光电技术与应用

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2024010801

一种 M 进制短参考置换索引的差分混沌移位键控系统

柳粟杰[1]，杨烈君[1]，谢肇鹏[2*]

（1. 宁德师范学院 信息工程学院，福建 宁德 352100；2. 福州大学 先进制造学院，福建 泉州 362251）

摘　要： 为解决置换索引的差分混沌移位键控（PI-DCSK）通信系统存在能量效率低的问题，结合短参考技术，提出了一种 M 进制短参考置换索引的差分混沌移位键控（SR-PI-DCSK）系统。该系统将参考时隙的混沌序列缩短至小于半个符号周期，信息时隙将参考时隙的置换排列副本进行复制并拼接 P 次，在不增加 PI-DCSK 系统结构复杂度及维持相同的恢复比特信息所需能量的情况下，可以有效提高系统能量效率，同时提升系统的误比特率（BER）。然后，分析了 SR-PI-DCSK 系统的能量效率，推导了其在多径瑞利衰落信道环境下的 BER 表达式，使用蒙特-卡罗模拟仿真验证了该理论推导的正确性。仿真结果表明，在同一条件下，所提出的系统与 PI-DCSK 系统相比具有更好的性能增益，这能为下一代物联网短距离通信应用提供一种混沌调制方案。

关键词： 差分混沌移位键控；短参考置换索引；能量效率

中图分类号： TN911.3　**文章编号：** 1001－5868(2024)03－0485－08

Differential Chaos Shift Keying System with M-ary Short Reference Permutation Index

LIU Sujie[1]，YANG Liejun[1]，XIE Zhaopeng[2]

（1. College of Information Engineering，Ningde Normal University，Ningde 352100，CHN；
2. School of Advanced Manufacturing，Fuzhou University，Quanzhou 362251，CHN）

Abstract： To solve the problem of the low energy efficiency of permutation index differential chaos shift keying（PI-DCSK）communication systems that employ short-reference technology，we developed an M-ary short-reference PI-DCSK（SR-PI-DCSK）system. We shortened the chaotic sequence of the reference time slot to less than half of a symbol period and confirmed that the information time slot copied and spliced the permutation arrangement of the reference time slot P times. We analyzed the energy efficiency of the SR-PI-DCSK system and derived its BER expression in a multipath Rayleigh fading channel. Further，we verified the accuracy of the theoretical derivation using Monte Carlo simulations. The simulation results indicate that compared with the PI-DCSK system，the proposed system has a better performance gain under the same conditions，thus providing a candidate chaotic modulation scheme for the next generation of short-range communication applications in the Internet of Things（IOT）. Moreover，the system can effectively improve the energy efficiency and bit error rate（BER）of the PI-DCSK system without increasing its structural complexity while requiring the same energy to recover the bit information.

Key words： differential chaos shift keying；short reference permutation index；energy efficiency

收稿日期：2024－01－08.

基金项目：宁德师范学院中青年科研项目(2022ZQ103)；福建省中青年教师教育科研项目(JAT220388).

* **通信作者：**谢肇鹏

0 引言

混沌信号因其具备初值敏感性、类随机性以及良好的自相关和互相关性[1]，在通信领域得到广泛的应用。当前国内外研究的主流技术是无需混沌同步的非相干混沌数字调制技术。在现有的非相干混沌数字调制技术中，差分混沌移位键控(Differential Chaos Shift Keying，DCSK)技术以其良好的抗噪声性能，成为了研究最多的调制技术[2]之一。然而，DCSK 主要存在两个缺点：一是数据率低、高能耗；二是需使用宽带射频延迟线。为了解决 DCSK 系统的问题，Yang 等提出一种高效差分混沌移位键控(High Efficiency DCSK，HE-DCSK)系统[3]，该系统将带宽效率提高了一倍。文献[4]提出了一种短参考 DCSK(Short Reference DCSK，SR-DCSK)系统，在不牺牲性能的前提下，通过缩短参考信号来提高数据速率和能量效率。

近年，随着索引调制(Index Modulation，IM)技术的迅速发展，其作为信息承载单元可以有效提高数据传输率以及频谱利用率[5]。Xu 等提出码索引 DCSK(Code Index Modulation DCSK，CIM-DCSK)调制方案[6]，采用 Walsh 码的 CIM-DCSK 系统可以有效提高数据速率。为了解决 CIM-DCSK 系统在实际多径信道中因时延扩展大而导致误码率增加这一缺陷，Chen 等提出一种并行 CIM-DCSK[7]。Lin 等[8]提出一种结合循环移位键控和码索引调制的混合差分混沌移位键控方案，以提高数据速率和误比特率(Bit Error Rate，BER)性能。Ma 等[9]提出一种新的基于多维索引调制的差分混沌位移键控方案，该方案对于低功耗、低成本的短无线通信来说是一种很有前景的解决方案。Herceg 等[10]提出了置换索引的 DCSK(Permutation Index DCSK，PI-DCSK)通信系统，PI-DCSK 利用混沌信号具有良好的自(互)相关性的特点，将混沌信号通过置换矩阵变换元素的位置即置换索引值，并且置换后的混沌序列之间是准正交的。除了传输传统 DCSK 的调制比特外，该系统利用置换索引值来传输额外的映射比特，使得 PI-DCSK 的数据速率高于 DCSK。然而，由于 PI-DCSK 通信系统的数据帧结构是由参考信号和数据载波信号等量组成传输，从而导致其数据率和能量效率的降低。Chen 等[11]为抑制 PI-DCSK 的序列间干扰，提出一种参考调制排列索引差分混沌键控方案，改善了 BER 性能。

