光电技术及应用

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2023102401

基于误差效应的亚像素边缘检测算法

崔居超[1]，宋文啸[1]，李小威[2]，王　璐[2*]，谢能刚[3]

（安徽工业大学 1. 机械工程学院；2. 工程研究院；3. 管理科学与工程学院，安徽 马鞍山 243002）

摘　要： 针对传统亚像素边缘检测算法在实时性、精确性和鲁棒性之间难以平衡的问题，提出了一种基于误差效应的亚像素边缘检测方法。该方法首先建立边缘函数模型，并计算每个像素边缘对应函数方程常数项的近似值和对应误差，然后结合最小二乘法使整体函数模型误差最小，从而获得较为精确的边缘参数。基于标准图像和实际图像的实验测试结果表明，该算法具有快速、鲁棒性强和检测精度高等优点，能够满足实时检测的要求，评价指标优于其他传统算法。

关键词： 亚像素；边缘检测算法；函数模型；误差；图像

中图分类号： TN911.73　**文章编号：** 1001－5868(2024)01－0137－08

Subpixel Edge Detection Algorithm Based on Error Effects

CUI Juchao[1], SONG Wenxiao[1], LI Xiaowei[2], WANG Lu[2], XIE Nenggang[3]

(1. School of Mechanical Engineering; 2. School of Engineering Research;
3. School of Management Science and Engineering, Anhui University of Technology, Maanshan 243002, CHN)

Abstract: A sub-pixel edge detection method based on a tanh function model is proposed to address the problem of the difficult balance among real-time performance, accuracy, and robustness of traditional sub-pixel edge detection algorithms. First, an edge function model is established, and the approximate value and error of the constant term of the function equation corresponding to each pixel edge are calculated. Combined with the least-squares method, the overall functional model error is then minimized to obtain more accurate edge parameters. Experimental results based on both standard and actual images show that the proposed algorithm has advantages such as fast speed, strong robustness, and high detection accuracy and can meet the requirements of real-time detection using better evaluation indicators than other traditional algorithms.

Key words: subpixel; edge detection algorithm; function model; error; image

0　引言

近年来，亚像素边缘检测方法已广泛用于图像分割[1-3]、超分辨率重建[4]、目标匹配[5]、遥感图像[6]等领域，成为计算机视觉中的重要研究方向。

目前，亚像素边缘检测方法主要分为基于矩、插值和函数拟合三大类。基于矩的方法最早由Hebert等人提出，他们利用图像灰度值的一阶和二阶矩来获得亚像素级别的边缘位置。随后，学者们不断改进这一方法，如Da等[7]把Sobel算子和矩模板相结合，Xie等[8]考虑8邻域信息并结合Roberts算子，提高了Zernike矩方法的计算效率。虽然这些方法实现简单，计算速度快，可满足实时处理需求，但它们对图像灰度值分布和噪声敏感，不适合灰度值分布不均匀或噪声较多的情况。

基于插值的亚像素边缘检测方法最早由Canny

收稿日期：2023－10－24.

基金项目：安徽省自然科学基金项目(2108085MG237)；安徽省重点研发计划面上攻关项目(202104a06020010).

* **通信作者：**王　璐

于 1986 年提出，该方法使用双线性插值或双三次插值等技术来提取亚像素级别的边缘信息。此后，研究者对该方法不断改进。例如，Rocket 等[9]采用二次多项式插值，Liu 等[10]使用 Bezier 曲线插值，Chen 等[11]结合小波变换和三次 b 样条曲线插值，Sanchez 等[12]在处理不规则形状的边缘时采用分段函数的方法进行亚像素边缘检测。然而，插值方法仍然对图像噪声、变形和旋转等问题较为敏感。

基于拟合的亚像素边缘处理旨在通过曲线拟合获取亚像素级边缘位置。常见有最小二乘拟合和最小二乘圆拟合。1998 年，Fitzgibbon 等提出了一种基于高斯曲线拟合的边缘检测方法，通过使用高斯曲线拟合图像边缘，从而提高边缘检测精度和准确性。拟合方法在不断改进，如 Hagara 等[13]采用 erf 函数对一维图像边缘拟合，Hou 等[14]使用 arctan 函数拟合图像边缘，Chen 等[15]采用 Logistic 边缘模型对图像进行亚像素边缘定位，Ye[16]则使用改进高斯模型拟合图像边缘。虽然这些方法在检测精度方面表现出色，但计算复杂，检测速度较慢。

