光电技术及应用

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2023120403

无干涉测量与相位迭代算法的单像素相位成像

陈　直*，范晓燕，原甜甜，陈文杰

（上海电子信息职业技术学院 通信与信息工程学院，上海 201411）

摘　要： 单像素成像为突破经典成像中像素数量的限制提供了方法，但要实现良好稳定性和准确性的相位成像仍然是一个挑战。基于现有的单像素成像框架，提出了一种无需干涉测量与相位迭代算法的单像素相位成像方法。通过傅里叶频谱零级强度测量发现，该方法实现了相位成像。实验结果表明，相位成像的重复精度为0.12%，误差为4.1%，证明了该方法具有良好的稳定性和准确性，对单像素成像的进一步发展和经典相位成像的突破创新均具有一定的借鉴意义。

关键词： 单像素成像；相位成像；傅里叶频谱；零级强度

中图分类号： TN256；TN911.74　**文章编号：** 1001－5868(2024)03－0458－05

Phase Iteration Algorithm and Single-Pixel Phase Imaging without Interferometry

CHEN Zhi，FAN Xiaoyan，YUAN Tiantian，CHEN Wenjie

（School of Comm. and Inform. Engineering，Shanghai Technical Institute of Electronics Information，Shanghai 201411，CHN）

Abstract： Single-pixel imaging offers a means of overcoming the constraints imposed by the limited number of pixels in conventional imaging. The realization of phase imaging in a single-pixel framework with consistent stability and optimal accuracy remains challenging. In this study，we propose single-pixel phase imaging without interferometry and a phase iteration algorithm. The proposed methodology relies on extracting the zero-order intensity of the Fourier spectrum and experimentally achieves a repetition accuracy and error rate of 0.12% and 4.1%，respectively. These experimental findings indicate that our approach exhibits commendable stability and high accuracy and therefore holds great significance for single-pixel imaging development and classical phase imaging innovation.

Key words： single-pixel imaging；phase imaging；Fourier spectrum；zero-order intensity

0　引言

单像素成像打破了传统光学成像理论的根本限制，不需要满足经典光学成像体系对物象空间点对点映射的内在要求。由于无需进行空间扫描便可实现宽场成像，单像素成像避免了扫描设备所带来的硬件成本和扫面过程中可能产生的各种误差。该特性在利用光的不同波长成像[1-4]、不同特征成像[5-10]，以及在不同环境[11-14]中成像都极具价值。

然而，随着研究的深入，很多应用领域对信息多样化提出了更高的要求，迫切需要光强以外的信息来提升单像素成像的性能，扩展单像素成像的应用场景。相位作为光的一个重要特征，承载着大量信息。在诸如透明物体的成像中，相位信息不可或缺。这种以获取空间中相位的跌宕起伏所构成图像为目标的成像方法常被称为相位成像，或者称成像。对于单像素成像来说，相位成像能力必不可少。

目前，单像素相位成像主要借鉴了传统像素阵列相位成像的方法，分为两种。一种是干涉法，也称为全息法，它记录由物体光束和参考光束干涉产生的干涉图样，并通过解析图样的干涉条纹来获取幅度和相位信息。另一种是无干涉法，通常依赖物光

收稿日期：2023－12－04.

*通信作者：陈　直

的先验知识和合适的相位迭代算法得到物体的相位信息，如夏克哈特曼（Shack-Hartmann）波前传感[15]、傅里叶层析成像[16]、基于强度传递方程的相位求解[17]、相干衍射成像[18]和随机二进制编码采样[19]等。基于这些方法，单像素成像已经发展出了几种属于自己的相位成像。受 Shack-Hartmann 波前传感器的启发，Soldevila 等[20]利用对空间坐标敏感的单像素探测器来记录光强和焦点坐标，再通过计算得到相位，进而开发出一种单像素相位成像技术。Clemente 等[21-22]提出了一种基于马赫-曾德尔（Mach-Zehnder，MZ）双路相移干涉的单像素相位成像方法，在一条路径上对相位目标进行编码，在另一条路径上对每种编码产生三次相移。Ota 等[23]提出了一种基于共路干涉的单像素相位成像方法，采用中心与边缘分区配置的空间光调制器，实现边缘参考光与中心调制光的干涉。Liu 等[24-25]精心设计了一套将调制光与参考光有机结合的二元掩模，以提升基于共路干涉的单像素相位成像的性能。Zhao 等[26]选择拉格朗日-高斯（Laguerre-Gaussian，LG）函数作为基来取代常规的哈达玛或傅里叶基，以提高基于共路干涉的单像素相位成像的质量。Shin 等[27]提出了一种基于最大化聚焦强度确定共轭相位的方法，从而实现单像素相位成像。Horisaki 等[28]描述了一种基于孔径编码和相位检索的空间域单像素相位成像方法。Li 等[29]在傅里叶域中提出了类似的方案，通过单像素检测器实现了相位成像。然而，上述方法均拘泥于经典光学框架，不可避免地需要昂贵的光学器件、大型的光学系统、繁琐的操作流程及复杂的恢复算法，而埋没了单像素成像的计算特性，阻碍了其作为一种典型的计算成像的进一步发展。