为解决 PI-DCSK 系统存在的主要缺陷，本文提出一种短参考置换索引的 DCSK(Short Reference Permutation Index DCSK，SR-PI-DCSK)通信系统。所提出的系统结合了短参考调制技术的特点，将混沌参考信号的长度缩短至小于半个符号周期，在不增加系统结构复杂度的情况下，所提出的 SR-PI-DCSK 系统可以有效提高系统的能量效率。此外，M 进制的符号信息通过在信息时隙将参考信号的置换副本进行复制并拼接 P 次来携载，这样将信息时隙引入一定的重复性，在接收端调解时，采取分段平均的方式在一定程度上可以降低信息时隙的噪声，从而提高系统的误码性能。

1 SR-PI-DCSK 系统模型

1.1 发射机

SR-PI-DCSK 系统可以承载 M 进制的符号信息，$M=2^{n+1}$。将输入的信息比特流分成若干符号块，每个符号块包含 n 个映射比特信息和 1 个单独的比特信息。携载 M 进制的符号信息，那么需要有 2^n 个具有准正交性的混沌序列，即利用置换矩阵产生相关性能更好的 2^n 种置换索引规则 $I=\{I_1,I_2,\cdots,I_2^n\}$[10,12]。其中，$n$ 个映射比特由具有不同预定义的置换索引规则所重新置换的混沌参考信号携载。然后，一个独立的比特信息用来重复或者反转携载 n 个映射比特的载波。第 i 个符号块的比特信息被表示为：$[b_{i,1},b_{i,2},\cdots,b_{i,n},b_{i,n+1}]=[S_i,b_{i,n+1}]$，其中，$S_i=[b_{i,1},b_{i,2},\cdots,b_{i,n}]$ 表示 n 个映射比特以及 $b_{i,n+1}$ 表示调制比特。

SR-PI-DCSK 系统的发送端结构如图 1(a)所示。混沌信号发生器产生一个具有 R 个样本的混沌序列，该混沌序列作为参考混沌信号。根据映射比特信息 S_i 对应地选择其中一种预定义的置换索引规则，用选定的规则对参考信号进行置换，从而形成对应 R 个样本的调制信号。将这段置换信号复制并拼接 P 次，以形成长度为 $\beta=P\cdot R$ 样本的数据载波序列，使其能够在解调时维持与 PI-DCSK 调制方案所需的接收能量相同。然后再传送根据单独一位调制比特(1 或者 0)重复或者反转长度为 β 的数据载波序列。因此，由一个具有 R 样本的参考序列和一个具有 β 样本的数据调制信号组成 SR-PI-DCSK 系统的传输符号帧，其中 $\beta=P\cdot R$，总共具有 $R+\beta=R+P\cdot R$ 样本点。此外，SR-PI-DCSK

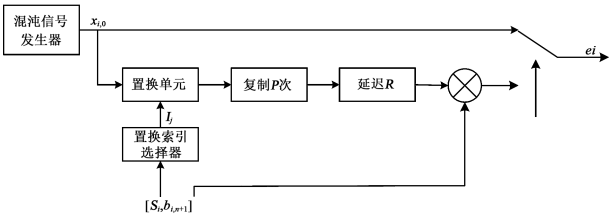
和 PI-DCSK 帧结构如图 1(b)所示，与 PI-DCSK 相比，SR-PI-DCSK 的传输符号帧节省了更多的时间和能量。因此，不需要生成 β 长度的混沌信号，而是产生 R 样本作为缩短的参考信号，这样做是为了减少 PI-DCSK 传输符号帧的传输时间来提高系统的能量效率。在 SR-PI-DCSK 系统中，所传输的数据帧可以表示为：

$$\boldsymbol{e}_i=\begin{cases}\boldsymbol{x}_{i,0}\\ b_{i,n+1}I_j(\boldsymbol{x}_{i,pR}),0<p\leqslant P\end{cases}\tag{1}$$

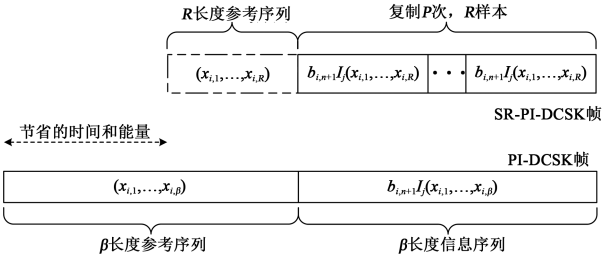
式中，$\boldsymbol{x}_{i,d}$ 表示包含 R 个样本，时延为 d 的第 i 个向量，定义为：

$$\boldsymbol{x}_{i,d}=[x_{i,1-d},x_{i,2-d},\cdots,x_{i,R-d}]\tag{2}$$

在式(1)中，$\boldsymbol{x}_{i,0}$ 表示 R 个无时延样本的混沌参考信号向量，$\boldsymbol{x}_{i,pR}$ 表示 $\boldsymbol{x}_{i,0}$ 延迟 pR 个样本的混沌参考信号副本，$I_j(\cdot)$表示第 i 个符号块的映射位 S_i 所对应的置换索引操作，$j\in\{1,2,\cdots,2^n\}$ 代表所选择的置换索引规则。



