光电技术及应用

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2023071804

基于 GWO-VMD-SVD 的 Φ-OTDR 信号降噪方法

尚秋峰[1,2,3]，谷元宇[1*]

（华北电力大学 1.电子与通信工程系；2. 河北省电力物联网技术重点实验室；
3. 保定市光纤传感与光通信技术重点实验室，河北 保定 071003）

摘　要： 针对 Φ-OTDR 系统采集的信号中包含大量随机噪声的问题，提出了一种基于灰狼优化算法的变分模态分解联合奇异值分解的新型降噪方法（GWO-VMD-SVD）。通过灰狼优化算法寻找 VMD 分解中最优的分解层数 K 和二次惩罚因子 α，抑制了模态混叠现象；引入排列熵判定机制区分有用信号分量和噪声分量；将有用信号分量保留，同时对噪声分量使用 SVD 分解进行二次降噪，提取其中的有用信号；将两次降噪保留的有用信号进行重构，得到降噪后的信号。实验结果表明，该方法相对于 VMD-PE 和 EEMD-CC，信噪比更高，能更有效地保留信号中的有用信息。

关键词： 分布式光纤传感；变分模态分解；排列熵；奇异值分解；降噪

中图分类号： TN911.6　**文章编号：** 1001－5868(2023)06－0913－06

Φ-OTDR Signal Denoising Method Based on GWO-VMD-SVD

SHANG Qiufeng[1,2,3], GU Yuanyu[1]

(North China Electric Power University 1. Department of Electronic and Communications Engineering; 2. Hebei Key Laboratory of Power Internet of Things Technology; 3. Baoding Key Laboratory of Optical Fiber Sensing and Optical Communication Technology, Baoding 071003, CHN)

Abstract: To solve the problem that the signals collected by Φ-OTDR system contain a lot of random noise, a new noise reduction method based on grey Wolf optimization algorithm with variational mode decomposition combined with singular value decomposition (GWO-VMD-SVD) is proposed. The gray Wolf optimization algorithm was used to find the optimal decomposition layers and the quadratic penalty factor in VMD decomposition, and the mode aliasing phenomenon was suppressed. The permutation entropy determination mechanism was introduced to distinguish the useful signal component from the noise component. The useful signal component was retained, and the noise component was denoised by SVD decomposition to extract the useful signal. The useful signal retained by two denoising was reconstructed and the denoised signal was obtained. Experimental results show that the proposed method has higher SNR than VMD-PE and EEMD-CC, and can retain useful information in the signal more effectively.

Key words: distributed fiber optic sensing; variational mode decomposition; permutation entropy; singular value decomposition; noise reduction

0　引言

相位敏感光时域反射仪（Phase Sensitive Optical Time Domain Reflectometer，Φ-OTDR），具有延迟低、灵敏度高、测量距离长等优点，在周界安防、输电线路监测等领域有广泛应用[1-4]。由于系统

收稿日期：2023－07－18.
基金项目：国家自然科学基金项目(61775057)；河北省自然科学基金项目(E2019502179).
* **通信作者：**谷元宇　**E-mail：**1315019394@qq.com

所处环境以及电器件噪声的影响，导致采集的振动信号往往夹杂着大量的随机噪声。因此如何降低随机噪声对 Φ-OTDR 系统性能的影响成为了研究的重点[5]。对于一维信号常用的降噪方法有小波变换法(WT)、经验模态分解法(EMD)和自适应滤波法等[6-7]。小波变换法存在小波基函数和阈值选取困难和处理非平稳信号有较大误差等问题，所以不适用于处理 Φ-OTDR 系统的信号。EMD 虽然不需要选取小波基函数和阈值且适用于非平稳信号处理，但是该方法处理噪声时会出现模态混叠现象，不利于信噪比的提升[8-9]。Wu 等[10]提出了集合经验模态分解(EEMD)的方法，EEMD 是在 EMD 的基础上叠加了白噪声，解决了 EMD 算法中存在的模态混叠问题。刘树聃等[11]提出了奇异值分解(SVD)和 EEMD 的联合降噪方法，该方法有效降低了非线性信号的脉冲噪声和白噪声。Dragomiretskiy 等[12]提出了变分模态分解(VMD)，该算法能够将信号分解成一系列不同频率的模态分量，有效抑制了模态混叠和端点效应。于淼等[13]提出了一种变分模态分解-排列熵的降噪方法，通过排列熵来确定 VMD 分解层数，将排列熵大于阈值的 IMF 分量去除，最大限度地去除了信号中的噪声，但是该方法没有充分提取噪声分量中的有用信息，而且无法避免各分量出现模态混叠现象。