为了充分发挥单像素成像的计算特性，进而在已有单像素成像硬件系统框架内实现相位成像，本文在已有工作的基础上[1]，提出了一种无干涉测量与相位迭代算法的单像素相位成像。该系统保留了单像素成像的硬件框架，无需外加新的光学仪器，也无需干涉测量和相位迭代算法。利用单像素探测器收集傅里叶面上的中心光强，也就是被空间光调制器（Spatial Light Modulator，SLM）调制后的物光光强的零频分量，并依据阿贝成像原理给出物体上各像素与该零频分量之间的关系，最终求解得到物体的相位。

1　成像原理

与经典的单像素成像相比，此方法在成像原理上有本质性区别。经典单像素成像需要收集调制后物光的总能量，并依据调制前后总能量守恒，计算得到物光的光强分布。由于只考虑能量加和，不考虑相位的作用，经典单像素成像得不到物体的相位信息。为了体现相位在成像中的贡献，可以换一个角度审视单像素成像。按照阿贝的观点，成像可以理解为物光的空间频率再合成。被调制后物光的焦平面，也就是傅里叶面上按空间频率分布了各衍射级次的光强，对应着不同衍射角度的平行光在傅里叶平面上的聚焦光强。其中，零级光强，也就是傅里叶面上的中心光强很有特点。它由衍射角为零的平轴光线汇聚而成，所有光线之间没有附加的光程差，呈现出等光程性。因此，从被调制后的物光平面发出的平轴光线到达零级中心光强点的过程中，所有光线没有附加相位差，保留了二维平面内各像素点之间原有的相位差，给单像素相位成像的求解创造了条件。在实际的实验操作中，只有零级光强被记录，而无需像经典单像素成像那样收集所有聚焦光强。值得强调的是在整个成像过程中不需要任何干涉测量，完全区别于现有依赖于离轴全息、同轴相移干涉、同轴相位迭代的单像素相位成像。

本文所提出的单像素相位成像原理如图 1 所示。由物体发出的物光被相位矩阵调制，再被透镜聚焦于傅里叶平面上，并取其中心点，也就是零级强度得到测量值。为了便于表达，用向量 $\boldsymbol{X}=\{x_1,x_2,x_3,\cdots,x_N\}$ 表示物光，其中 N 表示元素的总个数。$\boldsymbol{X}$ 中的任意元素 x_n 可以写为：

$$x_n=a_n\exp(-i\varphi_n) \tag{1}$$

式中，a_n 和 φ_n 分别表示幅度和相位；用于调制物光的相位矩阵总共有 N 个，第 m 个矩阵表示为向量 $\boldsymbol{P}_m=\{p_{m1},p_{m2},p_{m3},\cdots,p_{mN}\}$，其中的任意元素 p_{mn} 为：

$$p_{mn}=b_{mn}\exp(-i\theta_{mn}) \tag{2}$$

式中，b_{mn} 和 θ_{mn} 分别表示幅度和相位。物光被第 m 个相位矩阵调制形成的复振幅分布向量 $\boldsymbol{U}_m=\{u_{m1},u_{m2},u_{m3},\cdots,u_{mN}\}$。$\boldsymbol{U}_m$ 中的任意元素可以写为：

$$u_{mn}=x_np_{mn}=a_n\exp(-i\varphi_n)b_{mn}\exp(-i\theta_{mn}) \tag{3}$$

$\boldsymbol{U}_m$ 被聚焦在傅里叶面上，其中的零级强度 y_m 表示为：

$$y_m=\left|\sum_{n=1}^{N}u_{mn}\right|^2=\left|\sum_{n=1}^{N}x_np_{mn}\right|^2=\left|\left\langle\boldsymbol{X},\boldsymbol{P}_m\right\rangle\right|^2 \tag{4}$$