(a) SR-PI-DCSK 系统的发送端



(b) SR-PI-DCSK 和 PI-DCSK 帧结构对比

图 1　SR-PI-DCSK 的发射机框图

1.2　接收机

当传输信号经过多径瑞利衰落信道，第 i 个符号块的接收信号 $\boldsymbol{r}_{i,0}$ 可以表示为：

$$\boldsymbol{r}_{i,0}=\sum_{l=1}^{L}\alpha_l\boldsymbol{e}_{i,\tau_l}+[\boldsymbol{n}_{i,0},\boldsymbol{n}_{i,pR}],0<p\leqslant P\tag{3}$$

式中，α_l 和 τ_l 分别表示第 l 路径的信道衰落系数和时延，L 表示信道路径的总数，$\boldsymbol{n}_{i,0}$ 第 i 个数据帧参考时隙的噪声分量，$\boldsymbol{n}_{i,pR}$ 表示第 i 个数据帧信息时隙中第 p 个信息槽时隙的噪声分量。定义 $\boldsymbol{n}_{i,v}$ 为包含 R 个样本，延迟为 v 的第 i 个噪声向量，可以表示为：

$$\boldsymbol{n}_{i,v}=[n_{i,1-v},n_{i,2-v},\cdots,n_{i,R-v}]\tag{4}$$

式中，$n_{i,q}$ 表示第 i 个数据帧中的第 q 个高斯白噪声的样本点，其数学期望为 0，方差为 $N_0/2$。在本文的分析中，假定最大时延 $\tau_{\max}$ 远小于参考信号的持续时间，即 $0<\tau_{\max}\ll RT_c$，其中 T_c 代表码片时间，为了方便数学化简，令 $T_c=1$。在这种情况下，码间干扰(Inter Symbol Interference，ISI)可忽略不计。

SR-PI-DCSK 通信系统接收机的结构框图如图 2 所示。为了解调恢复发送的符号信息，首先应将接收到的信号 $\boldsymbol{r}_{i,0}$ 延迟 R 个样本，提取出存在 SR-PI-DCSK 系统数据帧中前 R 个样本的参考信号。然后将参考信号送入置换单元，使用预定义的 2^n 个置换索引规则 $I=\{I_1,I_2,\cdots,I_2^n\}$ 对参考段信号进行重新置换，可以得到 2^n 个置换副本，然后将参考段信号的 2^n 个置换副本分别对信息时隙的 P 个连续样本中进行部分相关运算，每个样本的长度均为 R。对应第 p 个部分相关器的输出值 $O_{i,p,m}$ 为：

$$O_{i,p,m}=I_m\Big(\sum_{l=1}^{L}\alpha_l\boldsymbol{x}_{i,R+\tau_l}+\boldsymbol{n}_{i,R}\Big)\times\Big(\sum_{l=1}^{L}\alpha_l b_{i,n+1}I_j(\boldsymbol{x}_{i,pR+\tau_l})+\boldsymbol{n}_{i,pR}\Big)^{\mathrm{T}}\tag{5}$$

$$1\leqslant m\leqslant 2^n\text{ and }0<p\leqslant P$$

其中，$(\cdot)^{\mathrm{T}}$ 表示转置操作。

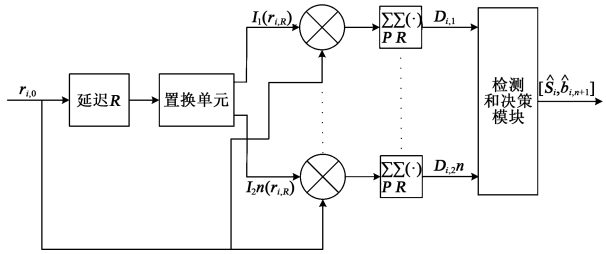


图 2　SR-PI-DCSK 的接收机框图

紧接着，将 P 个独立的相关值进行代数相加，产生 2^n 个决策变量。则 SR-PI-DCSK 系统的决策变量可以写为：

$$D_{i,m}=\sum_{p=1}^{P}O_{i,p,m},m\in\{1,2,\cdots,2^n\}\tag{6}$$

在检测与决策逻辑模块中，比较 2^n 个相关器输出的绝对值大小，根据最大相关器的绝对值判决出相应的置换索引值 $\hat{j}$。最大相关器输出的索引值可以由式(7)表示。

$$\hat{j}=\underset{m}{\operatorname{argmax}}\{|D_{i,m}|\},m\in\{1,2,\cdots,2^n\}\tag{7}$$

