L(3) & L(5) & L(7) & \cdots & L(2n+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L(m) & L(m+2) & L(m+4) & \cdots & L(m+2n-2) \end{bmatrix}_{m\times n} \tag{5}$$

为了满足单调递增的特性，数列从 $t=1$ 项开始取，即 $L(1)$，$L(2)$，$L(3)$，$L(4)$，…，$L(m)$。

步骤二：移位系数矩阵中所有大小为 2×2 的矩阵块，需要满足右上角元素为左侧两元素相加之和，而右下角元素为左下角元素与右上角元素相加之和，即从上往下看，再从左往右看，依次形成卢卡斯数列 $L(t)$，$L(t+1)$，$L(t+2)$，$L(t+3)$，如式(4)所示：

$$\begin{bmatrix} L(t) & L(t+2) \\ L(t+1) & L(t+3) \end{bmatrix} \tag{4}$$

使用上述构造方法可得到移位系数矩阵为：

2.2　环长至少为 8 的证明

移位系数矩阵中的元素可以用 $a(i,j)$ 来表示，定理 2 给出了在矩阵中存在环长为 $2n$ 的充要条件。

定理 2[4]：QC-LDPC 码存在环长为 $2n$ 时，有且仅有

$$\sum_{k=0}^{n-1}(a(i_k,j_k)-a(i_k,j_{k+1}))=0 \bmod p \tag{6}$$

其中，$j_n=j_0$，$i_k\neq i_{k+1}$，$j_k\neq j_{k+1}$，$0\leqslant i_k\leqslant m$，$0\leqslant j_k\leqslant m$。

要证明环长至少为 8，即是证明不存在环长为 4 和 6 的环。

证明不存在 4 环：4 环存在的存在形式可以用图 2 表示，其中 $i_0<i_1$，$j_0<j_1$。



图 2　四环存在的形式

由卢卡斯数列的单调递增特性以及定理 1 可得：

$$\begin{aligned} &a(i_1,j_1)-a(i_1,j_0)>a(i_0,j_1)-a(i_0,j_0) \\ &a(i_0,j_0)-a(i_0,j_1)+a(i_1,j_1)-a(i_1,j_0)>0 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} &a(i_0,j_0)-a(i_0,j_1)+a(i_1,j_1)-a(i_1,j_0)< \\ &a(i_1,j_1)-a(i_1,j_0)<p \end{aligned} \tag{8}$$

根据式(7)和式(8)可得 $a(i_0,j_0)-a(i_0,j_1)+a(i_1,j_1)-a(i_1,j_0)\neq 0 \bmod p$，即不满足定理 2 存在 4 环的条件。

证明不存在 6 环：6 环存在的存在形式可以用图 3 表示，其中 $i_0<i_1<i_2$，$j_0<j_1<j_2$。

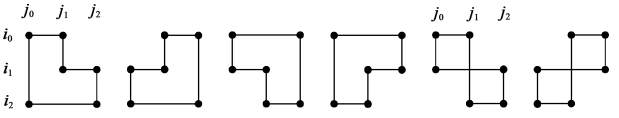

图 3　六环存在的形式

图 3 中的 6 种 6 环形式可分为两大类：一类为(a)，(b)，(c)，(d)，另一类为(e)，(f)。一个大类中的各个形式都可以通过类似的方法证明。

对于图 3 中以(a)类型为代表的大类可得：

$$\begin{aligned} &a(i_0,j_0)-a(i_0,j_1)+a(i_1,j_1)-a(i_1,j_2)+ \\ &a(i_2,j_2)-a(i_2,j_0)>a(i_0,j_0)-a(i_0,j_1)+ \\ &a(i_1,j_1)-a(i_1,j_2)+a(i_1,j_2)-a(i_1,j_0)= \\ &a(i_0,j_0)-a(i_0,j_1)+a(i_1,j_1)-a(i_1,j_0)>0 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} &a(i_0,j_0)-a(i_0,j_1)+a(i_1,j_1)-a(i_1,j_2)+ \\ &a(i_2,j_2)-a(i_2,j_0)<a(i_0,j_0)-a(i_0,j_1)+ \\ &a(i_0,j_1)-a(i_0,j_2)+a(i_2,j_2)-a(i_2,j_0)= \\ &a(i_0,j_0)-a(i_0,j_2)+a(i_2,j_2)-a(i_2,j_0)<p \end{aligned} \tag{10}$$

根据式(9)和式(10)可得：

$$\begin{aligned} &a(i_0,j_0)-a(i_0,j_1)+a(i_1,j_1)-a(i_1,j_2)+ \\ &a(i_2,j_2)-a(i_2,j_0)\neq 0 \bmod p \end{aligned} \tag{11}$$