综上所述，矩模板和插值法计算速度较快，但对噪声敏感；函数拟合方法抗干扰能力强、精度高，但计算复杂，难以实现实时检测。在亚像素边缘检测领域，计算速度、高精度和鲁棒性至关重要。因此，本研究提出了一种基于误差效应的亚像素边缘计算方法，以平衡计算速度、精度和鲁棒性之间的关系。首先，采用 tanh 函数对图像边缘进行建模，并确定图像背景亮度和边缘对比度。随后，估算像素边缘函数常数项的近似值，最终通过模型最小二乘误差来获取更准确的图像边缘参数。

这一方法将复杂的高阶函数迭代拟合简化为线性函数的最小二乘拟合，兼具阶跃函数对图像边缘建模优点的同时避免了直接进行迭代拟合所带来的高计算量。并且与直接拟合所得参数相比，通过误差效应获得的图像边缘参数更为准确。

1 边缘模型

1.1 理想边缘模型

在理想情况下可以把图像边缘建模为阶跃函数，在一维情况下有：

$$F(x)=\begin{cases}h & (x\leqslant t)\\ h+k & (x>t)\end{cases} \tag{1}$$

式中，$F(x)$为图像在 x 处的像素值，即图像亮度；t 为亚像素边缘位置，h，k 分别为背景亮度和边缘对比度。

1.2 tanh 边缘模型

由于实际相机成像存在一定的模糊效应，因此一般需要选用特定的阶跃函数对图像边缘进行描述。考虑到 tanh 函数具有平滑的 S 形曲线，适合表示渐变边缘，能够更好地适应真实的图像特征，以及方便后续计算，本文选用 tanh 函数对图像边缘进行建模。对于一维图像边缘有：

$$F(x)=A+Bf(x-t) \tag{2}$$

其中，A，B，t 为模型中待定系数，$f(x-t)=\dfrac{1-e^{-2(x-t)}}{1+e^{-2(x-t)}}$。

把一维边缘模型扩展到二维边缘模型，定义如下：

$$F(x,y)=A+Bf(y-\bar{y}(x))=A+B\frac{1-e^{-2(y-\bar{y}(x))}}{1+e^{-2(y-\bar{y}(x))}} \tag{3}$$

其中，$F(x,y)$是图像在(x,y)处亮度，$\bar{y}(x)$是边缘在图像平面上的投影，可以根据实际投影情况选择合适的函数，一般在局部小范围内图像边缘可近似视为一条直线。此时，$\bar{y}(x)=a+bx$。

2 模型求解

2.1 A，B 值的计算

对于式(2)中的函数 $f(x-t)$，$f(x-t)=\pm1$ 是其两条渐近线，因此对于函数 $F(x,y)$，近似有：

$$\begin{cases}Max=A+B\\ Min=A-B\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A=\dfrac{Max+Min}{2}\\ B=\dfrac{Max-Min}{2}\end{cases} \tag{4}$$

其中，Max，Min 分别为 $F(x,y)$的最大值和最小值。

对实际图像边缘进行分析(如图 1 所示)，以边缘像素(i,j)(设第 i 行第 j 列像素为边缘像素)为中心建立坐标系。当边缘斜率绝对值小于 1，即 $|G_x/G_y|<1$ 且边缘在 y 方向梯度 $G_y>0$ 时，近似有[17]：

$$\begin{cases}Max=\dfrac{I(i-4,j-1)+I(i-4,j)+I(i-4,j+1)+I(i-5,j-1)+I(i-5,j)+I(i-5,j+1)}{6}\\ Min=\dfrac{I(i+4,j-1)+I(i+4,j)+I(i+4,j+1)+I(i+5,j-1)+I(i+5,j)+I(i+5,j+1)}{6}\end{cases} \tag{5}$$

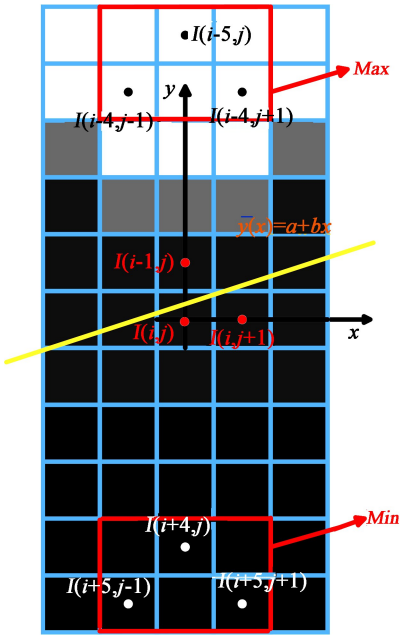


图 1　图像边缘灰度分布示意图

其中，$I(i,j)$表示图像 I 在 i 行 j 列的像素灰度值；G_x，G_y 为图像 I 在 x，y 方向上的梯度，分别由矩阵 $\begin{bmatrix}-1&0&1\\-2&0&2\\-1&0&1\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}-1&-2&-1\\0&0&0\\1&2&1\end{bmatrix}$ 与图像矩阵 $\boldsymbol{I}$ 卷积得到。

