光电技术及应用

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2023062601

基于同质区分割的非线性端元提取算法

王俊佟，杨华东*

（沈阳理工大学 信息科学与工程学院，沈阳 110159）

摘　要： 端元提取是高光谱遥感图像混合像元分解的关键步骤。传统端元提取算法忽略了高光谱图像中地物空间分布相关性与非线性结构，制约了端元提取算法的精度。针对高光谱图像的空间关系与非线性结构，提出一种基于同质区分割的非线性端元提取算法。使用超像素分割方法将图像分割为若干同质区，利用流形学习构造高光谱图像数据的非线性结构，最后在同质区内提取端元并利用聚类方法优选端元。模拟和真实图像数据实验表明，该算法能够保证高光谱数据的非线性结构，端元提取结果优于其他传统线性端元提取方法，在低信噪比的情况下，可以保持较好的端元提取结果。

关键词： 高光谱遥感图像；端元提取；超像素分割；流形学习

中图分类号： TP751　**文章编号：** 1001－5868(2023)05－0761－06

Nonlinear Endmember Extraction Algorithm Based on Homogeneous Region Segmentation

WANG Juntong，YANG Huadong

（School of Information Science and Engineering，Shenyang Ligong University，Shenyang 110159，CHN）

Abstract： Endmember extraction is the key step of the mixed pixel decomposition in hyperspectral remote sensing images. Traditional endmember extraction algorithms ignore the spatial correlation and nonlinear structure of hyperspectral images，which restricts the accuracy of endmember extraction. Aiming at the spatial relationship and nonlinear structure of hyperspectral images，a nonlinear endmember extraction algorithm based on homogeneous region segmentation is proposed. The hyperspectral image was divided into several homogeneous regions using superpixel segmentation method，and the manifold learning method was used to ensure nonlinear structure of hyperspectral images，extracting preferred endmembers within homogeneous regions. Simulation data and real hyperspectral image experiments show that the algorithm in this paper can guarantee the nonlinear structure of hyperspectral data，and the endmember extraction results are better than other traditional linear endmember extraction methods. In the case of low signal-to-noise ratio，it can maintain a good endmember extraction results.

Key words： hyperspectral remote sensing images；endmember extraction；superpixel segmentation；manifold learning

0　引言

近年来，高光谱遥感图像在地表分类、冰雪应用、森林资源清查、岩矿识别、农业监测、食品安全检测、环境管理等领域得到了广泛应用[1]。一幅高光谱遥感图像是一个图谱合一的三维立方体，具有光谱分辨率高的优势，但由于空间分辨率低的特点，使得高光谱遥感图像面临着混合像元的问题，即一个

收稿日期：2023－06－26.

基金项目：辽宁省教育厅科学研究经费项目(LG202024).

* **通信作者：**杨华东　**E-mail：** yanghd8608@163.com

像元内包含两种及以上的地物，严重阻碍上述高光谱遥感图像应用精度的提高[2]。为了提高高光谱遥感图像应用精度，必须进行混合像元分解，将像元观测光谱分解为多种纯像元光谱即端元，并计算出每种端元所占比例即丰度[3]。高光谱解混中两个关键步骤为端元提取和丰度反演。从高光谱图像中准确提取端元是高光谱混合像元分解的关键。

近四十年来，国内外学者相继提出了很多端元提取算法，其中应用最广、最简单的方法是基于凸面单体几何模型发展而来，典型方法包括像元纯度指数(Pixel Purity Index，PPI)[4]、自动目标生成(Automatic Target Generation Process，ATGP)[5]、顶点成分分析方法(Vertex Component Analysis，VCA)[6]、内部最大体积分析(N-FINDR)[7]等。这类方法充分地利用了光谱数据在高维特征空间中的凸体属性，能够很好地挖掘数据中的端元信息，但都忽略了图像空间信息与高光谱图像的非线性结构对端元提取结果的影响。