最后根据所判决的置换索引值 $\hat{j}$，接收机判决出所使用的置换规则，依据置换规则可以相对应地

解调恢复出 n 个映射比特 $\hat{S}_i$。最后，根据所判决相关器的相关值符号解调出调制比特，可表示为：

$$\hat{b}_{i,n+1}=\mathrm{sgn}(D_{i,\hat{j}}) \tag{8}$$

2 系统性能分析

2.1 能量效率

为了分析 SR-PI-DCSK 通信系统的能量效率(Energy Efficiency，EE)，传输的数据能量与比特能量的比率(Data-energy-to-Bit-energy Ratio，DBR)被定义为[13]：

$$DBR=\frac{E_{\mathrm{d}}}{E_{\mathrm{b}}} \tag{9}$$

式中，E_{d} 表示信息携载信号的能量，E_{b} 表示每一比特信息的传输能量。因而，对于提出的 SR-PI-DCSK 系统，每次传输的符号能量可表示为：

$$E_{\mathrm{s}}=E_{\mathrm{r}}+E_{\mathrm{d}} \tag{10}$$

式中，E_{r} 表示参考信号的能量。可以计算出参考信号和信息携载信号的能量为：

$$E_{\mathrm{r}}=RE[x_{i,k}^2] \tag{11}$$

$$E_{\mathrm{d}}=PRE[x_{i,k}^2] \tag{12}$$

因此，SR-PI-DCSK 的符号能量为：

$$E_{\mathrm{s}}=RE[x_{i,k}^2]+PRE[x_{i,k}^2] \tag{13}$$

实际上，在 SR-PI-DCSK 系统中，每个符号能量 E_{S} 用来传输 $\log_2(M)=(n+1)$ 个比特信息，因此，传输一比特能量 E_{b} 表示为：

$$E_{\mathrm{b}}=\frac{E_{\mathrm{s}}}{\log_2(M)}=\frac{R+PR}{\log_2(M)}E[x_{i,k}^2] \tag{14}$$

SR-PI-DCSK 系统的 DBR 表达式为：

$$DBR=\frac{E_{\mathrm{d}}}{E_{\mathrm{b}}}=\frac{P}{1+P}\log_2(M) \tag{15}$$

此外，从文献[10]和[14]可知，PI-DCSK 混沌通信系统的 DBR 为 $DBR_{\mathrm{PI}}=\log_2(M)/2$，SR-DCSK 系统的 DBR 为 $DBR_{\mathrm{SR}}=P/(1+P)$。从上述的分析可得知，当 P 的值足够大时，SR-PI-DCSK 系统和 SR-DCSK 系统的 DBR 值分别趋近于 $\log_2(M)$ 和 1。显然，对于给定的 M 和 P 值，有 $DBR_{\text{SR-PI}}>DBR_{\mathrm{PI}}>DBR_{\mathrm{SR}}$，即它们之间的能量效率关系为：$EE_{\text{SR-PI}}>EE_{\mathrm{PI}}>EE_{\mathrm{SR}}$。当 $M>2$，相较于其他两种混沌调制通信方案，SR-PI-DCSK 通信系统具有更大的 DBR 值，即 SR-PI-DCSK 通信系统的能量效率更高。

2.2 BER 性能

本小节对 SR-PI-DCSK 系统在多径瑞利衰落信道下的误码率表达式进行推导。采用高斯近似法分析系统的 BER 理论公式[15]。使用二阶切比雪夫多项式产生离散混沌序列，如式(16)：

$$x_{i,k+1}=1-2x_{i,k}^2 \tag{16}$$

对混沌样本进行归一化处理，使其数学期望为 0，方差为 1，即 $E(x_{i,k})=0$ 和 $\mathrm{var}(x_{i,k})=E(x_{i,k}^2)=1$。其中，$E(\cdot)$ 表示期望操作，$\mathrm{var}(\cdot)$ 表示方差操作。

在 M 进制的 SR-PI-DCSK 系统中，每次传输 $\log_2(M)=(n+1)$ 个比特信息，其中 n 个映射比特由一个对应置换规则重排后的参考信号携载以及一个单独的比特调制到携载映射比特信息的载波上。P 个相关器的操作过程均是相同的。因此，由映射比特的 BER P_{map} 和调制比特的 BER P_{mod} 组成整个系统的 BER P_{T}，所以整个系统总的 BER 可以由式(17)表示[16]：

$$P_{\mathrm{T}}=\frac{n}{n+1}P_{\mathrm{map}}+\frac{1}{n+1}P_{\mathrm{mod}} \tag{17}$$

映射比特检测错误的概率取决于映射比特的数量 n 和相应的置换索引错误判决的概率 P_{index}。所以映射比特的错误检测 BER 可以由置换索引检测错误的概率转换得到，其转换表达式可由式(18)表示为[17]：

$$P_{\mathrm{map}}=\frac{2^{n-1}}{2^n-1}P_{\mathrm{index}} \tag{18}$$

对于调制位，在两种情况时会导致解调发生错误。第一种情况，置换索引检测出错，这时，正确解调的概率约等于 1/2。第二种情况，映射位的解调是正确的，而调制位的解调发生错误。但是，在这种情况下发生错误，SR-PI-DCSK 系统的解调过程和 DCSK 系统的解调过程是相同的。因此，调制位的 BER 可以表示为[16]：

$$P_{\mathrm{mod}}=\frac{1}{2}P_{\mathrm{index}}+P_{\mathrm{DCSK}}(1-P_{\mathrm{index}}) \tag{19}$$

式中，P_{DCSK} 代表传统 DCSK 系统的 BER。由式(17)～(19)，SR-PI-DCSK 系统总的 BER P_{T} 的具体形式为：

$$P_{\mathrm{T}}=\frac{P_{\mathrm{DCSK}}}{n+1}(1-P_{\mathrm{index}})+\frac{2n2^{n-1}+(2^n-1)}{2(n+1)(2^n-1)}P_{\mathrm{index}} \tag{20}$$