此时式(5)中所使用的像素点应全为非边缘点，若式中含有边缘像素点，则式(5)修正为：

$$\begin{cases}Max=\dfrac{I(i-3,j-1)+I(i-3,j)+I(i-3,j+1)}{3}\\Min=\dfrac{I(i+3,j-1)+I(i+3,j)+I(i+3,j+1)}{3}\end{cases}\tag{6}$$

若 y 方向的梯度 $G_y<0$，则将式(5)和式(6)中 Max，Min 值对调即可。

2.2　参数 a 近似值求解

以像素(i,j)为中心建立坐标系，并以此为中心创建 5×3 计算窗口(见图 2)。取 $y(x)=a$，以所选窗口第二列计算为例，此时 x 取 0，y 取 y_n，代入式(3)，可得式(7)：

$$F(0,y_n)=A+Bf(0,y_n)=A+B\frac{1-e^{-2(y_n-a)}}{1+e^{-2(y_n-a)}}=I(i-y_n,j)\tag{7}$$

式(7)中 A，B 已通过 2.1 节计算得到；y_n 分别取值为−2，−1，0，1，2；在理想情况下，利用式(7)可求出任意 y_n 对应的参数 a 的值。

考虑到噪声、光照和边缘效应影响，直接利用式(7)求解时容易出现无解和虚部解等问题，导致实际处理效果欠佳。为了提高求解的准确性，将关于边缘位置近似对称的两个像素点结合起来，即把 $F(x,y_n)$与 $F(x,-y_n)$结合到一个方程中，得到式(8)：

$$F(0,y_n)+F(0,-y_n)=I(i-y_n,j)+I(i+y_n,j)\tag{8}$$

记参数 a 近似值为：

$$\dot{a}=\frac{(\dot{a}_1+\dot{a}_2+\dot{a}_3)}{3}\tag{9}$$

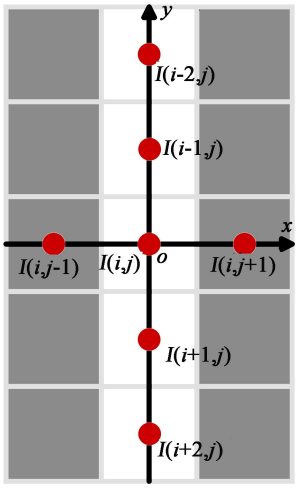


图 2　5×3 计算窗口

其中，$\dot{a}_1$ 表示 y_n 取 0(即坐标系原点)时的对应值：$\dot{a}_1=\dfrac{\log\left(-\dfrac{\dfrac{I(i,j)-A}{B}-1}{\dfrac{I(i,j)-A}{B}+1}\right)}{2}$。$\dot{a}_2$ 为 y_n 取±1 时的对应值：

$$\dot{a}_2=\log\left(-\frac{A_{01}+A_{01}\times e^A-\dfrac{16e^A-2A_{01}^2\times e^A+A_{01}^2\times e^8+A_{01}^2J^{0.5}}{2(A_{01}+2)}}{2}\right)-1$$

$$A_{01}=\frac{I(i-1,j)+I(i+1,j)-2A}{B}$$

$\dot{a}_3$ 为 y_n 取±2 时的对应值：

$$\dot{a}_3=\log\left(-\frac{A_{02}+A_{02}\times e^B-\dfrac{16e^B-2A_{02}^2\times e^B+A_{02}^2\times e^{16}+A_{02}^2J^{0.5}}{2(A_{02}+2)}}{2}\right)-2$$

$$A_{02}=\frac{I(i-2,j)+I(i+2,j)-2A}{B}$$

取曲线方程 $\bar{y}(x)$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0,a')$，则对应误差为：

$$e=\sum_{y=-2}^{2}\left|A+B\frac{1-e^{(-2(y-a'))}}{1+e^{(-2(y-a'))}}-I(i-y,j)\right| \tag{10}$$

误差越大说明计算获得的参数 a 的可靠性越低，相应权重也应降低，记权系数 $w=\frac{1}{e}$。在实际求解时为了加快运算速度，减少重复运算，可以先求出每个像素边缘对应的近似值 a' 和权系数 w。

2.3 参数 a，b 精确值求解

通过 2.2 节，可以求出每个边缘像素对应的近似值 a' 以及相应权系数 w。对于曲线方程 $\bar{y}(x)=a+bx$，a，b 精确值与邻域内其他边缘像素对应的近似值 a' 以及误差 e 有着密切的关系。本文求解 a，b 精确值的计算步骤为：

