光电技术及应用

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2024021702

功能梯度压电半导体拉-弯梁的屈曲分析

许家豪，韩超凡，张巧云*

（郑州大学 力学与安全工程学院，郑州 450001）

摘 要： 基于三维压电半导体理论和一阶剪切变形理论，考虑材料拉伸、弯曲和剪切耦合变形，建立了功能梯度压电半导体拉-弯梁在轴向压力作用下的屈曲模型。借助有限元分析软件COMSOL对压电半导体拉-弯梁进行稳定性分析，得到了功能梯度压电半导体简支梁的前三阶屈曲临界载荷及各机电场的分布规律。通过数值算例，讨论了梁长高比、初始电子浓度和功能梯度参数等对压电半导体拉-弯梁屈曲临界载荷的影响。

关键词： 压电半导体；功能梯度；拉-弯梁；屈曲；临界载荷

中图分类号： TN304.9 **文章编号：** 1001－5868(2024)04－0635－06

Buckling Analysis of A Functionally Graded Piezoelectric Semiconductor Extension-Flexure Beam

XU Jiahao, HAN Chaofan, ZHANG Qiaoyun

(School of Mechanics and Safety Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, CHN)

Abstract: Based on the three-dimensional piezoelectric-semiconductor (PSC) and first-order shear-deformation theories, and considering the coupling extension, flexure, and shear deformations, a buckling model for a one-dimensional functionally graded PSC extension-flexure beam was established. The stability of a functionally graded PSC extension-flexure beam under an axial load was analyzed via the finite element analysis software COMSOL, and the first three critical buckling loads and distributions of the electromechanical field for a simply supported beam were obtained. The influences of the beam length-height ratio, initial electron concentration, and functionally graded parameters on the critical buckling loads are discussed based on some numerical examples.

Key words: piezoelectric semiconductor; functionally gradient; extension-flexure beam; buckling; critical loads

0 引言

压电半导体具有优越的材料性能，作为多功能的智能材料已经被广泛应用于光电子、电力电子和微波射频等领域[1-3]，在手机电池快充、新能源车、轨道交通、5G基站、航空航天等领域[4-6]也备受关注。

在半导体器件工程中，梁、杆、轴等一维压电半导体结构常作为核心部件应用于各种电子器件的传感和换能过程中，近年来吸引了许多学者进行研究。如压电半导体纤维的静态拉伸[7]、瞬态拉伸振动[8]、磁致拉伸[9]、温差致拉伸变形和载流子重新分布[10]、静态弯曲[11]、瞬态弯曲振动[12]、磁致复合梁电子的重新分布[13]等问题。另一方面，压电半导体纤维受压缩载荷作用的情况在许多电子器件中都非常常见[14-17]，研究一维压电半导体的屈曲和失稳对

收稿日期：2024－02－17.

基金项目：国家自然科学基金项目(11702251)；河南省博士后科研基金项目(202003091)；河南省高等学校重点科研项目(22A130008).

* **通信作者：**张巧云

于器件设计和开发至关重要。Riaz 等[18]采用纳米压痕技术定量研究了垂直排列 ZnO 纳米棒和由同一纳米棒蚀刻的 ZnO 纳米管的屈曲和弹性稳定性，观察了 ZnO 纳米棒和纳米管的临界载荷、弹性模量和柔韧性，对这两种纳米结构的性能进行了比较。Yan 等[19]利用 Euler-Bernoulli 理论，研究了表面效应(包括残余表面应力、表面弹性和表面压电)对压电纳米梁振动和屈曲行为的影响，结果表明残余表面应力和表面压电性对谐振频率和屈曲临界电势的影响比表面弹性更为显著。Lee 等[20]发现在垂直压应变相同的情况下，p 型聚三己基噻吩(P3HT)涂层 ZnO 纳米纤维的压电输出性能比原始 ZnO 纳米纤维提高了数倍，p 型 P3HT 聚合物上的空穴显著降低了 ZnO 中自由电子引起的压电电位屏蔽效应。Wang 等[21]运用分子动力学模拟了两种考虑表面效应的理论模型，系统研究了 ZnO 纳米纤维在单轴载荷作用下的破坏模式。结果表明，在单轴压缩下，压电半导体纳米纤维会触发两种不同的相变和屈曲破坏模式，其中两种模式之间的转换与纳米纤维的长细比有关，主要是由于相变临界应力与屈曲临界应力之间的竞争。Liang 等[22]基于压电半导体线性化假设，建立了考虑变形、极化和电子耦合的压电半导体纤维一维静态屈曲模型。Yang 等[23]进一步研究了压电半导体纳米纤维存在一定初始几何缺陷的情况，将其作为初始挠度，建立了简支纳米纤维受压缩载荷作用下的屈曲模型。结果表明几何缺陷会引起纳米纤维的弯曲和压缩耦合，给出了前三阶屈曲临界载荷和机电场分布情况。