遥感图像中地物分布往往具有空间连续性，相邻像元具有相似的光谱特征。因此，在端元提取时合理利用像元的空间相关性可以降低误选异常信号或噪声像元作为端元的可能性。此外，受噪声和成像环境等因素影响，高光谱图像数据呈现一定的非线性结构。流形学习是从高维采样数据中恢复低维流形结构。借鉴等距特征映射 ISOMAP[8] 流形学习算法，对原始高光谱图像数据进行非线性变换，获取其低维流形结构，在低维流形结构中进行提取端元将有助于提高混合像元分解精度。

本文基于高光谱图像数据的非线性结构和地物空间分布相关性，提出基于同质区分割的非线性端元提取算法(Nonlinear Endmember Extraction Algorithm Based on Homogeneous Region Segmentation，NEEAHRS)。构造了流形结构上的凸面单体端元提取模型，把光谱角与测地距离相结合进行非线性端元提取。为了充分利用图像中的空间信息，引入简单线性迭代聚类(Simple Linear Iterative Clustering，SLIC)[9]超像素分割方法，将高光谱图像分割为若干同质区，并在同质区块上分别提取端元，最后利用聚类算法进行端元优选。

1 内部最大体积分析与等距特征映射

1.1 内部最大体积分析

在高维特征空间中，高光谱图像数据组成一个凸面单体，端元对应单体的顶点。内部最大体积分析法在端元提取过程中，提取单体顶点，使得由这些顶点组成的单体体积最大。p 个端元顶点 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\cdots,\boldsymbol{e}_p$ 张成的单体体积为：

$$V(\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\cdots,\boldsymbol{e}_p)=\frac{\left|\det\begin{bmatrix}1 & 1 & \cdots & 1\\ \boldsymbol{r}_1 & \boldsymbol{r}_2 & \cdots & \boldsymbol{r}_p\end{bmatrix}\right|}{(p-1)!} \tag{1}$$

其中，$\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2,\cdots,\boldsymbol{r}_p,\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\cdots,\boldsymbol{e}_p$ 为降维至$(p-1)$维后所对应的向量，det[·]和|·|分别为行列式算子和绝对值算子。

1.2 等距特征映射

等距特征映射算法使用测地距离代替欧氏距离，利用多维尺度分析(Multidimensional Scaling，MDS)[10]算法将数据从高维空间等距嵌入到低维空间中。ISOMAP 算法主要包括测地距离计算和多维等距尺度变换两部分。

1.2.1 测地距离计算

(1)构建近邻图 G。对输入样本集 $\boldsymbol{D}=\{\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_n\}$ 中任意数据点对 $\boldsymbol{x}_i$ 和 $\boldsymbol{x}_j$ 计算欧氏距离 $d_o(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j)$，得到欧氏距离矩阵 $\boldsymbol{D}_o$；采用 KNN 算法搜索 $\boldsymbol{D}_o$ 的每一样本点 $\boldsymbol{x}_i$ 的邻域，找到最近的 k_n 个邻域点；将观测点 x_i 与 k_n 近邻点相连接构建近邻图 G。近邻图 G 的边为邻边 e_{ij} 的权值，等于 $\boldsymbol{x}_i$ 和 $\boldsymbol{x}_j$ 计算的欧氏距离 $d_o(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j)$。

(2)搜索最短路径 $d_G(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j)$。采用最短路径计算方法(如 Dijkstra 算法)从近邻图 G 中寻找样本点对 $\boldsymbol{x}_i$ 和 $\boldsymbol{x}_j$ 之间的最短距离 $d_G(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j)$。$\boldsymbol{x}_i$ 和 $\boldsymbol{x}_j$ 之间的欧式距离计算公式为：

$$d_G(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j)=\begin{cases}d_o(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j), & \text{近邻}\\ \infty, & \text{非近邻}\end{cases} \tag{2}$$

其中，∞表示无穷大。

(3)初始化。以 $d_o(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j)$构建 k_n 近邻欧氏距离矩阵 $\boldsymbol{D}_{knn}$。以 $d_G(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_j)$作为测地距离，构建测地距离矩阵 $\boldsymbol{D}_G$。

1.2.2 多维等距尺度变换

使用 MDS 算法，找到与高维数据 $\boldsymbol{X}=\{\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_n\}$ 相对应的 m 维数据 $\boldsymbol{Y}=\{\boldsymbol{y}_1,\boldsymbol{y}_2,\cdots,\boldsymbol{y}_m\}(m\leqslant n)$。MDS 算法步骤如下：