(1)以边缘像素 $I(i,j)$ 为中心，选取左右邻域内三个边缘像素(如图 3 所示，白色方格表示边缘像素)。在此局部范围内图像边缘在平面上投影函数可视为：$\bar{y}(x)=a+bx$。

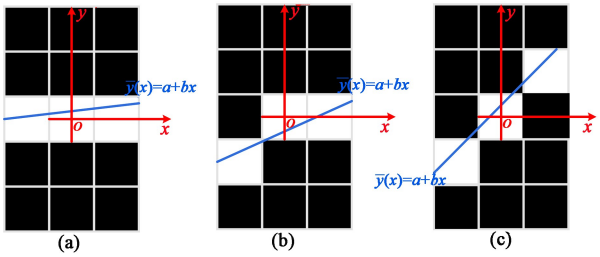


图 3 像素级边缘位置图

(2)以每个边缘像素为中心建立对应的坐标系(见图 4)，分别记为：坐标系 1、坐标系 2 和坐标系 3。利用 2.2 节的方法计算对应的近似值和权系数，分别表示为 a_1，a_2，a_3，w_1，w_2 和 w_3。设邻域内每个边缘像素与相应的 y 轴交点分别为 O，P，Q，它们在对应坐标系下的坐标分别为 $(0,a_1)$，$(0,a_2)$ 和 $(0,a_3)$。

(3)计算出点 O，P 和 Q 在坐标系 2 下的坐标。坐标系 1 的 y 轴与坐标系 2 中 $x=-1$ 所处同一条直线，坐标系 3 中的 y 轴与坐标系 2 中 $x=1$ 所处同一条直线。因此可以确定 O，P 和 Q 在坐标系 2 下的坐标，分别为 $(-1,m_1)$，$(0,m_2)$ 和 $(1,m_3)$。因此，$(-1,m_1)$，$(0,m_2)$ 和 $(1,m_3)$ 为曲线方程 $\bar{y}(x)$ 的三个近似点，其中 $m_1=h_1+a_1$，$m_2=h_2+a_2$，$m_3=h_3+a_3$。这里，h_l 为中心像素与每一列边缘像素所在行数的差值，l 取 1，2，3。在图 3(a)中，h_1，h_2 和 h_3 分别取 0，0，0；在图 3(b)中，h_1，h_2 和 h_3 分别取 -1，0，0；在图 3(c)中 h_1，h_2 和 h_3 分别取 -1，0，1。

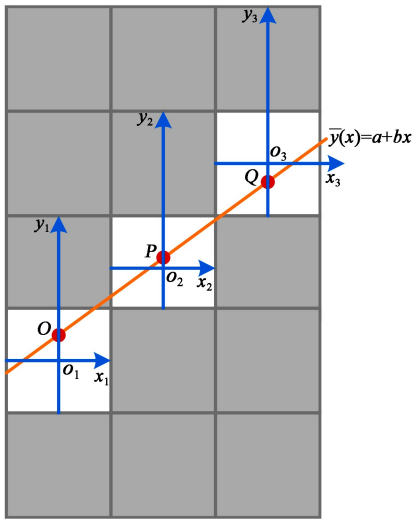


图 4 边缘像素坐标系示意图

(4)确定 a，b 的精确值：坐标系 2 是以边缘像素 $I(i,j)$ 为中心建立的。因此，可使用 O，P，Q 三点在坐标系 2 下对应坐标和相应权系数，计算出中心边缘像素 $I(i,j)$ 对应函数方程 $\bar{y}(x)=a+bx$ 中 a，b 的精确值。根据最小二乘法有：

$$H(w_1((\bar{y}(-1))-m_1)^2+w_2(\bar{y}(0)-m_2)^2+w_3(\bar{y}(1)-m_3)^2\rightarrow\min \tag{11}$$

对 $H(a,b)$ 分别求 a，b 偏导并令其为 0 可求出：

$$\begin{cases}a=\dfrac{k_2k_6-k_3k_5}{k_2k_4-k_1k_5}\\[2ex] b=\dfrac{k_1k_6-k_4k_3}{k_1k_5-k_2k_4}\end{cases} \tag{12}$$

其中，$k_1=w_1+w_2+w_3$，$k_2=w_3-w_1$，$k_3=w_1m_1+w_2m_2+w_3m_3$，$k_4=w_3-w_1$，$k_5=w_1+w_3$，$k_6=w_3m_3-w_1m_1$。

在求解时，均假设边缘像素斜率绝对值小于 1，对于边缘斜率绝对值大于 1 的情况，将所对应像素点的模型和坐标系顺时针旋转 90°进行求解即可。

3　实验测试

为评估本文算法的有效性，进行了主观评价测试，涵盖多张标准图像。同时还进行了客观测试，包括理想图像、不同噪声图像和相机获取的实际图像。实验在一台配备 2.8 GHz CPU，8 GB RAM 和 x64 操作系统的计算机上使用 Matlab 2019a 进行。在亚像素边缘检测前，使用 Canny 算子确定像素级边缘。并将本文算法与 Zernike 矩、高斯函数拟合、反正切函数拟合以及插值方法进行比较。