2.2.1 置换索引检测错误的概率

在参考序列的长度 R 足够长的情况下，时移的混沌序列间具有低的自相关特性，如式(21)所示。

$$\boldsymbol{x}_{i,\tau_l}(\boldsymbol{x}_{i,\tau_{l'}})^{\mathrm{T}}\approx 0, l\neq l' \tag{21}$$

因此，将式(5)代入式(6)，第 i 个符号块的第 m 个

相关器输出的决策变量展开可以表示为：

$$D_{i,m}=\sum_{p=1}^{P}\left\{\underbrace{\left(\sum_{l=1}^{L}\alpha_l^2 b_{i,n+1}I_m(\boldsymbol{x}_{i,R+\tau_l})\right)\times I_j(\boldsymbol{x}_{i,pR+\tau_l})^{\mathrm{T}}}_{U_{i,m}}+\underbrace{I_m(\boldsymbol{n}_{i,R})\cdot(\boldsymbol{n}_{i,pR})^{\mathrm{T}}}_{N1_{i,m}}+\right.$$

$$\left.\underbrace{\left(\sum_{l=1}^{L}\alpha_l I_m(\boldsymbol{x}_{i,R+\tau_l})\right)(\boldsymbol{n}_{i,pR})^{\mathrm{T}}}_{N2_{i,m}}+\underbrace{I_m(\boldsymbol{n}_{i,R})\left(\sum_{l=1}^{L}\alpha_l b_{i,n+1}I_j(\boldsymbol{x}_{i,pR+\tau_l})\right)^{\mathrm{T}}}_{N3_{i,m}}\right\}\tag{22}$$

式中，$U_{i,m}$ 表示有用的信号，$N1_{i,m}$，$N2_{i,m}$ 和 $N3_{i,m}$ 表示干扰项。

由于数据载波是一个周期的形式且每个槽 p 都与参考时隙进行相关运算，独立于数据载体槽 p。因此，决策变量可以写成：

$$D_{i,m}=PU_{i,m}+\underbrace{PN3_{i,m}}_{I_1}+\underbrace{\sum_{p=1}^{P}(N1_{i,m}+N2_{i,m})}_{I_2}\tag{23}$$

决策变量 $D_{i,m}$ 的输出根据两种假设将会出现两种情况。第一种假设是相关器的索引值 m 等于传输的置换索引 j，即 $m=j$；第二种假设是相关器的索引值与传输的置换索引不匹配，即 $m\neq j$。

当 $m=j$ 时，决策变量 $D_{i,j}$ 的数学期望为：

$$E(D_{i,j})=PE(U_{i,j})=PRb_{i,n+1}\sum_{l=1}^{L}\alpha_l^2E(x_{i,k}^2)\tag{24}$$

其中，$PRE(x_{i,k}^2)$ 表示从 P 个相关中所需恢复符号的能量。该系统恢复符号的能量与 PI-DCSK 系统恢复符号的能量相等。可以看到，式(23)中的其他干扰分量的均值都为零，因而可将式(23)化简为有用信号分量的数学期望。此外，用 SR-PI-DCSK 系统的比特能量表达式即式(14)代替 $E(x_{i,k}^2)$，则式(24)可以重写为：

$$E(D_{i,j})=\frac{PR\log_2(M)E_{\mathrm{b}}}{R+\beta}b_{i,n+1}\sum_{l=1}^{L}\alpha_l^2\tag{25}$$

因为决策变量中的所有分量之间相互独立，所以决策变量的方差是各个干扰分量相加的总和。因此，干扰分量 I_1 的方差为：

$$\mathrm{var}(I_1)=P^2R\frac{N_0}{2}\sum_{l=1}^{L}\alpha_lE(x_{i,k}^2)=$$

$$P^2R\frac{\log_2(M)E_{\mathrm{b}}N_0}{2(R+\beta)}\sum_{l=1}^{L}\alpha_l\tag{26}$$

干扰分量 I_2 的方差为：

$$\mathrm{var}(I_2)=PR\frac{N_0^2}{4}+PR\frac{N_0}{2}\sum_{l=1}^{L}\alpha_lE(x_{i,k}^2)=$$

$$PR\frac{N_0^2}{4}+PR\frac{\log_2(M)E_{\mathrm{b}}N_0}{2(R+\beta)}\sum_{l=1}^{L}\alpha_l\tag{27}$$

因此，决策变量 $D_{i,j}$ 的方差为：

$$\mathrm{var}(D_{i,j})=\mathrm{var}(I_1+I_2)=P^2R\frac{\log_2(M)E_{\mathrm{b}}N_0}{2(R+\beta)}\cdot$$

$$\sum_{l=1}^{L}\alpha_l+PR\frac{N_0^2}{4}+PR\frac{\log_2(M)E_{\mathrm{b}}N_0}{2(R+\beta)}\sum_{l=1}^{L}\alpha_l\tag{28}$$

由前文所述可知，所有参考信号的置换副本之间都具有准正交性。因此，当 $m\neq j$ 时，$U_{i,m}$ 这一分量的表达式为：

$$U_{i,m}=\left(\sum_{l=1}^{L}\alpha_l^2b_{i,n+1}I_m(\boldsymbol{x}_{i,R+\tau_l})\right)\times I_j(\boldsymbol{x}_{i,pR+\tau_l})^{\mathrm{T}}\approx 0\tag{29}$$