即不满足定理 2 存在 6 环的条件。

在卢卡斯数列构造出的移位系数矩阵中，由式(4)和式(5)可推论得：

$$a(i_k,j_k)-a(i_k,j_{k+1})+a(i_{k-1},j_{k+1})\leqslant$$
$$a(i_k,j_k)-a(i_k,j_{k+1})+a(i_k-1,j_{k+1})\leqslant$$
$$a(i_k,j_k)-a(i_k,j_k+1)+a(i_k-1,j_k+1)=0 \tag{12}$$

利用式(12)的推论,可得:

$$a(i_2,j_1)-a(i_2,j_2)\leqslant -a(i_1,j_2) \tag{13}$$

利用式(13),对于图 3 中以(e)类型为代表的大类可得:

$$a(i_0,j_0)-a(i_0,j_1)+a(i_2,j_1)-a(i_2,j_2)+$$
$$a(i_1,j_2)-a(i_1,j_0)\leqslant a(i_0,j_0)-a(i_0,j_1)-$$
$$a(i_1,j_2)+a(i_1,j_2)-a(i_1,j_0)=a(i_0,j_0)-$$
$$a(i_0,j_1)-a(i_1,j_0)<0 \tag{14}$$
$$a(i_0,j_0)-a(i_0,j_1)+a(i_2,j_1)-a(i_2,j_2)+$$
$$a(i_1,j_2)-a(i_1,j_0)>a(i_1,j_0)-a(i_1,j_1)+$$
$$a(i_2,j_1)-a(i_2,j_2)+a(i_1,j_2)-a(i_1,j_0)=$$
$$a(i_2,j_1)-a(i_2,j_2)+a(i_1,j_2)-a(i_1,j_1)>$$
$$a(i_2,j_1)-a(i_2,j_2)>-p \tag{15}$$

根据式(14)和式(15)可得:

$$a(i_0,j_0)-a(i_0,j_1)+a(i_2,j_1)-a(i_2,j_2)+$$
$$a(i_1,j_2)-a(i_1,j_0)\neq 0 \bmod p \tag{16}$$

即不满足定理 2 存在 6 环的条件。

基于上述证明,可知此种利用卢卡斯数列构造的移位系数矩阵不存在 4、6 环,即环长至少为 8。

2.3 基于原模图构造的校验矩阵

本文构造的原模图基矩阵是在规定几条约束条件后,通过计算机搜索得到的,简要步骤如下:

步骤一:构造一个 $3\times n$ 的原模图基矩阵,设定至少两个度为 2 的变量节点,以此来降低译码门限。

步骤二:除度为 2 的变量节点外,其他变量节点的度需大于等于 3,以此来让基矩阵具有最小码距增长特性,有效降低错误平层现象的出现概率。并且为了防止在搜索过程中出现变量节点度过大的问题,在这限制度不能大于 6。

步骤三:利用文献[5]定义的译码门限及原模图外信息转移(Protograph Extrinsic Information Transfer,PEXIT)算法进行搜索,搜索出的基矩阵需要满足式(17):

$$\begin{cases} r_1: 0\leqslant b_{i,j}\leqslant 3 \quad i\in(0,1,2,3), j\in(0,1,\cdots,6) \\ r_2: b_{1,j}+b_{2,j}+b_{3,j}=2 \quad j\text{-degree}=2 \\ r_3: 3\leqslant b_{1,j}+b_{2,j}+b_{3,j}\leqslant 6 \quad j\text{-degree}\neq 2 \end{cases} \tag{17}$$

其中,$b_{i,j}$ 表示原模图基矩阵中的元素,i 和 j 表示原模图基矩阵的行数和列数,r_1 式表示将原模图基矩阵元素限制在 3 以内,避免两节点间的重边数量过大;r_2 式表示设置的度为 2 的变量节点;r_3 式表示把度大于等于 3 的变量节点限制在度不超过 6,使得搜索域有所减小。

使用上述搜索算法,当 $n=6$ 时,可以搜索得到原模图基矩阵如式(18)所示:

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{18}$$

把基于式(18)构造的原模图基矩阵进行扩展,扩展规则为:若元素为 0,则用大小为 $p\times p$ 的零矩阵扩展;若元素为 1,则用大小为 $p\times p$ 的循环置换子矩阵扩展;若元素大于 1,则需要用数个大小为 $p\times p$ 的循环置换子矩阵进行模 2 加运算,再扩展。在使用多个循环置换子矩阵进行模 2 加运算时,其中一个循环置换子矩阵是通过运用卢卡斯数列构造得到的,而其余循环置换子矩阵是由满足定理 3 的等差数列搜索得到的。