利用得到的测地距离矩阵 $\boldsymbol{D}_G$，计算矩阵 $\boldsymbol{S}=\{\boldsymbol{D}_G^2\}$。寻找矩阵 $\boldsymbol{H}=\{h_{i,j}\}$，公式为：

$$\begin{cases}h_{i,j}=\delta_{i,j}-\dfrac{1}{n}\\ \delta_{i,j}=\begin{cases}1, i=j\\ 0, i\neq j\end{cases}\end{cases} \tag{3}$$

双中心化处理，公式为：

$$\tau(\boldsymbol{D})=-\frac{\boldsymbol{HSH}}{2} \tag{4}$$

对矩阵 $\tau(\boldsymbol{D})$ 奇异值分解，公式为：

$$\tau(\boldsymbol{D})=\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{U} \tag{5}$$

按升序排列 m 个特征值和特征向量，得到特征值对角矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}_m$ 和特征向量矩阵 $\boldsymbol{U}_m$。

计算 m 维降维后的数据，公式为：

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{U}_m\sqrt{\boldsymbol{\Lambda}_m} \tag{6}$$

2　基于同质区分割的非线性端元提取算法

图像同质区分析和提取是研究邻域像元光谱变化和空间独立像元光谱变化的重要手段和方法。超像素分割方法可以用于图像同质区提取，它根据图像的光谱和空间性质来进行分割，分割的结果是图像上子区域的集合，每个子区域中的每个像素的光谱特性都是相似的。

基于同质区分割的非线性端元提取算法(NEEAHRS)具体流程如下所示：

(1)图像分割。利用 SLIC 超像素分割算法分割高光谱图像获取若干图像同质区。

(2)流形降维。对每个同质区分别进行 ISOMAP 降维，恢复低维数据流形。

(3)提取端元。在降维后的每个同质区内，基于测地距离使用内部最大体积法提取一个或多个端元。在信噪比低的情况下，可以提取多个端元做端元平均来减少噪声的影响。

(4)波段选择。使用最佳指数法(Optimal Index Factor，OIF)[11]，选择出波段中相关性小且信息量大的波段子集，为下步聚类效果更好进行波段选择，同时实现降维的目的。

(5)端元聚类。使用 K-means 算法对提取的端元进行聚类，结合光谱角距离(Spectral Angle Distance，SAD)和测地距离(Geodesic Distance，GD)，构造新的光谱距离(Spectral Distance，SD)，$SD=SAD\times GD^{\lambda}$，其中 λ 为权重系数，使用 SD 作为 K-means 算法的聚类距离。

(6)端元优选。使用 SAD 算法，找出每簇端元中与簇中每个端元最为相似的端元，最后输出每簇的最相似端元，即为该场景的所有端元。

当用最佳指数法选择 k 个波段时，计算公式为：

$$S=\frac{\sum_{i=1}^{k}\sigma_i}{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=i+1}^{k}C_{ij}} \tag{7}$$

式中，σ_i 为第 i 波段的标准差，标准差越大，代表该波段的信息量越大；C_{ij} 为第 i 波段和第 j 波段的相关系数，相关系数越小，表示两个波段间的相关性越小，则波段间的独立性越好，波段间的信息冗余度越低。

3　实验结果与分析

为了验证文中端元提取算法的有效性，使用模拟数据和真实高光谱图像进行对比实验。为了评价端元提取算法的优劣，本文利用 SAD、平均光谱角距离 ESAD、解混后的重建误差 RMSE 和丰度图评价端元提取结果。

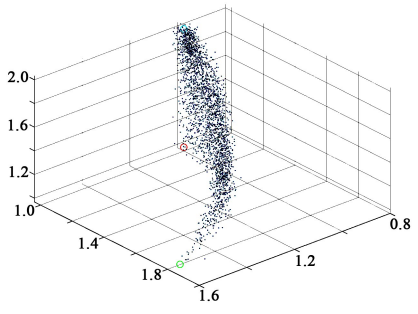
光谱向量 $\boldsymbol{x}$ 和 $\boldsymbol{y}$ 的 SAD 计算公式如下：

$$SAD(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=\arccos\left((\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y})\Big/\left(\sqrt{\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}}\sqrt{\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}}\right)\right) \tag{8}$$