目前关于压电半导体纤维受压缩载荷作用和屈曲问题研究大多以载流子浓度小扰动假设为基础，即将电流密度本构方程线性化处理。然而，压电半导体器件在实际工作中，当外加载荷足够大和初始电子浓度较大时，线性化假设计算得到的结果将不再可靠。基于以上背景，本文建立了一维功能梯度压电半导体拉-弯梁的屈曲模型，通过 COMSOL 模拟得到了压电半导体拉-弯梁的屈曲临界载荷和机电场分布，分析了功能梯度参数和初始电子浓度对压电半导体拉-弯梁屈曲临界载荷的影响。

1　功能梯度压电半导体拉-弯梁屈曲模型

如图 1 所示，考虑一个横截面为矩形的功能梯度 n 型压电半导体梁，c 轴沿着 z 方向，梁的长、宽、高度分别 $2L$，b，h。

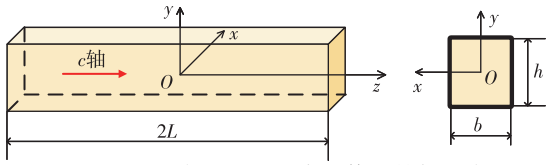


图 1　功能梯度 n 型压电半导体梁结构示意图

假设其物性参数是坐标 y 的函数，即材料参数沿厚度方向按同一函数规律变化可以表示为：

$$c_{ij}=c_{ij}^{0}F(y),e_{ij}=e_{ij}^{0}F(y),\kappa_{ij}=\kappa_{ij}^{0}F(y),$$
$$\mu_{ij}=\mu_{ij}^{0}F(y),d_{ij}=d_{ij}^{0}F(y) \tag{1}$$

式中，$F(y)$ 为梯度函数，c_{ij}，e_{ij}，κ_{ij}，μ_{ij}，d_{ij} 分别为弹性、压电、介电系数、电子迁移率、电子扩散系数。材料参数上标“0”表示相应的材料参数在 $F(y)=1$ 时的值。

若仅考虑纤维在 yOz 平面的变形，采用一阶剪切梁理论，压电半导体梁在任意一点处的位移、电势、电子浓度变化可以近似表示为：

$$u_y=v(z),$$
$$u_z=w(z)+y\psi(z),$$
$$\phi=\phi^{(0)}(z)+y\phi^{(1)}(z),$$
$$\Delta n=\Delta n^{(0)}(z)+y\Delta n^{(1)}(z) \tag{2}$$

式中，v 表示挠度，w 表示拉伸位移，ψ 表示由弯曲引起的转角，$\phi^{(0)}$ 和 $\Delta n^{(0)}$ 表示和拉伸有关的量，$\phi^{(1)}$ 和 $\Delta n^{(1)}$ 表示与弯曲有关的量。对应的应变、电场和电子浓度梯度可以表示为：

$$\varepsilon_z=u_{z,z}=w_{,z}+y\psi_{,z},$$
$$\gamma_{zy}=u_{y,z}+u_{z,y}=v_{,z}+\psi,$$
$$E_z=-\phi_{,z}=-\phi_{,z}^{(0)}-y\phi_{,z}^{(1)},$$
$$E_y=-\phi_{,y}=-\phi^{(1)},$$
$$N_z=\Delta n_{,z}=\Delta n_{,z}^{(0)}+y\Delta n_{,z}^{(1)},$$
$$N_y=\Delta n_{,y}=\Delta n^{(1)} \tag{3}$$