由于构成零级光强的所有光线的光程相等，式(4)省略了光线从物平面传播到傅里叶平面引起的常数相移。在实际测量中，y_m 和 $\boldsymbol{P}_m$ 均为已知，使得该单像素相位成像转化为求解式(4)中的 $\boldsymbol{X}$。式(4)在数学上是从二次约束中恢复相位的问题，可以被转化为从仿射约束中求解秩为 1 的矩阵问题，从而将复杂的组合优化问题简化为相对简便的凸优化问题[30]。这种高度欠定的凸近似较为精确[31]。

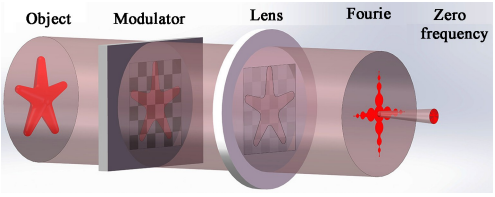


图 1 无干涉测量与相位迭代算法的单像素相位成像原理示意图

2 成像实验

单像素相位成像实验装置如图 2 所示，包括光束扩展系统、相位调制系统和探测系统。氦氖激光器(Laser)发出波长为 633 nm，直径为 0.5 mm 的激光束，通过焦距为 25 mm 的物镜、针孔 P_1 和焦距为 125 mm 的透镜 L_1 组成的光束扩展系统将光束扩大到 2.5 mm。物体被激光束照明后，形成长宽均为 2 mm 的有效区域。从该有效区域发射的物光被透镜 L_2，L_3 和针孔 P_2 组成的焦距为 100 mm 的 4f 系统空间滤波后照射进入 SLM。SLM 通过预先加载的一系列相位矩阵调制物光。调制后的物光被分束器(BS)反射，并由焦距为 200 mm 的透镜 L_4 聚焦，经直径为 0.01 mm 的针孔 P_3 滤出零级光强，最终被单像素探测器接收。由于焦点不仅包含零级光强，还包含其他阶次光强，实际应用中需要根据聚焦透镜 L_4 的参数调整针孔尺寸。需要强调的是经典单像素成像需要对物光进行幅度调制，而所提出的单像素相位成像则是对物光进行相位调制。

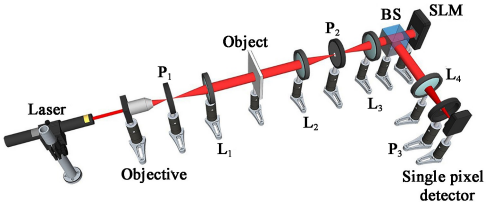
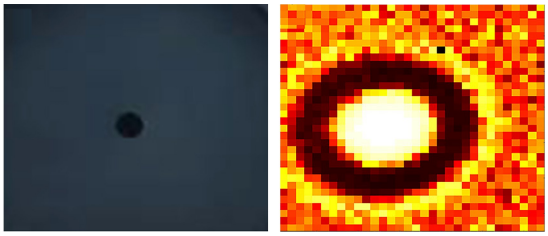


图 2 无干涉测量与相位迭代算法的单像素相位成像实验装置示意图

为了实现相位调制，需要构造合适的相位矩阵以满足成像要求。SLM 为像元性器件，由成千上万个像元构造而成。每个像元都有相同的尺寸，构造而成的阵列面也有一定的尺寸。物光被 SLM 调制本质上包含了采样，采样后的像素尺寸就是 SLM 的像元尺寸。因此，SLM 的像元尺寸越小，被调制后的物光空间分辨率越高，包含的像素数量也越多，所需的算力也就越大。在有效成像尺寸与空间分辨率之间寻求平衡是相位矩阵构造的基本原则。本次实验所用 SLM 的像元尺寸为 6.4 μm，具有 1 920×1 080 个像元。采用位于 SLM 中心的 320×320 个像元，以 10×10 个像元为基本单元构成 1 个像素，总计 32×32 个像素的相位矩阵。以 0～255 共 256 阶相位调制深度设计满足高斯随机分布的相位矩阵，总计 1 024 个，每个相位矩阵中的所有元素取值范围都在 0～2π。固定物光的幅度不变，仅相位被 SLM 调制。