针对以上问题，本文提出了一种基于灰狼优化算法的变分模态分解结合奇异值分解的降噪方法。使用灰狼优化算法优化 VMD 的分解层数 K 和二次惩罚因子 α，寻优后的 VMD 算法进一步抑制了模态混叠现象。随后引入了排列熵机制，设定排列熵阈值来区分有用分量和噪声分量。对噪声分量进行 SVD 分解，采用二阶差分谱确定奇异值保留阶数，最大限度地提取噪声中的有用信息。最后将两次降噪保留的有用信号重构生成降噪信号。搭建了实验系统，采集了攀爬、敲击、行走三种扰动信号，并对比了本文所用算法与 VMD-PE 和 EEMD-CC 算法对三种信号的降噪效果，验证了该方法对 Φ-OTDR 系统信号的降噪能力。

1 GWO-VMD-SVD 降噪模型

1.1 VMD 原理

VMD 会将输入的信号分解为 K 个模态分量 $u_k(t)$，每个模态分量 $u_k(t)$ 表示为：

$$u_k(t)=A_k(t)\cos[\phi_k(t)] \tag{1}$$

式中，$u_k(t)$ 为各个模态分量，$A_k(t)$ 为各模态分量振幅，$\phi_k(t)$ 为信号的瞬时频率。

为了得到各个模态分量的限制带宽，需要对 $u_k(t)$ 进行希尔伯特变换，之后对 $u_k(t)$ 进行移频，$u_k(t)$ 频移至 w_k 处，以此建立的约束表达式为：

$$\begin{cases}\min\limits_{\{u_k\},\{w_k\}}\left\{\sum\limits_k\left\|\partial_t\{[\delta(t)+j/\pi t]u_k(t)\}\exp(-\mathrm{j}w_kt)\right\|_2^2\right\}\\ \text{s.t.}\sum\limits_k u_k(t)=f(t)\end{cases} \tag{2}$$

式中，$\{u_k(t)\}=\{u_1,\cdots,u_K\}$ 为 K 个模态分量信号的集合；$\{w_k\}=\{w_1,\cdots,w_K\}$ 为 K 个模态分量信号中心频率的集合；式(2)的约束条件为令各模态分量之和等于输入信号。

为了求解上式的 $\{u_k(t)\}$ 和 $\{w_k\}$，引入二次惩罚因子 α 与 Lagrange 乘子 λ，将上式转化为求解无约束极小值问题，转化后的表达式为：

$$\begin{aligned}&L(\{u_k(t)\},\{w_k\},\lambda)=\\&\alpha\sum_k\left\|\partial t\{[\delta(t)+j/\pi t]u_k(t)\}\exp(-\mathrm{j}w_kt)\right\|_2^2+\\&\left\|f(t)-\sum_k u_k(t)\right\|_2^2+\left\langle\lambda(t),f(t)-\sum_k u_k(t)\right\rangle\end{aligned} \tag{3}$$

式中，$\left\langle\lambda(t),f(t)-\sum\limits_k u_k(t)\right\rangle$ 表示 $\lambda(t)$ 与 $f(t)-\sum\limits_k u_k(t)$ 相内积。对式(3)求导并令导数值为 0 就可以求出式(2)中 $\{u_k(t)\}$，$\{w_k\}$ 和 λ 的最优解。使用交替方向乘子运算对 $\{u_k(t)\}$，$\{w_k\}$ 和 λ 进行优化迭代，迭代更新的表达式为：

$$\hat{u}_k^{(n+1)}(w)=\frac{\hat{f}(w)-\sum_{i\neq k}\hat{u}_i(w)+\hat{\lambda}(w)/2}{1+2\alpha(w-w_k)^2} \tag{4}$$

$$w_k^{(n+1)}=\frac{\int_0^\infty w\mid\hat{u}_k(w)\mid^2\mathrm{d}w}{\int_0^\infty\mid\hat{u}_k(w)\mid^2\mathrm{d}w} \tag{5}$$

$$\hat{\lambda}^{n+1}(w)=\hat{\lambda}^{(n)}(w)+\tau\left[\hat{f}(w)-\sum_k\hat{u}_k^{(n+1)}(w)\right] \tag{6}$$