式中，N_y 和 N_z 为电子浓度变化的梯度。对于 yOz 平面内的压电半导体梁弯曲问题，除主要应力分量 σ_z 和 τ_{yz} 外，其他应力分量可以忽略。其本构方程为：

$$\sigma_z=\bar{c}_{33}(w_{,z}+y\psi_{,z})+\bar{e}_{33}(\phi_{,z}^{(0)}+y\phi_{,z}^{(1)}),$$
$$\tau_{yz}=c_{44}(v_{,z}+\psi)+e_{15}\phi^{(1)},$$
$$D_y=e_{15}(v_{,z}+\psi)-\kappa_{11}\phi^{(1)},$$
$$D_z=\bar{e}_{33}(w_{,z}+y\psi_{,z})-\bar{\kappa}_{33}(\phi_{,z}^{(0)}+y\phi_{,z}^{(1)}),$$
$$J_y=-q\mu_{11}(n_0+\Delta n^{(0)}+y\Delta n^{(1)})\phi^{(1)}+qd_{11}\Delta n^{(1)},$$
$$J_z=-q\mu_{33}(n_0+\Delta n^{(0)}+y\Delta n^{(1)})(\phi_{,z}^{(0)}+y\phi_{,z}^{(1)})+$$

$$qd_{33}(\Delta n_{,z}^{(0)}+y\Delta n_{,z}^{(1)}) \tag{4}$$

其中：

$$\bar{c}_{33}=c_{33}-\frac{2c_{13}^2}{c_{11}+c_{12}},$$

$$\bar{e}_{33}=e_{33}-\frac{2c_{13}e_{13}}{c_{11}+c_{12}},$$

$$\bar{\kappa}_{33}=\kappa_{33}+\frac{2e_{13}^2}{c_{11}+c_{12}} \tag{5}$$

假设梯度函数为：

$$F(y)=\mathrm{e}^{a\frac{y}{h}} \tag{6}$$

再将本构方程(4)沿厚度方向积分，可得功能梯度压电半导体梁的轴力、剪力、弯矩以及电位移和电流密度的零阶和一阶矩：

$$N=\int_A\sigma_z\mathrm{d}A=A_0(\bar{c}_{33}^0w_{,z}+\bar{e}_{33}^0\phi_{,z}^{(0)}),$$

$$Q=\int_A\tau_{yz}\mathrm{d}A=A_0[c_{44}^0(v_{,z}+\psi)+e_{15}^0\phi^{(1)}],$$

$$M=\int_A y\sigma_z\mathrm{d}A=I_0(\bar{c}_{33}^0\psi_{,z}+\bar{e}_{33}^0\phi_{,z}^{(1)}),$$

$$D_y^{(0)}=\int_A D_y\mathrm{d}A=A_0[e_{15}^0(v_{,z}+\psi)-\kappa_{11}^0\phi^{(1)}],$$

$$D_z^{(0)}=\int_A D_z\mathrm{d}A=A_0[\bar{e}_{33}^0w_{,z}-\bar{\kappa}_{33}^0\phi_{,z}^{(1)}],$$

$$D_z^{(1)}=\int_A yD_z\mathrm{d}A=I_0[\bar{e}_{33}^0\psi_{,z}-\bar{\kappa}_{33}^0\phi_{,z}^{(1)}],$$

$$J_y^{(0)}=\int_A J_y\mathrm{d}A=A_0q[-\mu_{11}(n_0+\Delta n^{(0)})\phi^{(1)}+d_{11}\Delta n^{(1)}],$$

$$J_z^{(0)}=\int_A J_z\mathrm{d}A=\{A_0q[-\mu_{33}(n_0+\Delta n^{(0)})\phi_{,z}^{(0)}+d_{33}\Delta n_{,z}^{(0)}]-I_0\mu_{33}\Delta n^{(1)}\phi_{,z}^{(1)}\},$$

$$J_z^{(1)}=\int_A yJ_z\mathrm{d}A=A_0q[-\mu_{33}(n_0+\Delta n^{(0)})\cdot\phi_{,z}^{(1)}-\mu_{33}\Delta n^{(1)}\phi_{,z}^{(0)}+d_{33}\Delta n_{,z}^{(1)}] \tag{7}$$