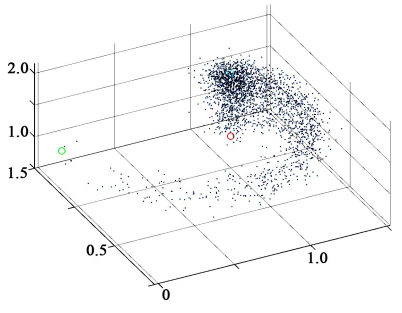
3.1　模拟数据实验

3.1.1　瑞士卷数据

本组实验用于验证本文所提算法的有效性。生成三维非线性数据，在二维线性单形体中随机产生一组数据，将其投影到瑞士卷(Swiss-Roll)[12]结构上产生三维非线性流形数据。合成数据的非线性程



(a) $\sigma=0.6$



(b) $\sigma=5$

图 1　Swiss-Roll 数据

度由参数 σ 决定，σ 越大非线性程度越高。图 1 为 $\sigma=0.6$ 和 $\sigma=5$，$N=2\,500$ 时数据集的三维散点图，各点的丰度值随机产生，并满足非负与和为 1 约束。为了模拟真实场景的噪声因素，添加信噪比(SNR)为 25 dB 的高斯白噪声。

实验结果如表 1 所示，由结果可以看出，本文算法在非线性程度不同的数据集上都可以提取近似真实的端元，验证了算法的有效性。

表 1 不同非线性程度时算法提取结果 SAD 比较

端元	$\sigma=0.6$	$\sigma=5$
1	0.127 400	0.196 588
2	0.053 665	0.033 312
3	0.025 086	0.086 287

3.1.2 合成高光谱图像

合成图像中的端元光谱来自美国内华达州 Cuprite 高光谱图像，该图像共有 224 个波段，去除 1-2，221-224 噪声波段和 104-113，148-167 水吸收波段，保留 188 个波段。选择 Cuprite 中的明矾石(Alunite)、镁铝榴石(Pyrope)和榍石(Sphene)3 种矿物光谱作为合成图像的端元光谱，分别记为 A，B 和 C。以 Cuprite 中样本均值作为合成图像的背景 b，端元光谱曲线如图 2 所示，使用 M0 表示参考端元。

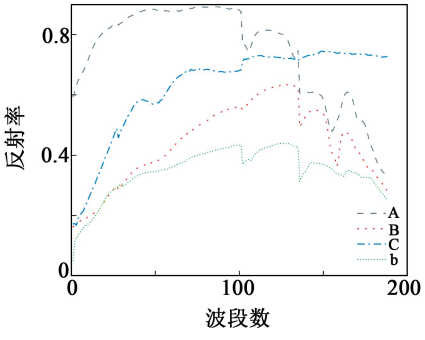


图 2 端元光谱

模拟数据合成方法与 Chang 等[13]提出的方法类似。利用上述 3 种矿物光谱及背景光谱合成一幅空间大小为 120×200 的高光谱图像，端元分布如图 3 所示。整幅图像平均分割为 3 行 5 列，共 15 个 40×40 的矩形块，每个矩形块的中心位置放置一个面板。具体地，每一列面板的大小相同，第 1 列是 3 个 4×4 纯像素面板，第 2 列是 3 个 2×2 纯像素面板。前两列面板从上至下 3 行分别为 A，B 和 C 区域。第 3 列是 3 个 2×2 混合像素面板，第 4 列和第 5 列都是 3 个 1×1 混合像素面板。第 3 列至第 5 列的混合像素面板的端元光谱构成如表 2 所示。其中，在第 3 列面板中，分别对端元光谱 A，B 和 C 进行缩放以模拟光谱变异现象。最后，以均值光谱 b 作为背景光谱填充除 15 个面板以外的区域。为模拟实际高光谱图像中存在的噪声，在合成图像中添加不同信噪比的高斯白噪声。