式中，$\hat{f}(w)$，$\hat{u}_i(w)$ 和 $\hat{\lambda}(w)$ 分别为 $f(t)$，$u_k(t)$ 和 $\lambda(t)$ 的频域形式，w 为频率，n 为迭代次数，τ 为保真参数。

1.2 灰狼优化算法原理

灰狼优化算法结构简单而且参数少，具有信息反馈机制而且具有自适应调整的收敛因子，能够避免算法陷入局部最优，具有很好的全局搜索能力，所

以在多参数优化问题上具有良好的求解精度和收敛速度。灰狼优化算法中包含四层狼群，分别为 α，β，δ 和 w 层，α 层狼群是种群的首领，负责领导狼群，代表优化算法中的最优解。β 层狼群负责协助层狼群，是优化算法中的次优解。δ 层狼群负责侦查，适应度差的 α 和 β 会变成 δ。w 层狼群根据 α，β 或 δ 进行位置更新[14]。灰狼优化算法的核心就是根据 α，β，δ 的位置不断更新层狼的位置，直到在搜索空间中找到最优解或达到最大迭代次数。

1.3　SVD 分解原理

SVD 的核心就是矩阵分解，SVD 通过将一个矩阵分解为三个矩阵的乘积，实现信号的降噪。SVD 降噪适用于大型数据，可以控制降维程度，而且能够最大程度地保留有用信息。因此，将 SVD 分解用于二次降噪有显著优势。对于采集的信号 $X(t)=\{x_1,x_2,\cdots,x_i\}$，$i=1,2,\cdots,M$。可以构建如下 Hankel 矩阵：

$$\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_m \\ x_2 & x_3 & \cdots & x_{m+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_n & x_{n+1} & \cdots & x_M \end{bmatrix} \tag{7}$$

式中，M 为信号长度，m 为滑动窗口宽度。对矩阵 $\boldsymbol{H}$ 做 SVD 分解，可以得到：

$$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{A}\sum\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

$\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 都为正交矩阵，$\sum$ 为对角阵，其对角线元素就是奇异值，且奇异值存在以下关系：$\sigma_1>\sigma_2>\cdots>\sigma_k>0$，奇异值较大的表征的是有用信息，奇异值较小的表征的是噪声。所以可将奇异值较大的保留，奇异值小的置 0，以此来去除信号中的噪声。根据文献[15]采用奇异值的一阶差分谱和二阶差分谱来选取需要保留的奇异值，将二阶奇异值差分谱的极大值点及之前的奇异值保留，将极大值点之后的奇异值置零，这样就能最大程度地保留有用信号。

1.4　GWO-VMD-SVD 降噪设计

使用 GWO 对 VMD 进行优化的步骤如下：

1）初始化 GWO 的参数，设置种群规模大小、最大迭代次数、K 与 α 的初始值等。

2）进行 VMD 分解，计算适应度值，本文选取排列熵作为适应度函数。

3）根据适应度值确定种群中的最优灰狼位置，根据 α，β，δ 的位置不断更新每只灰狼的位置，计算更新后的适应度值。

4）重复 2），3）两步，直到达到最大迭代次数，此时获得最佳参数 K 与 α。

根据优化后的参数 K 与 α 对含噪信号进行 VMD 分解，得到各 IMF 分量。随后，计算各 IMF 分量的排列熵值，通过设定排列熵阈值区分有用分量与噪声分量。根据文献[13]，本文选取排列熵阈值（PE）为 0.55，将排列熵值大于阈值的分量划分为噪声，反之则划分为有用信号。通过 GWO-VMD 算法和排列熵机制成功将原始含噪信号分解为有用信号和噪声。对噪声分量进行 SVD 分解，提取噪声中的有用成分。SVD 分解过程中需要使用二阶差分谱来选取奇异值保留阶数，以确保最大限度提取出有用信号。将两次分解提取的有用信号分量重构就可以得到降噪后的信号。算法具体流程见图 1。