3.1　主观评价测试

选取 Lena，Bandon，Cameraman 三张图像进行主观测试评价。通过放大细节，观察到本文算法在人物细节，如脸颊、肩部、帽檐等方面能够保持较好的平滑效果，即使在较暗环境和弱边缘情况下也能够保持出色的视觉效果。此外，头发、鬓角和尖角处的细节也得到良好的保留，具体见图 5～7。



图 5　Lena 图像细节展示图

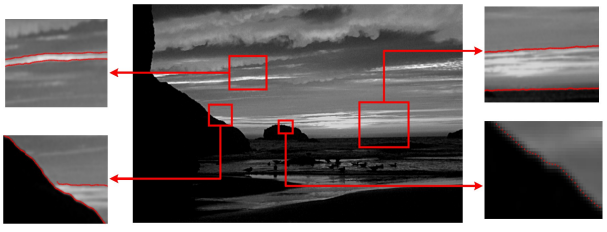


图 6　Bandon 图像细节展示图

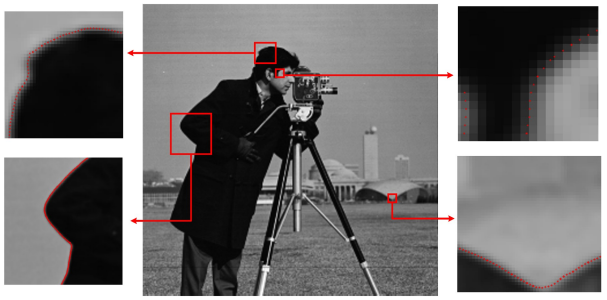


图 7　Cameraman 图像细节展示图

3.2　客观评价测试

3.2.1　标准图像测试

使用 Matlab 2019a 生成一个半径为 1 的标准蓝色圆（RGB 值为 0，0，255），如图 8，周围是白色区域（RGB 值为 255，255，255），同时创建一条斜率为 0、长度为 1 的标准直线，黑白两部分对应 RGB 值为（0，0，0）和（255，255，255）。随后添加不同程度噪声：低强度噪声（方差范围：0～0.1）和高强度噪声（方差范围：0.1～0.5）。图像加入高斯噪声后进行灰度化处理，用不同算法测试 20 次，评估平均绝对误差（MAE）和均方误差（MSE），结果详见图 9～12。

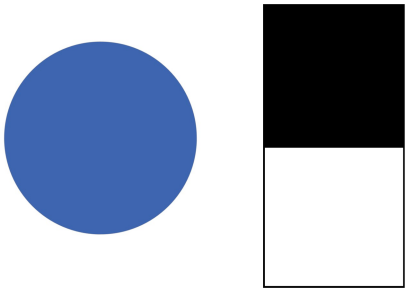
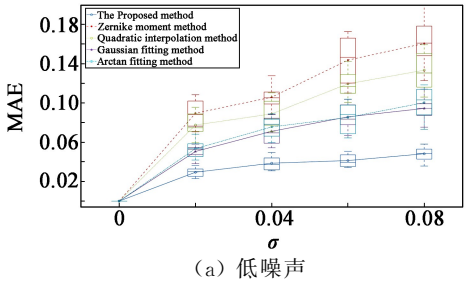
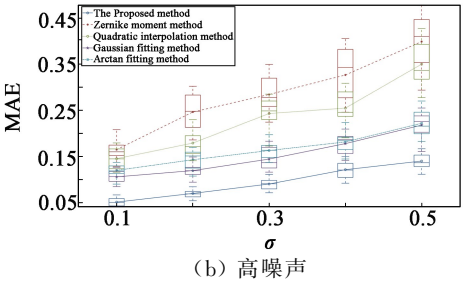


图 8　标准圆和标准直线示意图

从图 9 至图 12 的结果可见，二次插值法受噪声影响最大，Zernike 矩法的平均绝对误差和均方误差在噪声强度增加时急剧上升，然后趋于稳定。高斯和反正切函数拟合效果较好，平均绝对误差和均方误差相对较低，并具有良好的鲁棒性，但与本文方法相比仍有差距。在相同条件下，尽管数据略有不同，本文算法的平均绝对误差和均方误差远远低于其他算法。此外，本文算法在不同程度的噪声干扰下表现稳定，具有出色的鲁棒性。