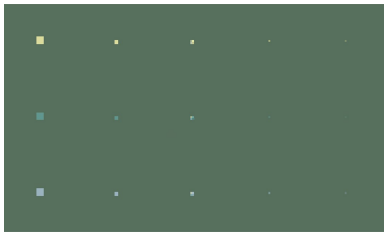


图 3 端元分布示意图

表 2 混合像素面板端元混合细节

行	第 3 列		第 4 列	第 5 列
第 1 行	0.5A+0.5B	1.1A	0.5A+0.5b	0.25A+0.75b
	0.5A+0.5C	0.9A		
第 2 行	0.5B+0.5A	1.1B	0.5B+0.5b	0.25B+0.75b
	0.5B+0.5C	0.9B		
第 3 行	0.5C+0.5A	1.1C	0.5C+0.5b	0.25C+0.75b
	0.5C+0.5B	0.9C		
	0.5C+0.5B	0.9C		

使用参考端元 M0，NEEAHRS，N-FINDR 和 VCA 算法在不同信噪比下，对比 ESAD 与 RMSE，

表 3 各算法在不同信噪比下对比结果

15 dB	A	B	C	b	ESAD	RMSE
M0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.001 0
NEEAHRS	0.015 2	0.026 9	0.016 9	0.154 0	0.053 2	0.001 0
N-FINDR	0.039 0	0.072 7	0.042 1	0.187 9	0.085 4	0.075 1
VCA	0.016 7	0.052 9	0.026 0	0.055 5	0.037 8	0.209 5
20 dB	A	B	C	b	ESAD	RMSE
M0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 3
NEEAHRS	0.011 7	0.013 9	0.011 8	0.109 1	0.036 6	0.000 5
N-FINDR	0.021 1	0.032 5	0.026 8	0.112 2	0.048 1	0.083 6
VCA	0.006 0	0.019 2	0.010 3	0.031 0	0.016 6	0.000 4
25 dB	A	B	C	b	ESAD	RMSE
M0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 1
NEEAHRS	0.013 6	0.030 0	0.008 2	0.046 6	0.024 6	0.000 4
N-FINDR	0.013 6	0.020 7	0.015 3	0.059 3	0.027 2	0.342 8
VCA	0.005 2	0.009 9	0.006 5	0.019 3	0.010 2	0.000 2

续表 3　各算法在不同信噪比下对比结果

30 dB	A	B	C	b	ESAD	RMSE
M0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
NEEAHRS	0.003 3	0.038 6	0.003 8	0.002 1	0.011 9	0.000 2
N-FINDR	0.007 2	0.011 6	0.008 0	0.031 4	0.014 5	0.081 2
VCA	0.002 6	0.004 0	0.003 0	0.007 6	0.004 3	0.000 1
35 dB	A	B	C	b	ESAD	RMSE
M0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
NEEAHRS	0.003 9	0.002 7	0.004 4	0.020 4	0.007 9	0.000 3
N-FINDR	0.003 9	0.006 4	0.004 4	0.018 3	0.008 2	0.344 7
VCA	0.001 3	0.002 2	0.001 5	0.005 4	0.002 6	0.000 1
40 dB	A	B	C	b	ESAD	RMSE
M0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
NEEAHRS	0.002 2	0.002 7	0.002 5	0.008 1	0.003 9	0.000 2
N-FINDR	0.002 2	0.003 4	0.002 5	0.011 4	0.004 9	0.344 8
VCA	0.000 5	0.001 1	0.000 8	0.003 5	0.001 5	0.000 1
45 dB	A	B	C	b	ESAD	RMSE
M0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
NEEAHRS	0.001 2	0.001 0	0.001 4	0.003 4	0.001 8	0.000 3
N-FINDR	0.001 2	0.001 9	0.001 4	0.005 9	0.002 6	0.222 1
VCA	0.000 3	0.000 4	0.000 4	0.001 5	0.000 7	0.000 1
50 dB	A	B	C	b	ESAD	RMSE
M0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
NEEAHRS	0.000 7	0.000 6	0.000 8	0.000 6	0.000 7	0.000 3
N-FINDR	0.000 7	0.001 0	0.000 8	0.003 3	0.001 5	0.080 5
VCA	0.000 2	0.000 3	0.000 2	0.000 9	0.000 4	0.000 1