对于功能梯度压电半导体，若仅在 z 方向受轴向压力 P_z 作用，则压电半导体梁的控制方程可表示为：

$$N_{,z}=0,$$

$$D_{z,z}^{(0)}=-qA\Delta n^{(0)},$$

$$J_{z,z}^{(0)}=0,$$

$$Q_{,z}-P_zv_{,zz}=0,$$

$$M_{,z}-Q=0,$$

$$D_{z,z}^{(1)}-D_y^{(0)}=-qI\Delta n^{(1)},$$

$$J_{z,z}^{(1)}-J_y^{(0)}=0 \tag{8}$$

将式(7)代入式(8)，可得压电半导体梁屈曲问题的控制方程：

$$A_0(\bar{c}_{33}^0w_{,zz}+\bar{e}_{33}^0\phi_{,zz}^{(0)})=0,$$

$$A_0(\bar{e}_{33}^0w_{,zz}-\bar{\kappa}_{33}^0\phi_{,zz}^{(0)})=-qA\Delta n^{(0)}-A_0\mu_{33}(n_0+\Delta n^{(0)})\phi_{,zz}^{(0)}-A_0\mu_{33}\Delta n_{,z}^{(0)}\phi_{,z}^{(0)}-\mu_{33}\Delta n^{(1)}\phi_{,zz}^{(1)}I_0-\mu_{33}\Delta n_{,z}^{(1)}\phi_{,z}^{(1)}I_0+d_{33}A_0\Delta n_{,zz}^{(0)}=0,$$

$$A_0[c_{44}^0(v_{,zz}+\psi_{,z})+e_{15}^0\phi_{,z}^{(1)}]-P_zv_{,zz}=0,$$

$$I_0(\bar{c}_{33}^0\psi_{,zz}+\bar{e}_{33}^0\phi_{,zz}^{(1)})-A_0[c_{44}^0(v_{,z}+\psi)+e_{15}^0\phi^{(1)}]=0,$$

$$I_0[\bar{e}_{33}^0\psi_{,zz}-\bar{\kappa}_{33}^0\phi_{,zz}^{(1)}]-A_0[e_{15}^0(v_{,z}+\psi)-\kappa_{11}^0\phi^{(1)}]=-qI\Delta n^{(1)},$$

$$I_0[-\mu_{33}(n_0+\Delta n^{(0)})\phi_{,zz}^{(1)}-\mu_{33}\Delta n_{,z}^{(0)}\phi_{,z}^{(1)}-\mu_{33}\Delta n^{(1)}\phi_{,zz}^{(0)}-\mu_{33}\Delta n_{,z}^{(1)}\phi_{,z}^{(0)}+d_{33}\Delta n_{,zz}^{(1)}]-A_0[-\mu_{11}(n_0+\Delta n^{(0)})\phi^{(1)}+d_{11}\Delta n^{(1)}]=0 \tag{9}$$

2 压电半导体屈曲模型的有限元分析

利用有限元分析软件 COMSOL 研究压电半导体屈曲问题。首先，在 COMSOL 的“一般形式偏微分方程”物理场建立一个一维压电半导体梁的屈曲模型；然后，选择拉格朗日函数作为有限元分析中的形函数，在半导体物理场中划分 300 个二阶单元对梁进行离散；最后，在梁两端施加边界条件求解整个物理场在稳态研究中添加“参数化扫描”，设置轴向压力 P_z 为扫描参数，进而求出屈曲临界载荷 P_{zcr} 以及相应的屈曲状态下的机电场分布。

数值计算时，选择 GaN 作为要研究的压电半导体材料，其材料参数见表 1。

表 1 GaN 的材料常数

参数		数值
弹性系数/GPa	c_{11}	298.4
	c_{12}	121.0
	c_{13}	142.5
	c_{33}	289.2
	c_{44}	23.1
压电系数/(C·m^{-2})	e_{13}	−0.52
	e_{15}	−0.31
	e_{33}	0.61
介电系数/(C·V^{-1}·m^{-1})	κ_{11}	8.41×10^{-11}
	κ_{33}	9.12×10^{-11}
电子迁移率/(m^2·V^{-1}·s^{-1})	μ_{11}	6.53×10^{-2}
	μ_{33}	9.82×10^{-2}
电子扩散系数/(m^2·s^{-1})	d_{11}	1.70×10^{-3}
	d_{33}	2.55×10^{-3}