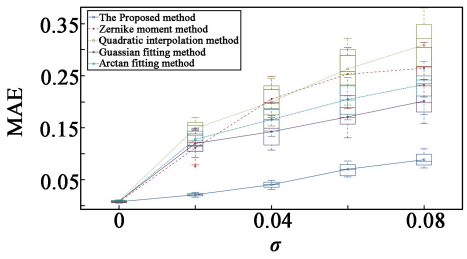


（a）低噪声

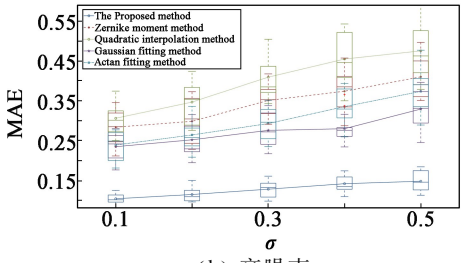


（b）高噪声

图 9　标准直线平均绝对误差

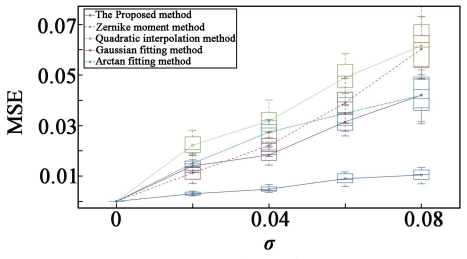


(a) 低噪声

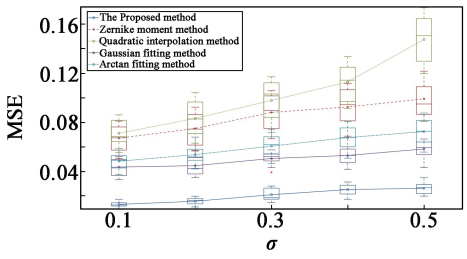


(b) 高噪声

图 10 标准圆平均绝对误差

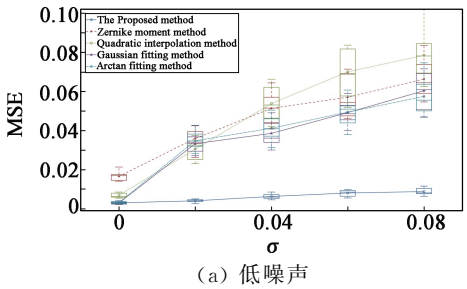


(a) 低噪声

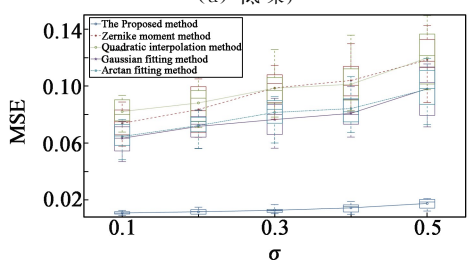


(b) 高噪声

图 11 标准直线均方误差



(a) 低噪声



(b) 高噪声

图 12 标准圆均方误差

3.2.2 实际图像测试

检测真实边缘在图像中的位置比较困难，因此需要对检测结果进行转化，以评估算法的精确性。为进一步验证算法的有效性。使用恒大相机 MER_030_120UC_L 拍摄了 9×9 棋盘格图像，每个方格大小为 20 mm，包括弱曝光、正常曝光和强曝光三种情况。由于相机畸变较小，棋盘格的相对边缘可以认为是平行的(如图 13 所示)。选择中心棋盘格的两条相对边缘，并计算每条拟合直线的平均绝对误差、均方误差和拟合出的两条直线斜率差值来验证本文算法(由于实际直线的坐标真实值无法确定，在计算平均绝对误差和均方误差时，以拟合出的直线方程对应的坐标位置作为真实亚像素边缘位置)。

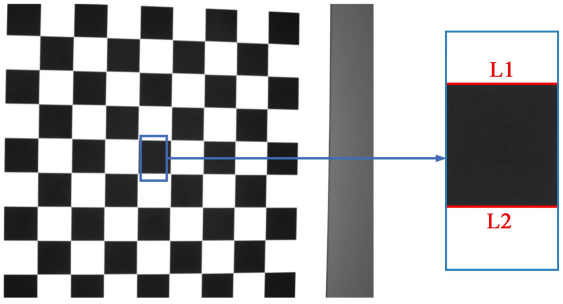
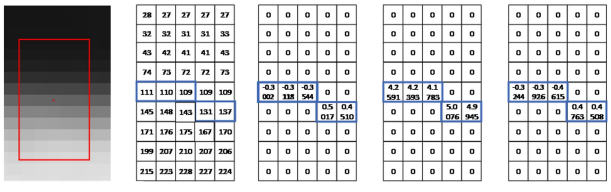