为验证该单像素相位成像的性能，选取了三种不同类型的样品，分别为金属圆孔、在玻璃上雕刻的十字符号，以及在聚二甲硅氧烷上刻蚀的汉字“干”。

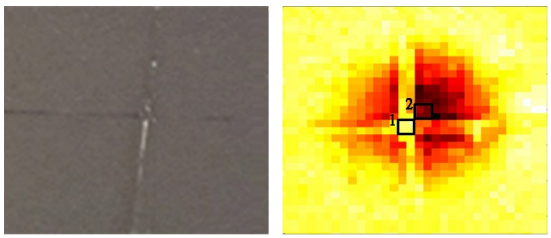
样品放置于经过滤波整形的近似平行光束中。由于金属圆孔的中心部分是开孔，入射光束原有的相位分布得以保留。如图 3(b)所示，圆斑的中心非常均匀，符合平行光的特点。边缘部分出现了圆环，说明相位发生了变化，这与圆孔边缘的衍射有关，符合光的圆孔衍射的基本现象。虽然衍射圆环外区域存在明显的噪声，但是中心亮斑和衍射圆环的相位分布均清晰可见，且中心亮斑的相位十分均匀，衍射圆环的边界也比较分明。噪声的产生与多种因素有关，例如：不可避免的环境光、光路中的杂散光、不够精准的零级强度、重建算法本身的原理等。本文提出的单像素相位成像依然属于单像素成像的一种，具有单像素成像对于稀疏物体比较敏感这一特点。图 3(a)所示，圆孔外周没有其他物体，意味着它具有稀疏性，所有有效信息集中于圆孔。因此，对该物体成像的主要任务是显示中心的圆孔，而不是圆孔外周，这意味着圆孔外周的噪声是可以被接受的。



(a) 物体的实物照片 (b) 相位图像

图 3 金属圆孔成像

为了检验该单像素相位成像的稳定性，保持相同的实验条件，重复进行多次成像实验。实验样品是采用激光直写技术在载玻片上制作的十字，如图 4(a)所示。如图 4(b)所示为物体的相位分布，可以明显地看出十字雕琢痕迹。为了比较分析不同次实验的成像性能，选取图像中两个不同区域的相位差作为衡量指标：一个区域位于十字雕琢内，另一个区域位于未经任何加工的载玻片上。这两个区域在图 4(b)中分别标记为 1 和 2。重复 5 次实验，得到区域 1 和 2 的相位差，如图 5 所示。相位差在 0.019～0.022 rad 范围内波动，重复精度 $RDP=(\sum(x_i-x_m)^2/n)^{1/2}=0.12\%$，其中，$x_i$ 是每一次的测量值，x_m 是测量值的算术平均，n 是测量次数。结果表明单像素相位成像性能稳定。需要强调的是，激光直写形成的十字划痕与载玻片在光学性质上差异不大，即使采用常规的成像方法，也不容易成像分辨。图 5 所示的成像性能波动可能是由环境光波动和光学元件不稳定引起的。因为，整个实验过程需要 1 024 个相位调制，耗时 34 s，足够经历多种波动的干扰。



(a) 物体的显微照片　　(b) 相位图像

图 4　玻璃雕刻十字符号成像

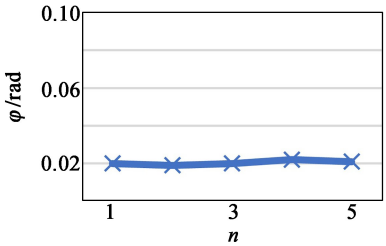
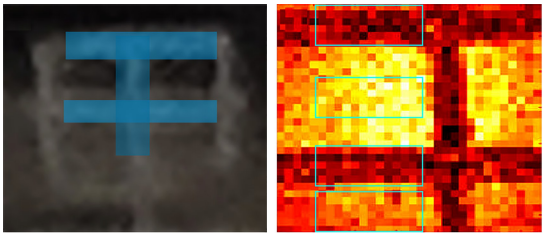