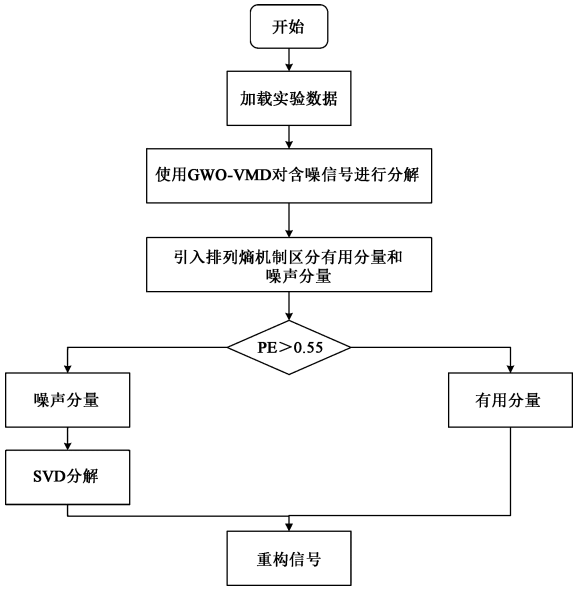


图 1　GWO-VMD-SVD 降噪流程图

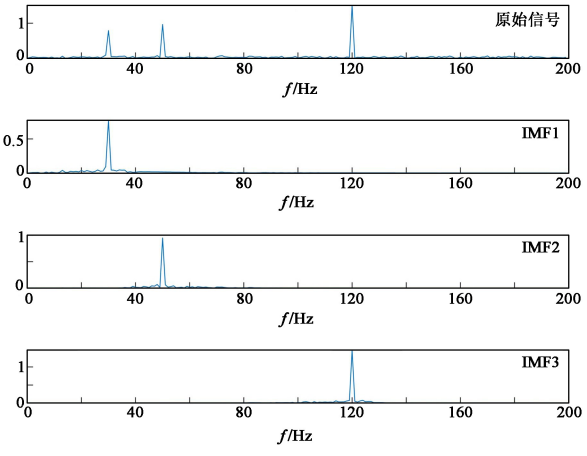
2　仿真分析

为了验证本文所用算法抑制模态混叠的性能，将本文算法与 VMD-PE 和 EEMD 的分解效果进行对比。使用 MATLAB 生成包含噪声的振动信号，信号采样率为 1 kHz，采样时间为 1 s。仿真信号表示为：

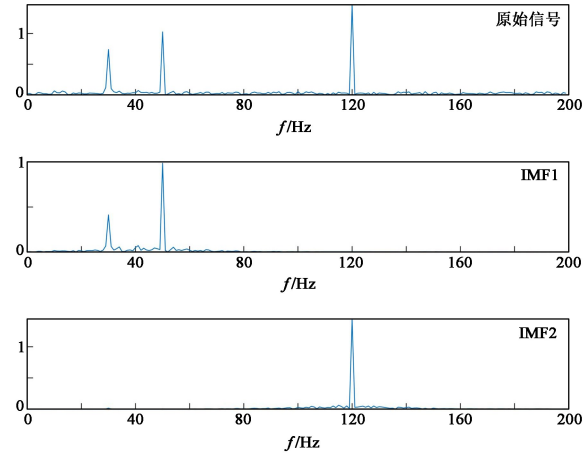
$$\begin{cases} x_1(t)=2\sin(100\pi t+\pi/3) \\ x_2(t)=3\sin(240\pi t+\pi/5) \\ x_3(t)=(1+t)\sin(60\pi t) \\ \mathrm{noise}=\mathrm{wgn}(0.2) \\ x(t)=x_1(t)+x_2(t)+x_3(t)+\mathrm{noise} \end{cases} \tag{9}$$