所以，决策变量 $D_{i,m}$ 的数学期望为 $E(D_{i,m})=0$。

与式(28)使用的计算方式相同，显然，$D_{i,m}$ 与 $D_{i,j}$ 的方差相等，即决策变量 $D_{i,m}$ 的方差为：

$$\mathrm{var}(D_{i,m})=P^2R\frac{\log_2(M)E_{\mathrm{b}}N_0}{2(R+\beta)}\sum_{l=1}^{L}\alpha_l+$$

$$PR\frac{N_0^2}{4}+PR\frac{\log_2(M)E_{\mathrm{b}}N_0}{2(R+\beta)}\sum_{l=1}^{L}\alpha_l\tag{30}$$

如果决策变量 $|D_{i,m}|$ 的最大值大于所选中的置换索引所对应的随机变量 $|D_{i,j}|$，那么就会导致置换索引的检测出现错误。所以，可将置换索引错误检测的概率 P_{index} 定义为：

$$P_{\mathrm{index}}=Pr(|D_{i,j}|<\max(|D_{i,m}|)\mid I_j)\tag{31}$$

值得注意的是，由于绝对值符号存在，$|D_{i,j}|$ 的数学期望与调制位 $b_{i,n+1}$ 无关，因此在接下来的推导过程中将省略 $b_{i,n+1}$。$D_{i,m}$ 是一个零均值服从高斯分布的随机变量[18]，所以 (2^n-1) 个随机变量 $|D_{i,m}|$ 的绝对值服从折叠正态分布。而且，它们之间是相互独立的，因此，可以应用顺序统计理论计算[16]，P_{index} 的表达式可写为：

$$P_{\mathrm{index}}=\int_0^{\infty}(1-F_{|D_{i,j}|}(y))^{2^n-1}f_{|D_{i,j}|}(y)\mathrm{d}y=$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi var(D_{i,j})}}\int_0^{\infty}\left(1-\mathrm{erf}\left(\frac{y}{\sqrt{2var(D_{i,m})}}\right)\right)^{2^n-1}\times$$

$$\left[\exp\left(-\frac{(y-E(D_{i,j}))^2}{2var(D_{i,j})}\right)+\exp\left(-\frac{(y+E(D_{i,j}))^2}{2var(D_{i,j})}\right)\right]\mathrm{d}y \tag{32}$$

式中，$erf(\cdot)$是误差函数，定义为：

$$erf(z)=\int_0^z \frac{2}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2}\mathrm{d}x \tag{33}$$

对于式(25)、(28)和式(30)，令 $\gamma_b=(E_b/N_0)\cdot\sum_{l=1}^{L}\alpha_l^2$，则 P_{index} 可表示为：

$$P_{index}=\frac{1}{\sqrt{\pi V}}\int_0^{\infty}\left(1-erf\left(\frac{y}{\sqrt{V}}\right)\right)^{2^n-1}\times\left[\exp\left(-\frac{\left(y-\frac{PR\log_2(M)}{R+P}\right)^2}{V}\right)+\exp\left(-\frac{\left(y+\frac{PR\log_2(M)}{R+P}\right)^2}{V}\right)\right]\mathrm{d}y \tag{34}$$

式中，

$$V=\frac{P^2R}{(R+\beta)}\log_2(M)\gamma_b+\frac{PR}{(R+\beta)}\log_2(M)\gamma_b+\frac{PR}{2} \tag{35}$$

2.2.2 调制位检测出错的概率

对于调制位的判决，与 DCSK 系统解调过程类似，通过比较决策变量 $D_{i,j}$ 与零阈值的大小。因此，误码率 P_{DCSK} 可以写成：

$$P_{DCSK}=\frac{1}{2}erfc\left(\frac{E(D_{i,j})}{\sqrt{2var(D_{i,j})}}\right) \tag{36}$$

式中，$erfc(x)=1-erf(x)$ 是互补误差函数。将式(25)和(28)代入式(36)中，通过化简，P_{DCSK} 可以表示为：

$$P_{DCSK}=\frac{1}{2}erfc\left(\frac{PR\log_2(M)\gamma_b}{(R+\beta)\sqrt{V}}\right) \tag{37}$$

对于较高的 PR，E_b 是恒定的。因此，对于 L 条独立同分布的瑞利衰落信道路径，瞬时信噪比 γ_b 的概率密度函数为[17]：

$$f(\gamma_b)=\frac{\gamma_b^{L-1}}{(L-1)!\ \bar{\gamma}_c^{L}}\exp\left(-\frac{\gamma_b}{\bar{\gamma}_c}\right) \tag{38}$$

其中每条路径的平均 SNR $\bar{\gamma}_c$ 为：

$$\bar{\gamma}_c=\frac{E_b}{N_0}E(\alpha_l^2)=\frac{E_b}{N_0}E(\alpha_j^2),l\neq j \tag{39}$$

然而，对于不同的信道，γ_b 的概率密度函数为：

$$f(\gamma_b)=\sum_{l=1}^{L}\frac{\rho_l}{\bar{\gamma}_l}\exp\left(-\frac{\gamma_b}{\bar{\gamma}_l}\right) \tag{40}$$

其中，

$$\rho_l=\prod_{j=1,j\neq l}^{L}\frac{\bar{\gamma}_l}{\bar{\gamma}_l-\bar{\gamma}_j} \tag{41}$$