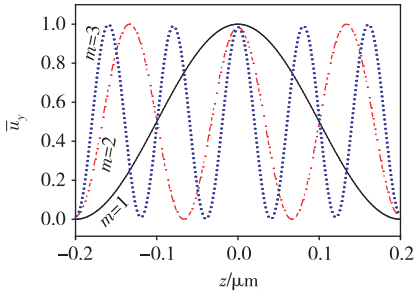
3　数值结果与讨论

作为算例，选取常见的两端简支模型，并在梁中施加一个微小的载荷作为初始扰动载荷。设定梁的长度与高度之比为 $L/h=20$，截面尺寸 $b=h$，初始载流子浓度 $n_0=10^{19}\ \mathrm{m}^{-3}$，并考虑均匀的压电半导体材料，即将功能梯度参数 α 取为零，对压电半导体简支梁进行屈曲分析。

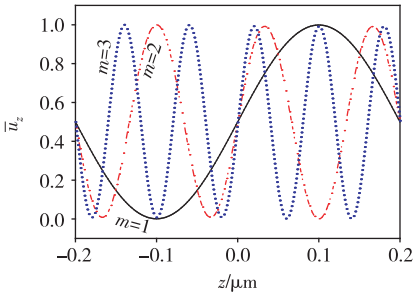
以 m 来表示压电半导体简支梁对应的第 m 阶屈曲临界载荷，并对每一阶的屈曲临界载荷下的广义位移 U_m（包含位移、电势和电子浓度）进行归一化处理，即：

$$\overline{U}_m=\frac{U_m-\min(U_m)}{\max(U_m)-\min(U_m)} \tag{10}$$

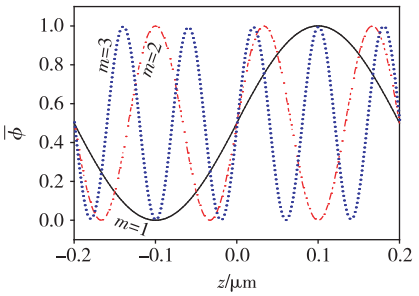
对于压电半导体简支梁，前三阶的屈曲临界载荷分别为 0.59，3.63，6.11 μN。各阶屈曲临界载荷对应的广义位移见图 2。可以看出，各广义位移都呈现类似弦波的形式，在高阶的屈曲临界载荷作用下电子浓度变化呈现更多区域的集中分布情况，并表现出峰值大小不对称性。



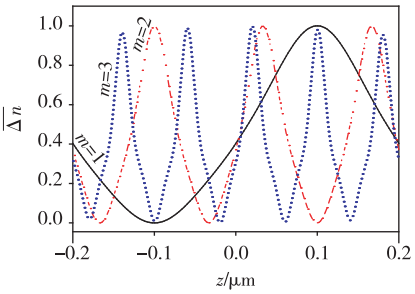
（a）归一化挠度 u_y



（b）轴向位移 u_z



（c）电势 ϕ



（d）电子浓度变化 Δn

图 2　m 阶临界屈曲载荷下的四种参数沿梁轴向的分布情况

令截面尺寸 $b=h=0.02$ μm，通过改变长度 L 来研究长高比 L/h 对压电半导体的一阶屈曲临界载荷的影响。从图 3 可以看出，随着长高比的增大，临界屈曲载荷会减小，但这种减小的速度会逐渐减缓，而初始电子浓度变化对临界屈曲载荷没有明显的影响。