仿真信号 $x(t)$ 包含：主频为 50 Hz、幅值为 2、初相

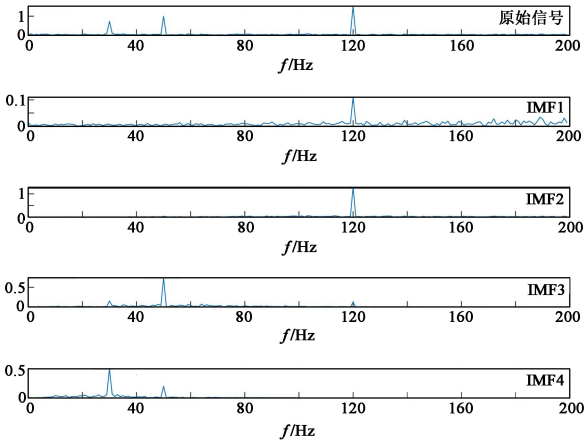
为 π/3 的低频信号 $x_1(t)$；主频为 120 Hz、幅值为 3、初相为 π/5 的高频信号 $x_2(t)$；主频为 30 Hz 的变幅信号 $x_3(t)$；功率为 0.2 dBW 的高斯白噪声。分别使用 GWO-VMD，VMD-PE，EEMD 三种方法对含噪信号进行分解，各模态频谱如图 2 所示。由图 2(a)可知，GWO-VMD 的方法能够将三个主频分别提取出来，没有出现模态混叠的现象，说明经过灰狼算法优化得到了最优的分解层数与二次惩罚因子，此时 VMD 分解的效果最好。由图 2(b)可知，VMD-PE 算法的 IMF1 出现了模态混叠的现象，该算法使用排列熵判定分解层数，虽然最大限度地剔除了噪声成分，但是会导致 VMD 分解的效果降低。由图 2(c)可知，EEMD 算法分解得到的 IMF 分量出现了严重的模态混叠现象。相对于 VMD-PE 与 EEMD 两种算法，本文所提 GWO-VMD 分解的效果最好，有效抑制了模态混叠的现象，有利于系统信噪比的提高。



(a) GWO-VMD



(b) VMD-PE



(c) EEMD

图 2 GWO-VMD，VMD-PE，EEMD 各模态频谱图

3 实验设置

本文搭建的实验系统如图 3 所示，采用输出功率为 13 dBm、中心波长为 1 550 nm、线宽为 1.5 kHz 的窄线宽激光器用于产生稳定连续的激光；保偏耦合器按照 90∶10 的分光比将输入光分成偏振态相同的两束光；使用 AOM 产生 50 MHz 的频移并将激光调制成脉宽为 100 ns 的脉冲光；掺铒光纤放大器(EDFA)将输入光功率放大后，进入光缆并返回后向瑞利散射光(RBS)；RBS 经环形器后与本地光在 50∶50 耦合器中拍频；光电探测器(PD)可将拍频光信号转化为电信号；电信号经数据采集卡(DAQ)后实现模数转换。基于上述系统，在实验室搭建了周界安防场景，实验采集了攀爬、敲击、行走三种扰动信号，后续将使用这三种信号验证本文算法的有效性。

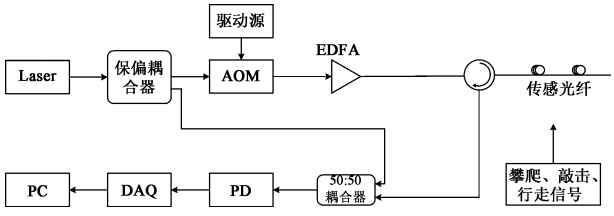
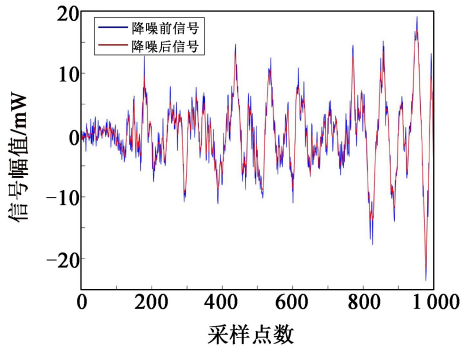


图 3 Φ-OTDR 系统框图

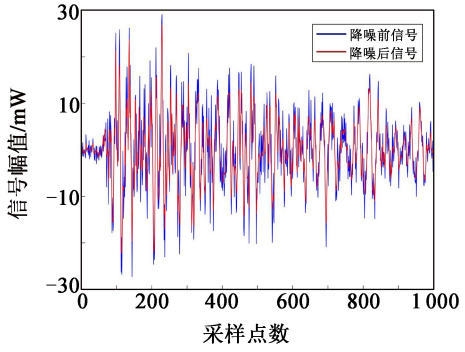
4 实验验证与分析

由于 Φ-OTDR 系统在采集信号的过程中可能会掺杂环境噪声、光源噪声和电子器件噪声等，会导致采集的激励信号的信噪比低，影响后续的信号处理。因此本文采用 GWO-VMD-SVD 算法对采集的攀爬、敲击和行走信号进行降噪。三种信号降噪