$\bar{\gamma}_l$ 是 $\gamma_l=\alpha_l^2E_b/N_0$ 的平均值，即为第 l 路径上的瞬时信噪比。当 $L=1$ 和 $\lambda_l=1$ 时，该信道属于加性高斯白噪声(Additive White Gaussian Noise，AWGN)信道。SR-PI-DCSK 系统经过多径瑞利衰落信道的平均 BER $\bar{P}_{T,fade}$ 表示为：

$$\bar{P}_{T,fade}=\int_0^{\infty}P_T f(\gamma_b)\mathrm{d}\gamma_b \tag{42}$$

3 仿真结果分析

本节对 SR-PI-DCSK 系统在多径瑞利衰落信道下的性能进行分析，在蒙特-卡罗仿真实验中，使用二阶切比雪夫多项式产生混沌信号，并且每个数据帧传输 2 800 个比特信息。

对于 $M=4$，如图 3 所示，该图表示当 $\beta=200$ 和不同的参考序列长度 R 时，SR-PI-DCSK 系统在两径瑞利衰落信道中的性能曲线。从图中可以看出，在低时延(0,1)条件下，仿真结果与式(42)所推导得出的 BER 理论公式是相同的。从图中可以清楚地看到，当 $R=100$ 和 $R=50$ 时，SR-PI-DCSK 系统会具有更好的性能增益，与 R 为 200 时相比，大约提升了 1～2 dB 的性能增益。此外，SR-PI-DCSK 系统在 $\beta=R=200$ 时的性能实际上反映了传统 PI-DCSK 系统的误码率性能。

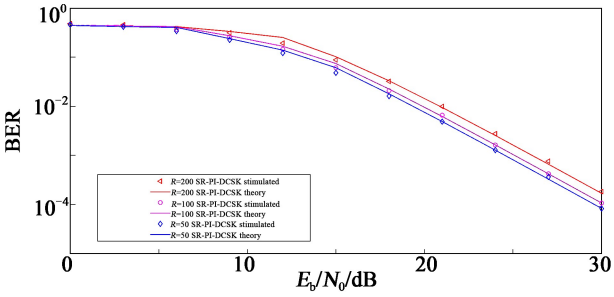


图 3 $M=4$，$\beta=200$ 和不同的 R 值，SR-PI-DCSK 理论和仿真的 BER 性能

对于 $M=4$ 或 8，$\beta=400$ 和 $R=200$ 的 SR-PI-DCSK 系统和 PI-DCSK 系统经过两径低时延瑞利衰落信道时的性能对比如图 4 所示。从图中可以看出，不论 M 等于 4 还是 8，SR-PI-DCSK 相对于 PI-DCSK 系统而言，不但不会使性能下降，反而具有一定量的性能增益。

为了说明多径信道对于 SR-PI-DCSK 系统性能的影响，对于 L 满足 $E(\alpha_l^2)=1/L$ 的等比例增益下，

对于不同路径数 L 的系统进行仿真。在遵循条件 $\tau_l \ll R$ 的同时随机选择路径延迟，以使 ISI 可以忽略不计。当 $M=4$，$\beta=200$，$R=100$ 时，如图 5 所示，可以看出，当信道的路径数增加时，系统的 BER 性能得到提升，并且信道的路径数 $L=6$ 与 $L=2$ 相比，系统具有大于两个数量级的性能增益。该图的结果表明，当信道的路径数量 L 增加时，SR-PI-DCSK 系统利用了多路环境提供的空间分集性来增强系统的误码率性能。

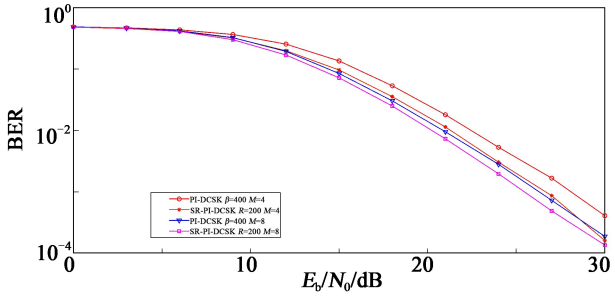


图 4　对于 $\beta=400$，$R=200$ 和不同 M，SR-PI-DCSK 和 PI-DCSK 的 BER 性能

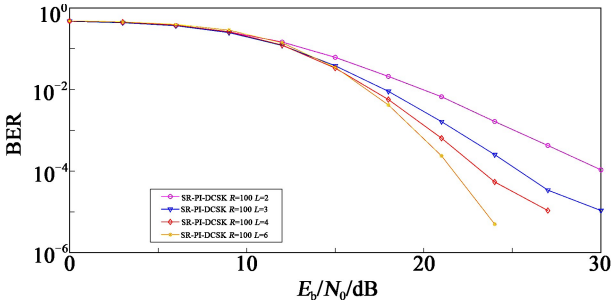


图 5　对于 $M=4$，$\beta=200$，$R=100$ 和不同信道路径数 L，SR-PI-DCSK 系统的 BER 性能

为进一步说明 SR-PI-DCSK 系统的优越性，分别在表 1、表 2 中对比了两个 M 进制系统的发射机和接收机的结构组成。从表中可以得到，SR-PI-DCSK 和 PI-DCSK 系统的结构组成一致，没有增加 PI-DCSK 系统的结构复杂度。虽然 SR-PI-DCSK 系统接收机使用的加法器数量多于 PI-DCSK 系统，但是 SR-PI-DCSK 系统能够有效提升 PI-DCSK 系统的误码性能和能量效率，因而这种代价是值得的。此外，由于 $R<\beta$，SR-PI-DCSK 系统的频谱效率显然高于 PI-DCSK 系统。