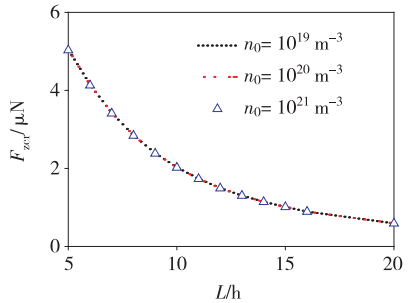


图 3　一阶屈曲临界载荷在不同初始电子浓度下随长高比 L/h 的变化

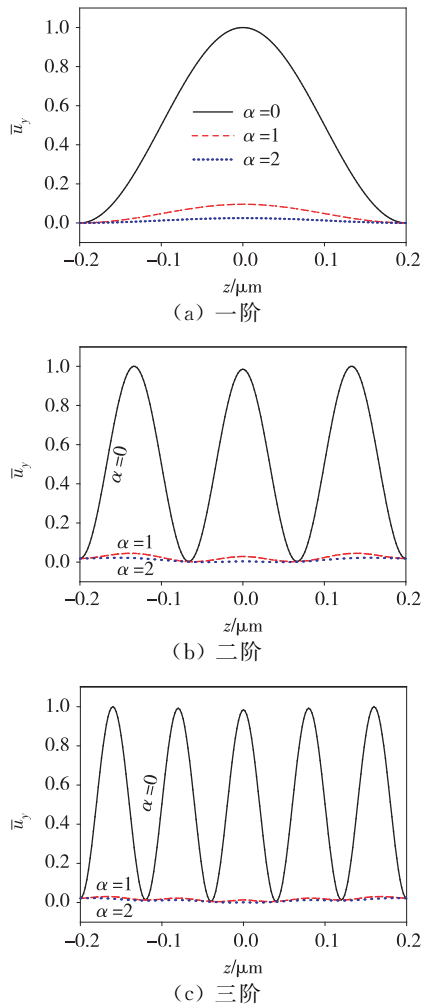
对于不同梯度指数 α 的功能梯度压电半导体简支梁，其相应的前三阶屈曲临界载荷如表 2 所示。可以看出，随着 α 增大，各阶屈曲临界载荷值也会相应增大。这表明当功能梯度材料具有更大的梯度参数时，可以承载更大的压力，具有更好的抗压能力。

表 2　不同梯度指数的临界屈曲载荷（单位：μm）

阶数	$\alpha=0$	$\alpha=1$	$\alpha=2$
$m=1$	0.59	0.64	0.78
$m=2$	3.63	3.86	4.59
$m=3$	6.11	7.84	8.49

设定梁的长高比为 $L/h=20$，截面尺寸 $b=h$，初始载流子浓度 $n_0=10^{19}\ \mathrm{m}^{-3}$，图 4 给出了各阶屈曲临界载荷作用下压电半导体简支梁的归一化挠度分布。由图可知，两端简支的均质压电半导体梁在各阶屈曲临界载荷作用下，挠度整体呈对称分布，更高阶载荷的挠度图像会有更多的波峰数。通过改变材料的梯度指数，在各阶屈曲临界载荷作用下，功能梯度压电半导体梁对应的挠度非常小，在更高阶屈

曲临界载荷作用下，较大的梯度指数对应的挠度更小，即具有更好的稳定性。因此，可以设计具有更大梯度指数的压电半导体结构，避免器件在较大的压缩载荷作用下发生屈曲现象。



(a) 一阶

(b) 二阶

(c) 三阶

图 4 两端简支的不同梯度指数压电半导体梁在各阶屈曲临界载荷作用下挠度的分布

4 结论

本文基于电流非线性本构，对一维功能梯度压电半导体简支梁的屈曲问题进行了研究，通过COMSOL模拟，得到了屈曲载荷临界以及屈曲临界载荷作用下的机电场分布，讨论了长高比、初始电子浓度和梯度指数等对屈曲临界载荷的影响。得到了以下主要结论：

(1)屈曲临界载荷作用下广义位移沿轴向呈类似弦波的分布，在高阶的屈曲临界载荷作用下，梁内会出现更多的电子浓度聚集的区域。

(2)长高比对于压电半导体的屈曲临界载荷有明显的影响，随着长高比的增加，屈曲临界载荷会减小，而初始电子浓度对屈曲临界载荷几乎没有影响。

(3)屈曲临界载荷会随着功能梯度指数的增大而增大，通过调控梯度指数可以有效避免材料在压缩载荷作用下的屈曲。

参考文献：

[1] Han B M, Choi N S, Lee J Y. New bidirectional intelligent semiconductor transformer for smart grid application [J]. IEEE Trans. Power Electron., 2014, 29(8): 4058-4066.

[2] Mori T, Nishimura K, Nakano H, et al. Video-on-demand system using optical mass storage system[J]. Jpn. J. Appl. Phys., 1993, 32(11): 5433-5438.

[3] Usychenko V G, Sasunkevich A A, Sorokin L N. Model describing microwave semiconductor device burnout under the action of a periodic sequence of electric pulses [J]. J. Commun. Technol. Electron., 2016, 61(5): 532-540.