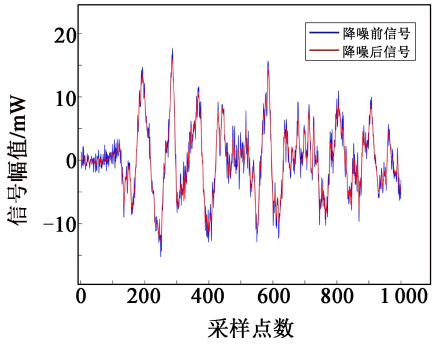
前后的波形如图 4 所示，可以看出降噪前后信号的整体趋势一致，降噪后的信号波形更加平滑。



(a) 攀爬信号



(b) 敲击信号



(c) 行走信号

图 4　GWO-VMD-SVD 算法降噪前后对比

为了验证本文所提方法的优越性，使用下列两种对比方法分别处理三种信号：1）集合经验模态分解联合相关系数（EEMD-CC）：使用 EEMD 分解含噪信号，利用相关系数来判定需要保留的 IMF 分量，本文相关系数阈值选取的是 0.5。2）VMD-PE：通过排列熵判定 VMD 分解层数，将分解后的 IMF 分量重构得到降噪信号。对比验证本文方法降噪效果的提升。

采用信噪比 SNR、均方根误差 RMSE 来衡量三种方法的降噪效果。SNR 与 RMSE 的计算公式如下：

$$SNR = 10\lg\left(\frac{P_S}{P_n}\right) \tag{10}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{N}[x(t) - x(t)']^2}{N}} \tag{11}$$

式中，P_S 为有用信号，P_n 为噪声信号，$x(t)$ 为原始信号，$x(t)'$ 为降噪后的信号，N 为采样点数。信噪比越高、均方根误差越小，信号的降噪效果越好。各降噪算法的降噪效果如表 1 所示。

表 1　三种降噪方法效果对比

信号	参数	本文算法	EEMD-CC	VMD-PE
攀爬信号	SNR/dB	25.961 0	15.171 2	22.769 8
	RMSE	0.028 5	0.078 7	0.041 7
敲击信号	SNR/dB	20.308 5	15.646 0	15.765 7
	RMSE	0.049 2	0.068 3	0.082 2
行走信号	SNR/dB	22.496 1	17.493 1	19.203 4
	RMSE	0.036 1	0.059 7	0.050 1

由表 1 可知，三种算法对不同信号的降噪效果不同，其中 VMD-PE 算法信噪比优于 EEMD-CC 算法，主要原因是 VMD-PE 通过排列熵判断有用分量，最大程度地保留了有用信号，且 VMD 相对于 EEMD 抑制了模态混叠现象的发生。本文所提算法使用最优化参数进行 VMD 分解，避免了模态混叠现象，而且能最大程度地保留各 IMF 分量中的有用信号成分。从表 1 可以看出，该方法相比于 EEMD-CC 和 VMD-PE 平均信噪比分别提高了 6.8 和 3.7 dB，降噪效果优异。

5　结论

针对 Φ-OTDR 系统采集的信号中包含大量随机噪声的问题，本文提出了一种基于 GWO-VMD-SVD 的信号降噪方法。该方法通过 GWO 确定 VMD 分解的最优参数 K 与 α，随后通过设定的排列熵阈值区分有用信号与噪声；最后使用 SVD 提取噪声中的有用信息；将两次提取的有用信息重构得到降噪信号。对比本文算法与 EEMD-CC 和 VMD-PE 算法对三组实测信号的降噪效果可知，该算法将平均信噪比分别提升了 6.8 和 3.7 dB，说明了该算法的优越性。为系统能够准确识别不同扰动信号特征奠定了基础。

参考文献：

[1] Liu S, Yu F, Hong R, et al. Advances in phase-sensitive optical time-domain reflectometry [J]. Opto-Electronic

Advances, 2022, 5(3): 200078.1-200078.28.

[2] 张旭苹, 丁哲文, 洪 瑞, 等. 相位敏感光时域反射分布式光纤传感技术[J]. 光学学报, 2021, 41(1): 100-114.
Zhang Xuping, Ding Zhewen, Hong Rui, et al. Phase sensitive time-domain reflection distributed fiber optic sensing technology [J]. Journal of Optics, 2021, 41(1): 100-114.