定理 3[6]:如果移位系数矩阵中各个元素差值 $d_{i,j}$ 满足式(19),则其对应校验矩阵的围长至少为 8:

$$\begin{cases} d_{1,j}=d\geqslant 0 & \\ d_{2k+2,j}=d_{2k+1,j}+1 & k\geqslant 0 \\ d_{4k+3,j}=\max\{n-j+d_{4k+2,j},j+d_{4k+2,j}\} & k\geqslant 0 \\ d_{4k+1,j}=(n-1)(d_{4k,j}-d)+d+1 & k\geqslant 1 \end{cases} \tag{19}$$

其中,$d_{i,j}$ 表示基矩阵中第 i 行第 j 列与前一个元素之差;d 为第一行元素的公差。

将基于式(18)构造的原模图基矩阵扩展得到 QC-LDPC 码的校验矩阵,其步骤如下:

步骤一:用大小为 $p\times p$ 的零矩阵和移位系数为卢卡斯数列构造的循环置换子矩阵扩展元素为 0 和大于 0 的元素。而且由于零矩阵不影响式(5)证明的环长,此时构造的矩阵依旧满足环长至少为 8。

步骤二:原模图基矩阵中存在大于 1 的元素,还需增加额外的循环置换子矩阵对卢卡斯数列构造的子矩阵进行模 2 加运算,用计算机搜索等差数列构造的移位系数矩阵,在搜索过程中使用定理 2 避免形成 4、6 环。

最终得到的校验矩阵 $\boldsymbol{H}$ 可以表示为如式(20)的形式:

$$\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_{L(1)} \oplus \boldsymbol{I}_{D(k_1)} & \boldsymbol{I}_{L(3)} & \boldsymbol{I}_{L(5)} \oplus \boldsymbol{I}_{D(k_2)} & \boldsymbol{I}_{L(7)} \oplus \boldsymbol{I}_{D(k_3)} & 0 & \boldsymbol{I}_{L(11)} \\ \boldsymbol{I}_{L(2)} & \boldsymbol{I}_{L(4)} & 0 & \boldsymbol{I}_{L(8)} \oplus \boldsymbol{I}_{D(k_4)} & \boldsymbol{I}_{L(10)} & \boldsymbol{I}_{L(12)} \\ \boldsymbol{I}_{L(3)} \oplus \boldsymbol{I}_{D(k_5)} & \boldsymbol{I}_{L(5)} & \boldsymbol{I}_{L(7)} \oplus \boldsymbol{I}_{D(k_6)} & \boldsymbol{I}_{L(9)} & \boldsymbol{I}_{L(11)} & 0 \end{bmatrix} \tag{20}$$

其中，0 表示 $p\times p$ 的零矩阵，$\boldsymbol{I}_L$ 和 $\boldsymbol{I}_D$ 表示进行循环移位的单位矩阵，L 表示卢卡斯数列构造的循环移位系数，D 表示等差数列构造的循环移位系数。

3　仿真性能结果与分析

根据本文上述所提出的构造方法可构造出一个 3×6 的移位系数矩阵，如式(21)所示：

$$\boldsymbol{E}=\begin{bmatrix} 1 \oplus 6 & 4 & 11 \oplus 4 & 29 \oplus 96 & 0 & 199 \\ 3 & 7 & 0 & 47 \oplus 148 & 123 & 322 \\ 4 \oplus 96 & 11 & 29 \oplus 148 & 76 & 199 & 0 \end{bmatrix} \tag{21}$$

将式(21)取扩展系数为 400，最终构造出码率为 0.5，码长为 2 400 的 PLA-QC-LDPC(2400，1200)码。

为了验证构造的码字具有更优异的纠错性能，使用 MATLAB 进行仿真。仿真环境选取为加性高斯白噪声(Additive White Gaussian Noise，AWGN)信道，使用二进制相移键控(Binary Phase Shift Keying，BPSK)进行调制，置信传播(Belief Propagation，BP)算法进行译码，最大译码迭代次数选取为 50 次。将本文构造的 PLA-QC-LDPC(2400，1200)码与相同码率码长的文献[7]中基于卢卡斯数列和最大公约数(Greatest Common Divisor，GCD)序列的可快速编码的非规则 LG-QC-LDPC 码、文献[8]中基于素数和乘法表构造的 PM-QC-LDPC 码以及文献[9]中基于原模图和消除基本陷阱集的非规则 PL-QC-LDPC 码进行性能比较，如图 4 所示。