图 5　重复 5 次实验分别得到的区域 1、2 之间的相位差

为了检验该单像素相位成像的准确性，采用聚二甲硅氧烷上刻蚀的汉字“干”为实验样品。聚二甲硅氧烷膜厚约 1.2 mm，膜上蚀刻有汉字“甲”字，如图 6(a)所示。由于 2 mm 有效视场的限制，选取样品的部分区域作为成像的有效区域，形如汉字“干”。该样品的蚀刻线宽为 220 μm，蚀刻与未蚀刻部分的平均相位差为 0.049。单像素相位成像实验得到的结果，如图 6(b)所示。平均线宽为 5 个像素，一个像素为 64 μm，计算得到线宽为 320 μm。这一结果大于标准相位分析仪测量得到的 290 μm，相差 30 μm，约为半个像素。产生该差值的原因是 SLM 设置的取样点数偏少。增大加载于 SLM 上相位矩阵的像素数量有助于减小差值，得到更加精确的相位图像。为了便于与标准相位分析仪得到的结果进行比较，在图 6(b)中对四个划线区域的相位分别进行平均，平均相位从上到下依次为 0.029，−0.017，0.031，−0.017。从上到下，刻线与未刻线的两划线区域的相位差分别为 0.046 和 0.048。两者的平均值为 0.047，接近于标准相位分析仪的测量结果 0.049，误差为 4.1%。



(a) 物体的显微图片　　(b) 相位图像

图 6　聚二甲硅氧烷上刻蚀的汉字“干”的成像

3　结论

本文提出并验证了一种无干涉测量与相位迭代算法的单像素相位成像。利用测量傅里叶频谱零级强度的方法，实现了基于凸优化计算重构的单像素相位成像，可以在无需 Shack-Hartmann 波前传感、干涉测量、相位迭代的情况下得到物体的相位分布。实验结果表明，该方法具有良好的稳定性和准确性。与其他单像素相位成像相比，该方法具有光学成本低、系统简单、计算成像特征鲜明等优点，不仅为单像素相位成像提供了一种新方法，而且对经典相位成像的发展具有借鉴意义。

参考文献：

[1] Chen Z, Wang X. Compressed thermoacoustic imaging based on stochastic binary amplitude modulation[C]// 2017 IEEE Inter. Symp. on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting, 2017: 797-798.

[2] Duarte M, Davenport M, Takhar D, et al. Single-pixel imaging via compressive sampling[J]. IEEE Signal Proc. Mag., 2008, 25(2): 83-91.

[3] Watts C, Shrekenhamer D, Montoya J, et al. Terahertz compressive imaging with metamaterial spatial light modulators[J]. Nat. Photon., 2014, 8(8): 605-609.

[4] Greenberg J, Krishnamurthy K, Brady D. Compressive

single-pixel snapshot X-ray diffraction imaging[J]. Opt. Lett., 2013, 39(1): 111-114.

[5] Rousset F, Ducros N, Peyrin F, et al. Time-resolved multispectral imaging based on an adaptive single-pixel camera [J]. Opt. Express, 2018, 26(8): 10550-10558.

[6] 魏子然, 杨 威, 张建林, 等. 基于深度学习的单像素相机超分辨率成像优化[J]. 半导体光电, 2021, 42(3): 412-417.
Wei Ziran, Yang Wei, Zhang Jianlin, et al. Super-resolution imaging optimization of single pixel camera based on deep learning[J]. Semiconductor Optoelectronics, 2021, 42(3): 412-417.

[7] Sun B, Edgar M, Bowman R, et al. 3D computational imaging with single-pixel detectors[J]. Science, 2013, 340 (6134): 844-847.

[8] Durán V, Clemente P, Fernández-Alonso M, et al. Single-pixel polarimetric imaging[J]. Opt. Lett., 2012, 37(5): 824-826.

[9] Seow K, Török P, Foreman M. Single pixel polarimetric imaging through scattering media[J]. Opt. Lett., 2020, 45 (20): 5740-5743.

[10] 魏子然, 张建林, 徐智勇, 等. 一种基于单像素相机的压缩感知图像重建优化算法[J]. 半导体光电, 2019, 40(3): 449-454.
Wei Ziran, Zhang Jianlin, Xu Zhiyong, et al. An optimization algorithm for compressed sensing image reconstruction based on single pixel camera[J]. Semicond. Optoelectron., 2019, 40 (3): 449-454.