并分别与 A，B，C 和 b 端元对比 SAD，结果如表 3 所示。由表 3 可知，本文方法相对于 N-FINDR 算法提升很大，在低信噪比的情况下，接近甚至优于 VCA 算法。在较高信噪比的情况下，VCA 算法表现较好，但结合 FCLS 解混后的丰度图，VCA 与 N-FINDR 算法都会出现“虚影”问题，会受到噪声的干扰，以 SNR 为 25 dB 丰度图为例，VCA 算法在 C 端元处，出现解混误差，如图 4 所示。

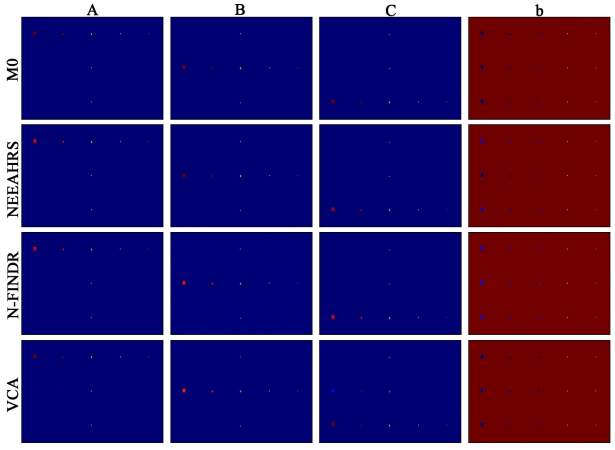


图 4　SNR 为 25 dB 丰度图

综上所述，本文算法可以保证在非线性的情况下，能较好地提取端元，受到更少的噪声干扰，证明本文算法的可行性。

3.2　真实数据实验

真实数据是沈阳理工大学兵器广场高光谱影像，场景非常复杂，包含多种地物。该数据由四川双利合谱科技有限公司提供的 GaiaField-V10 便携式地物高光谱仪于 2022 年 11 月采集获得。GaiaField-V10 光谱仪既可以成像又可以进行光谱采集，其光谱范围为 400～1 000 nm，有多种模式可选，波段最多可达 1 040 个。本文中使用的真实图像大小为 623×600，由 176 个波段组成，波段范围为 381.60～986.10 nm，去除 1-5，126-176 噪声较大的波段，剩余 120 个波段，由 120，90 和 30 波段合成的假彩色图像如图 5 所示。



图 5　假彩色真实高光谱图像

使用 Harsanyi-Farrand-Chang（NWHFC）方法估计虚拟维度（Virtual Dimension，VD）[14]，在虚警率为 10^{-1} 时，端元数为 17。使用 FCLS 解混算法对 NEEAHRS，N-FINDR 和 VCA 三种算法提取出的端元进行解混得到丰度图并计算重建误差，丰度

图如图 6 所示，重建误差如表 4 所示。

表 4 各算法重建误差

算法	RSME
NEEAHRS	$3.356\,817\times10^{-5}$
VCA	$1.805\,474\times10^{-5}$
N-FINDR	$2.058\,164\times10^{-5}$

由表 4 可看出各算法的重构误差都很接近，但本文算法解混后的丰度图效果最好，根据丰度图判断，其余两个算法没有将大部分端元提取出来，导致解混结果过拟合。

4 结论

本文针对高光谱图像的非线性结构与空间相关性，使用超像素分割方法获取同质区保证高光谱图像空间相关性，使用流形学习保证高光谱图像非线性结构，并且小块同质区可以加快流形学习降维速度，将测地线距离和光谱角相结合，提出基于同质区分割的非线性端元提取算法。在模拟数据与真实数据中，与 VCA 和 N-FINDR 等算法相比，本算法都取得较好的端元提取结果，并具有较好的降噪效果，不会忽略掉丰度小的地物。