表 1　SR-PI-DCSK 和 PI-DCSK 发射机结构对比

发射机	SR-PI-DCSK	PI-DCSK
加法器	0	0
乘法器	1	1
频谱效率	$\log_2(M)/(R+PR)$	$\log_2(M)/(2\beta)$
附加模块	置换模块、开关	置换模块、开关

表 2　SR-PI-DCSK 和 PI-DCSK 接收机结构对比

接收机	SR-PI-DCSK	PI-DCSK
加法器	M	$M/2$
乘法器	$M/2$	$M/2$
附加模块	置换模块	置换模块

4　结论

针对 PI-DCSK 系统存在能量效率低的问题，提出了一种 M 进制的 SR-PI-DCSK 混沌调制通信系统。该系统利用短参考调制的特点，有效提升了系统的能量效率。并且在信息时隙引入一定的重复性降低 SR-PI-DCSK 系统的信息段噪声干扰，改善了系统的误码性能。通过仿真结果验证 BER 理论推导的正确性，与 PI-DCSK 系统相比，SR-PI-DCSK 系统有约至 2 dB 的性能增益。仿真结果均表明所提出的系统具有一定的性能优势，可作为一种混沌调制替代方案供短距离通信应用。

参考文献：

[1] Oppenheim A V, Wornell G W, Isabelle S H, et al. Signal processing in the context of chaotic signals[C]// IEEE Inter. Conf. on Acoustics, 1992: 117-120.

[2] Xia Y, Tse C K, Lau F C M. Performance of differential chaos-shift-keying digital communication systems over a multipath fading channel with delay spread[J]. IEEE Trans. Circuits and Syst. Ⅱ: Express Briefs, 2004, 51(12): 680-684.

[3] Yang H, Jiang G P. High-efficiency differential-chaos-shift-keying scheme for chaos-based noncoherent communication [J]. IEEE Trans. Circuits Syst. Ⅱ: Express Briefs, 2012, 59(5): 312-316.

[4] Kaddoum G, Soujeri E, Nijsure Y. Design of a short reference noncoherent chaos-based communication systems[J]. IEEE Trans. Commun., 2016, 64(2): 680-689.

[5] Basar E, Wen M, Mesleh R, et al. Index modulation techniques for next-generation wireless networks[J]. IEEE Access, 2017, 5: 16693-16746.

[6] Xu W K, Tan Y S, Lau F C M, et al. Design and optimization of differential chaos shift keying scheme with code index modulation[J]. IEEE Trans. on Commun., 2018, 66(5): 1970-1980.

[7] Chen H Y, Chen P P, Fang Y, et al. Parallel differential chaotic shift keying with code index modulation for wireless communication[J]. IEEE Trans. Commun., 2022, 70(8): 5113-5127.

[8] Lin Z, Xu W K, Sun H X, et al. A hybrid DCSK scheme combining cyclic shift keying and code index modulation[J]. IEEE Commun. Lett., 2023, 27(9): 2303-2307.

[9] Ma H, Fang Y, Chen P P, et al. A novel differential chaos shift keying scheme with multidimensional index modulation [J]. IEEE Trans. Wireless Commun., 2023, 22(1): 237-256.

[10] Herceg M, Kaddoum G, Vranjes D, et al. Permutation index DCSK modulation technique for secure multiuser high-data-rate communication systems[J]. IEEE Trans. Veh. Technol., 2018, 67(4): 2997-3011.

[11] Chen H P, Chen P P, Wang S H, et al. Reference-modulated PI-DCSK: A new efficient chaotic permutation index modulation scheme[J]. IEEE Trans. Veh. Technol., 2022, 71(9): 9663-9673.

[12] Lau F C M, Cheong K Y, Tse C K. Permutation-based DCSK and multiple-access DCSK systems [J]. Trans. Circuits Syst. Ⅰ: Fundam. Theory Appl., 2003, 50(6): 733-742.

[13] Kaddoum G, Richardson F D, Gagnon F. Design and analysis of a multi-carrier differential chaos shift keying communication system[J]. IEEE Trans. Commun., 2013, 61(8): 3281-3291.

[14] Liu S J, Chen P P, Chen G R. Differential permutation index DCSK modulation for chaotic communication system [J]. IEEE Commun. Lett., 2021, 25(6): 2029-2033.

[15] Tuleau M C, Rouis A, Grammont F, et al. Multiple tests based on a gaussian approximation of the unitary events method with delayed coincidence count[J]. Neural Comput., 2014, 26(7): 1408-1454.

[16] Kaddoum G, Nijsure Y, Tran H. Generalized code index modulation technique for high-data-rate communication systems[J]. IEEE Trans. Veh. Technol., 2016, 65(9): 7000-7009.

[17] Proakis J G. Digital Communications Systems[M]. USA: McGraw-Hill, 2001.

[18] Papoulis A. Probability, Random Variables, and Stochastic Processes[M]. USA: McGraw-Hill, 1991.

作者简介：

柳粟杰(1996—)，男，福建省宁德市人，硕士，助教，主要研究方向为混沌调制及其在无线通信中的应用；

谢肇鹏(1995—)，男，福建省泉州市人，博士，讲师，硕士生导师，主要研究方向为通信系统中的极化码编译码技术及混沌通信。