图 13 实际棋盘格与局部放大图

为了展示实际处理过程，选取图 13 部分区域图像，如图 14(a)所示。图 14(b)是以图 14(a)有红色标记像素点为中心选取的 9×5 区域，对应像素灰度值。图 14(c)显示了该区域每个边缘像素对应 a_0 的初始值。图 14(d)展示了每个边缘像素对应的误差系数。图 14(e)呈现了每个边缘像素对应的精确值。从 14(d)可以得出本方法在计算常数项 a 的初始值误差较小且相对稳定，初步证实了本文方法的可靠性。



(a) (b) (c) (d) (e)

图 14 实际边缘计算数据

表 1～3 展示了不同曝光程度下直线拟合误差情况。

在处理实际图像时，本文算法在强曝光条件下表现最佳，因为此时能够更好地获取区域最大值。其次是正常曝光和弱曝光情况。无论是单条直线的

拟合误差还是两条直线斜率的差值，在这三种情况下，本文方法均优于其他方法。这进一步验证了本文算法在实际检测效果上的卓越性。

表 1　弱曝光直线拟合误差

方法	直线 L_1 拟合斜率	直线 L_2 拟合斜率	直线 L_1 MAE	直线 L_2 MAE	直线 L_1 MSE	直线 L_2 MSE	斜率差值（绝对值）
本文方法	0.023 6	0.020 3	0.075 2	0.078 2	0.001 9	0.007 5	0.003 3
Zerinke 矩法	0.025 4	0.030 3	0.303 9	0.339 6	0.055 7	0.062 3	0.004 9
二次插值法	0.026 4	0.021 2	0.572 5	0.212 4	0.105 2	0.026 0	0.005 2
高斯边缘模型	0.025 2	0.021 5	0.278 6	0.341 8	0.041 9	0.062 6	0.003 7
反正切边缘模型	0.025 3	0.021 3	0.280 2	0.343 0	0.042 3	0.063 2	0.004 0

表 2　正常曝光直线拟合误差

方法	直线 L_1 拟合斜率	直线 L_2 拟合斜率	直线 L_1 MAE	直线 L_2 MAE	直线 L_1 MSE	直线 L_2 MSE	斜率差值（绝对值）
本文方法	0.021 6	0.017 7	0.069 0	0.049 3	0.002 0	0.002 2	0.003 9
Zerinke 矩法	0.024 0	0.011 9	0.297 1	0.266 9	0.050 2	0.028 3	0.012 1
二次插值法	0.020 8	0.016 1	0.564 6	0.127 1	0.114 3	0.007 2	0.004 7
高斯边缘模型	0.022 7	0.011 3	0.307 4	0.278 4	0.043 5	0.036 0	0.011 4
反正切边缘模型	0.022 7	0.011 5	0.310 1	0.279 4	0.043 4	0.038 1	0.011 2

表 3　强曝光直线拟合误差

方法	直线 L_1 拟合斜率	直线 L_2 拟合斜率	直线 L_1 MAE	直线 L_2 MAE	直线 L_1 MSE	直线 L_2 MSE	斜率差值（绝对值）
本文方法	0.021 1	0.022 3	0.033 2	0.029 3	5.938×10^{-4}	4.980×10^{-4}	0.001 2
Zerinke 矩法	0.023 8	0.026 6	0.250 3	0.225 9	0.019 5	0.021 2	0.002 8
二次插值法	0.020 2	0.022 3	0.471 1	0.219	0.087 6	0.079 3	0.002 1
高斯边缘模型	0.023 0	0.027 4	0.248 4	0.229 5	0.021 2	0.022 4	0.004 4
反正切边缘模型	0.023 2	0.027 6	0.248 5	0.231 0	0.021 3	0.022 5	0.001 4

3.3　运行时间

亚像素边缘检测算法的计算速度是评估其优劣的重要因素之一，因为运行时间决定了其实际应用的可行性。能够满足实时检测需求的算法才具有实际意义。为验证本文算法的计算速度，选取标准 Lenna 图像（大小为 520×520），首先使用 Canny 算子（方差为 0.2）进行像素级初定位，生成 9 574 个边缘像素点，然后使用不同算法进行亚像素级细化。记录处理时间并与其他方法进行了比较，具体数据参见表 4。

表 4　不同检测方法用时比较表

方法	像素点个数	总用时/s	单个像素点用时/10^{-4} s
本文方法	9 574	1.503	1.569 8
Zerinke 矩法	9 574	0.712	0.743 7
二次插值法	9 574	1.456	1.520 8
高斯边缘模型	9 574	243.8	254.65
反正切边缘模型	9 574	7.896	8.247 3