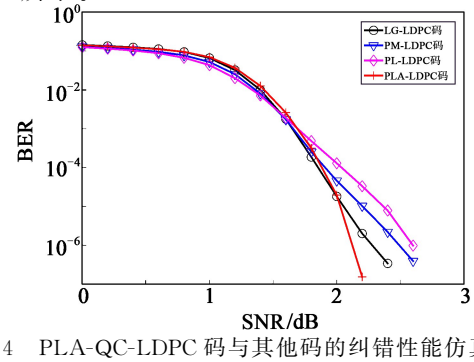

图 4　PLA-QC-LDPC 码与其他码的纠错性能仿真图

由图 4 可知，在误比特率(Bit Error Ratio，BER)为 10^{-6} 时，本文构造的 PLA-QC-LDPC 码相较于同基于卢卡斯数列，同为环长至少为 8 的 LG-QC-LDPC 码，净编码增益提高了约 0.16 dB；相较于同为环长至少为 8 的 PM-QC-LDPC 码，净编码增益提高了约 0.37 dB；相较于同基于原模图的 PL-QC-LDPC 码，净编码增益提高了约 0.47 dB。图 4 中的几条曲线都表示着随着通信信道中信噪比的增加，QC-LDPC 码的纠错性能也在快速增加，但是增加的速度不尽相同。在信噪比为 1.5～2.0 dB 之间，各个码型纠错能力的强弱顺序发生了改变，所以瀑布区斜率大小也发生了改变。PLA-QC-LDPC 码的纠错能力得到显著的增加，说明码型具有优异的性能，而且在高信噪比下没有出现错误平层现象。

4　结语

本文基于原模图提出了一种构造新颖的 QC-LDPC 码构造方法，通过原模图的低译码门限和数列的特殊性质，构造的校验矩阵至少不存在 4，6 环，具有大环长的性质。相比较于其他类型的 QC-LDPC 码，明显提高了码的最小距离上限，且通过仿真结果对比其他同等码长码率的码型，PLA-QC-LDPC 码具备更加优异的纠错性能。此外，由于本文构造方法较为简单，只需储存原模图基矩阵和数列的前两个元素，其余元素通过简单的四则运算和比较即可得出，可以大幅节约系统的存储空间，进而降低硬件实现的资源消耗。

参考文献：

[1] Song D，Wang L，Xu Z，et al. Joint code rate compatible design of DP-LDPC code pairs for joint source channel coding over implant-to-external channel[J]. IEEE Trans. on Wireless Communications，2022，21(7)：6626-5540.

[2] 张晓芳，黎　勇. GPU 的 QC-LDPC 码译码器设计与实现[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版)，2021，33(4)：577-583.
Zhang Xiaofang，Li Yong. Design and implementation of QC-LDPC decoder based on GPU[J]. J. of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition)，2021，33(4)：577-583.

[3] 袁建国，曾　晶，袁　梦，等. 基于 Fibonacci-Lucas 序列构造大围长 QC-LDPC 码的方法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版)，2018，30(4)：505-510.
Yuan Jianguo，Zeng Jing，Yuan Meng，et al. Construction

method of large girth QC-LDPC codes based on Fibonacci-Lucas sequence [J]. J. of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2018, 30(4): 505-510.

[4] Fossorier M P C. Quasicyclic low-density parity-check codes from circulant permutation matrices [J]. IEEE Trans. on Information Theory, 2004, 50(8): 1788-1793.

[5] Liva G, Chiani M. Protograph LDPC codes design based on EXIT analysis [C]// Global Telecommunications Conf. Washington: IEEE Press, 2007: 3250-3254.

[6] Zhang Y, Da X. Construction of girth-eight QC-LDPC codes from arithmetic progression sequence with large column weight [J]. Electron. Lett., 2015, 51(16): 1257-1259.

[7] 袁建国, 张希瑞, 袁财政, 等. 可见光通信中一种大围长可快速编码的 QC-LDPC 码构造方法[J]. 半导体光电, 2020, 41(3): 437-442, 447.
Yuan Jianguo, Zhang Xirui, Yuan Caizheng, et al. Construction of QC-LDPC code with large girth and fast encoding in visible light communications [J]. Semiconductor Optoelectronics, 2020, 41(3): 437-442, 447.

[8] Kim I, Kojima T, Song H Y. Some short-length girth-8 QC-LDPC codes from primes of the form t^2+1 [J]. IEEE Commun. Lett., 2022, 26(6): 1211-1215.

[9] Karimi B, Banihashemi A H. Construction of irregular protograph-based QC-LDPC codes with low error floor [J]. IEEE Trans. on Communications, 2021, 69(1): 3-18.

作者简介:

袁建国(1968—),男,重庆市人,博士,教授,硕士生导师,主要研究方向为通信系统中 LDPC 码与极化码编译码技术以及 OFDM 技术。