[11] Gibson G, Sun B, Edgar M, et al. Real-time imaging of methane gas leaks using a single-pixel camera[J]. Opt. Express, 2017, 25(4): 2998.

[12] 王 玲, 刘 博, 李志康, 等. 基于单像素单光子探测的目标识别与跟踪方法[J]. 半导体光电, 2023, 44(2): 272-276.
Wang Ling, Liu Bo, Li Zhikang, et al. Target recognition and tracking method based on single pixel single photon detection [J]. Semicond. Optoelectron., 2023, 44(2): 272-276.

[13] Lochocki B, Gambín A, Manzanera S, et al. Single pixel camera ophthalmoscope[J]. Optica, 2016, 3(10): 1056-1059.

[14] Ota S, Horisaki R, Kawamura Y, et al. Ghost cytometry [J]. Science, 2018, 360(6394): 1246-1251.

[15] Platt B, Shack R. History and principles of Shack-Hartmann wavefront sensing[J]. J. of Refractive Surgery, 2001, 17: S573-S577.

[16] Makey G, Yavuz Ö, Kesim D, et al. Breaking crosstalk limits to dynamic holography using orthogonality of high-dimensional random vectors[J]. Nat. Photon., 2019, 13 (4): 251-256.

[17] Streibl N. Phase imaging by the transport equation of intensity[J]. Opt. Communi., 1984, 49(1): 6-10.

[18] Chapman H, Nugent K. Coherent lensless X-ray imaging [J]. Nat. Photon., 2010, 4: 833-839.

[19] Bulbul A, Hai N, Rosen J. Coded aperture correlation holography (COACH) with a superior lateral resolution of FINCH and axial resolution of conventional direct imaging systems[J]. Opt. Express, 2021, 29(25): 42106-42118.

[20] Soldevila F, Durán V, Clemente P, et al. Phase imaging by spatial wavefront sampling[J]. Optica, 2018, 5(2): 164-174.

[21] Clemente P, Durán V, Tajahuerce E, et al. Single-pixel digital "ghost" holography[J]. Phys. Rev. A, 2012, 86(4): 10465-10466.

[22] Clemente P, Durán V, Tajahuerce E, et al. Compressive holography with a single-pixel detector[J]. Opt. Lett., 2013, 38(14): 2524-2527.

[23] Ota K, Hayasaki Y. Complex-amplitude single-pixel imaging [J]. Opt. Lett., 2018, 43(15): 3682-3685.

[24] Liu R, Zhao S, Zhang P, et al. Complex wavefront reconstruction with single-pixel detector[J]. Appl. Phys. Lett., 2019, 114(16): 161901.

[25] Zhao S, Liu R, Zhang P, et al. Fourier single-pixel reconstruction of a complex amplitude optical field[J]. Opt. Lett., 2019, 44(13): 3278-3281.

[26] Zhao S, Chen S, Wang X, et al. Measuring the complex spectrum of orbital angular momentum and radial index with a single-pixel detector[J]. Opt. Lett., 2020, 45(21): 5990-5993.

[27] Shin S, Lee K, Baek Y, et al. Reference-free single-point holographic imaging and realization of an optical bidirectional transducer[J]. Phys. Rev. Appl., 2018, 9(4): 044042.

[28] Horisaki R, Matsui H, Tanida J. Single-pixel compressive diffractive imaging with structured illumination[J]. Appl. Opt., 2017, 56(14): 4085-4089.

[29] Li M, Bian L, Zheng G, et al. Single-pixel ptychography [J]. Opt. Lett., 2021, 46: 1624-1627.

[30] Candés E, Strohmer T, Voroninski V. PhaseLift: Exact and stable signal recovery from magnitude measurements via convex programming[J]. Commun. Pure Appl. Math., 2013, 66: 1241-1274.

[31] Candès E, Eldar Y, Strohmer T, et al. Phase retrieval via matrix completion[J]. SIAM Rev., 2015, 57(2): 225-251.

作者简介:

陈 直(1982—),男,吉林省梨树市人,博士,副教授,主要研究方向为光波导与集成光学,光学神经形态计算,以及计算成像。