通过表 4 可以看出，本文算法在计算速度方面显著优于函数拟合算法。不仅如此，表 4 中拟合函数边缘模型，均采用一次边缘模型。并且其他函数拟合算法则将边缘模型从一次改为二次时，将增加一个拟合参数，导致计算量大大增加，运行时间近乎增加了三倍。而本文算法的运行时间几乎没有变化，突显其在计算速度方面的优越性。

4　结论

本文提出了一种基于误差效应的亚像素边缘检测算法，降低了相关系数引起的误差，获得更准确的边缘投影参数。同时，该方法简化了复杂的高阶函数拟合，避免了繁琐的迭代计算。实验证明，该方法在计算速度、精度和鲁棒性方面都表现出显著优势。

参考文献：

[1] 胡天佑，彭宗举，焦任直，等. 基于超像素分割的深度图像修复算法[J]. 光电子·激光，2016，27(10)：1120-1128.
Hu Tianyou，Peng Zongju，Jiao Renzhi，et al. Depth map inpainting algorithm based on superpixels segmentation[J]. J. of Optoelectronics·Laser，2016，27(10)：1120-1128.

[2] 郑　强，董恩清. 窄带主动轮廓模型及在医学和纹理图像局部分割中的应用[J]. 自动化学报，2013，39(1)：21-30.
Zheng Qiang，Dong Enqing. Narrow band active contour model for local segmentation of medical and texture images[J]. Acta Automatica Sinica，2013，39(1)：21-30.

[3] Tang Z X，Duan J T. Combined deformable model and medical transformer algorithm for medical image segmentation [J]. Medical & Biological Engineering & Computing，2023，1(61)：129-137.

[4] 严徐乐，安　平，郑　帅，等. 基于边缘增强的深度图超分辨率重建[J]. 光电子·激光，2016，27(4)：437-447.

Yan Xule, An Ping, Zheng Shuai, et al. Depth super-resolution reconstruction based on edge enhancement [J]. J. of Optoelectronics · Laser, 2016, 27(4): 437-447.

[5] 朱英宏，李俊山，杨 威，等. 红外与可见光图像特征点边缘描述与匹配算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报，2013，25(6)：857-864.
Zhu Yinghong, Li Junshan, Yang Wei, et al. A feature points description and matching algorithm for depth image in IR/visual images [J]. J. of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2013, 25(6): 857-864.

[6] 刘陶胜，李沛鸿，李辰风. 结合像素频率分布特征的遥感图像自适应线性增强[J]. 江西理工大学学报，2014，35(5)：40-44.
Liu Taosheng, Li Peihong, Li Chenfeng. Technology research on RS image self-adaptive linear enhancement combined with pixel gray frequency distribution[J]. J. of Jiangxi University of Science and Technology, 2014, 35(5): 40-44.

[7] Da F P, Zhang H. Sub-pixel edge detection based on an improved moment[J]. Image and Vision Computing, 2010, 12(28): 1645-1658.

[8] Xie X, Ge S L. An improved industrial sub-pixel edge detection algorithm based on coarse and precise location[J]. J. of Ambient Intelligence and Humanized Computing, 2020, 5(11): 2061-2070.

[9] Rocket P. The accuracy of sub-pixel localisation in the Canny edge detector [J]. Proc. of the British Machine Vision Conference, BMVC, 1999: 392-401.

[10] Liu T, Li G. Enhancement of contour smoothness by substitution of interpolated sub-pixel points for edge pixels [J]. IEEE Access, 2021, 9: 44236-44246.

[11] Chen Y M, Li Y Z. Sub-pixel detection algorithm based on cubic B-spline curve and multi-scale adaptive wavelet transform[J]. Optik, 2016, 1127: 11-14.

[12] Sanchez-Garcia E, Balaguer-Beser A. A new adaptive image interpolation method to define the shoreline at sub-pixel level [J]. Remote Sensing, 2019, 11(16): 1880.

[13] Hagara M, Kulla P. Edge detection with sub-pixel accuracy based on approximation of edge with Erf function[J]. Radio Engineering, 2011, 2(20): 516-524.

[14] Hou Y Q, Tan Q C. A subpixel edge detection method based on an arctangent edge model[J]. Optik, 2011, 14(127): 5702-5710.

[15] Chen P, Chen F. Sub-pixel dimensional measurement with Logistic edge model[J]. Optik, 2014, 9(125): 2076-2080.

[16] Ye J, Fu G K, Poudel U P. High-accuracy edge detection with blurred edge model[J]. Image and Vision Computing, 2005, 23(5): 453-467.

[17] Trujillo-Pino A. Accurate subpixel edge location based on partial area effect[J]. Image and Vision Computing, 2013, 13: 72-90.

作者简介：

崔居超(1999—)，男，安徽省阜阳市人，硕士生，主要研究方向为机器视觉；

王 璐(1976—)，男，北京市人，教授，主要研究方向为机器人。