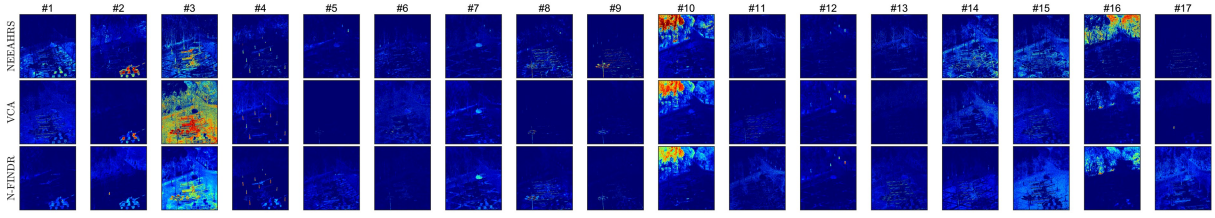


图 6 真实高光谱图像丰度图

参考文献：

[1] 蓝金辉，邹金霖，郝彦爽，等. 高光谱遥感影像混合像元分解研究进展[J]. 遥感学报，2018，22(1)：13-27.
Lan Jinhui，Zou Jinlin，Hao Yanshuang，et al. Research progress on unmixing of hyperspectral remote sensing imagery [J]. J. of Remote Sensing，2018，22(1)：13-27.

[2] 童庆禧，张 兵，张立福. 中国高光谱遥感的前沿进展[J]. 遥感学报，2016，20(5)：689-707.
Tong Qingxi，Zhang Bing，Zhang Lifu. Current progress of hyperspectral remote sensing in China [J]. J. of Remote Sensing，2016，20(5)：689-707.

[3] Keshava N，Mustard J F. Spectral unmixing[J]. IEEE Signal Processing Magazine，2002，19(1)：44-57.

[4] Chang C I，Plaza A. A fast iterative algorithm for implementation of pixel purity index[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Lett.，2006，3(1)：63-67.

[5] Ren H，Chang C I. Automatic spectral target recognition in hyperspectral imagery [J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems，2003，39(4)：1232-1249.

[6] Nascimento J M P，Dias J M B. Vertex component analysis：a fast algorithm to unmix hyperspectral data[J]. IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing，2005，43(4)：898-910.

[7] Winter M E. N-FINDR：an algorithm for fast autonomous spectral end-member determination in hyperspectral data[J]. Proc. of SPIE.，1999，3753：266-275.

[8] Tenenbaum J B，Silva V，Langford J C. A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction[J]. Science，2000，290(5500)：2319-2323.

[9] Achanta R，Shaji A，Smith K，et al. SLIC superpixels compared to state-of-the-art superpixel methods [J]. IEEE Trans. on Pattern Analysis & Machine Intelligence，2012，34(11)：2274-2282.

[10] Torgerson W S. Multidimensional scaling：Ⅰ. Theory and method[J]. Psychometrika，1952，17(4)：401-419.

[11] 严 阳，华文深，张 炎，等. 基于波段选择改进的高光谱端元提取方法[J]. 激光技术，2019，43(4)：138-142.
Yan Yang，Hua Wenshen，Zhang Yan，et al. An improved method of hyperspectral endmember extraction based on band selection[J]. Laser Technology，2019，43(4)：138-142.

[12] 杨 斌，王 斌，吴宗敏. 基于双线性混合模型的高光谱图像非线性光谱解混[J]. 红外与毫米波学报，2018，37(5)：631-641.
Yang Bin，Wang Bin，Wu Zongmin. Nonlinear spectral unmixing for hyperspectral imagery based on bilinear mixture models[J]. J. Infrared Millim. Waves，2018，37(5)：631-641.

[13] Chang Y C C，Ren H，Chang C I，et al. How to design synthetic images to validate and evaluate hyperspectral imaging algorithms[J]. Proc. of SPIE.，2008，6966：489-499.

[14] Chang C I，Du Q. Estimation of number of spectrally distinct signal sources in hyperspectral imagery[J]. IEEE Trans. on Geoscience & Remote Sensing，2004，42(3)：608-619.

作者简介：

王俊佟(1998—)，男，硕士研究生，主要从事高光谱图像混合像元分解方面的研究；

杨华东(1986—)，男，博士，副教授，主要从事高光谱图像解译及智能信息处理方面的研究。