[3] 杨 芳, 唐小亮, 尹文阔, 等. 基于多参量分布式光纤传感的架空输电线路风振监测分析[J]. 电力系统保护与控制, 2022, 50(11): 169-177.
Yang Fang, Tang Xiaoliang, Yin Wenkuo, et al. Analysis of transmission line wind vibration monitoring based on a multi parameter distributed optical fiber sensor[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(11): 169-177.

[4] Jiang J, Wang Z N, Wang Z T, et al. Coherent Kramers-Kronig receiver for Φ-OTDR[J]. J. of Lightwave Technol., 2019, 37(18): 4799-4807.

[5] 熊兴隆, 冯 磊, 刘 佳, 等. 基于改进变分模态分解的Φ-OTDR信号去噪方法[J]. 半导体光电, 2020, 41(3): 400-405.
Xiong Xinglong, Feng Lei, Liu Jia, et al. Based on improved variational mode decomposition Φ-OTDR signal denoising method[J]. Semiconductor Optoelectronics, 2020, 41(3): 400-405.

[6] 蒋 沅, 上官彪, 曾竞凯. 基于EEMD的改进小波阈值算法在超声水表中的应用[J]. 振动与冲击, 2022, 41(5): 208-213.
Jiang Yuan, ShangGuan Biao, Zeng Jingkai. Application of improved wavelet threshold algorithm based on EEMD in ultrasonic water meters[J]. Vibration and Shock, 2022, 41(5): 208-213.

[7] 张声辉, 高文学, 刘江超, 等. 基于EMD分解的爆破振动信号主成分提取与分析[J]. 工程爆破, 2022, 28(6): 8-14.
Zhang Shenghui, Gao Wenxue, Liu Jiangchao, et al. Principal component extraction and analysis of blasting vibration signals based on EMD decomposition[J]. Engineering Blasting, 2022, 28(6): 8-14.

[8] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, physical and engineering sciences, 1998, 454(1971): 903-995.

[9] 段 煜, 郑 超, 郗厚山, 等. 基于EEMD-PE的ADS-B信号降噪研究[J]. 无线电工程, 2023, 53(7): 1734-1740.
Duan Yu, Zheng Chao, Xi Houshan, et al. Research on ADS-B signal denoising based on EEMD-PE[J]. Radio Engineering, 2023, 53(7): 1734-1740.

[10] Wu Z, Huang N E. Ensemble empirical mode decomposition: A noise-assisted data analysis method[J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2009, 1(1): 1-41.

[11] 刘树聃, 陈知行. 奇异值分解和EEMD的非线性振动信号降噪方法[J]. 探测与控制学报, 2019, 41(3): 37-42.
Liu Shudan, Chen Zhixing. Nonlinear vibration signal denoising method based on singular value decomposition and EEMD[J]. Journal of Detection and Control, 2019, 41(3): 37-42.

[12] Dragomiretskiy K, Zosso D. Variational mode decomposition [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3): 531-544.

[13] 于 淼, 张耀鲁, 何禹潼, 等. 变分模态分解-排列熵方法用于分布式光纤振动传感系统去噪[J]. 光学学报, 2022, 42(7): 62-73.
Yu Miao, Zhang Yaolu, He Yutong, et al. Variational mode decomposition permutation entropy method for denoising of distributed fiber optic vibration sensing systems[J]. Journal of Optics, 2022, 42(7): 62-73.

[14] 张晓凤, 王秀英. 灰狼优化算法研究综述[J]. 计算机科学, 2019, 46(3): 30-38.
Zhang Xiaofeng, Wang Xiuying. Review of grey wolf optimization algorithms[J]. Computer Science, 2019, 46(3): 30-38.

[15] 马愈昭, 王强强, 王瑞松, 等. 基于SVD和MPSO-SVM的光纤周界振动信号识别[J]. 系统工程与电子技术, 2020, 42(8): 1652-1661.
Ma Yuzhao, Wang Qiangqiang, Wang Ruisong, et al. Identification of fiber optic perimeter vibration signals based on SVD and MPSO-SVM[J]. Systems Engineering and Electronic Technology, 2020, 42(8): 1652-1661.

作者简介:

尚秋峰(1968—),女,博士,教授,主要研究方向为光纤传感与信号处理技术。