[4] Korona K P, Drabinska A, Trajnerowicz A, et al. Tuning of spectral sensitivity of AlGaN/GaN UV detector [J]. Acta Phys. Pol. A, 2003, 103(6): 675-681.

[5] 李嘉席. GaAs材料及GaAs器件性能对卫星通信小型站接收系统的影响[D]. 天津：河北工业大学，2002.
Li Jiaxi. The effects of GaAs materials and GaAs devices performance on the small receiving systems of satellite communication station [D]. Tianjin: Hebei University of Technology, 2002.

[6] Zhang B Y, Wang S. A survey of EMI research in power electronics systems with wide-bandgap semiconductor devices [J]. IEEE J. Emerging Sel. Top. Power Electron., 2020, 8(1): 626-643.

[7] Zhang C L, Wang X Y, Chen W Q, et al. An analysis of the extension of a ZnO piezoelectric semiconductor nanofiber under an axial force [J]. Smart Mater. Struct., 2017, 26(2): 025030.

[8] Yang W L, Hu Y T, Yang J S. Transient extensional vibration in a ZnO piezoelectric semiconductor nanofiber under a suddenly applied end force[J]. Mater. Res. Express, 2019, 6(2): 025902.

[9] Cheng R R, Zhang C L, Chen W Q, et al. Piezotronic effects in the extension of a composite fiber of piezoelectric dielectrics and nonpiezoelectric semiconductors [J]. J. Appl. Phys., 2018, 124(6): 064506.

[10] Cheng R R, Zhang C L, Yang J S. Thermally induced carrier distribution in a piezoelectric semiconductor fiber [J]. J. Electron. Mater., 2019, 48(8): 4939-4946.

[11] Gao Y F, Wang Z L. Equilibrium potential of free charge carriers in a bent piezoelectric semiconductive nanowire[J]. Nano Lett., 2009, 9(3): 1103-1110.

[12] Liang Y X, Yang W L, Yang J S. Transient bending vibration of a piezoelectric semiconductor nanofiber under a

harmonic shear force[J]. Acta Mech. Solida Sin., 2019, 32(6): 688-697.

[13] Wang G L, Nie G Q, Liu X L, et al. Magnetically induced redistribution of mobile charges in bending of composite beams with piezoelectric semiconductor and piezomagnetic layers[J]. Arch. Appl. Mech., 2021, 91(7): 2949-2956.

[14] Wang Z L, Wu W Z. Piezotronics and piezo-phototronics: fundamentals and applications[J]. Natl. Sci. Rev., 2014, 1(1): 62-90.

[15] Wang C H, Liao W S, Lin Z H, et al. Optimization of the output efficiency of GaN nanowire piezoelectric nanogenerators by tuning the free carrier concentration[J]. Adv. Energy Mater., 2014, 4(16): 1400392.

[16] Chowdhury A R, Jaksik J, Hussain I, et al. Multicomponent nanostructured materials and interfaces for efficient piezoelectricity[J]. Nano-Struct. Nano-Objects, 2019, 17: 148-184.

[17] Tao R, Ardila G, Montes L, et al. Modeling of semiconducting piezoelectric nanowires for mechanical energy harvesting and mechanical sensing[J]. Nano Energy, 2015, 14: 62-76.

[18] Riaz M, Fulati A, Amin G, et al. Buckling and elastic stability of vertical ZnO nanotubes and nanorods[J]. J. Appl. Phys., 2009, 106(3): 034309.

[19] Yan Z, Jiang L Y. The vibrational and buckling behaviors of piezoelectric nanobeams with surface effects[J]. Nanotechnology, 2011, 22(24): 245703.

[20] Lee K Y, Bae J, Kim S, et al. Depletion width engineering via surface modification for high performance semiconducting piezoelectric nanogenerators[J]. Nano Energy, 2014, 8: 165-173.

[21] Wang Z W, Hu Q B, Zhao J H, et al. Failure mode transformation of ZnO nanowires under uniaxial compression: from phase transition to buckling[J]. Nanotechnology, 2019, 30(37): 375702.

[22] Liang C, Zhang C L, Chen W Q, et al. Static buckling of piezoelectric semiconductor fibers[J]. Mater. Res. Express, 2020, 6(12): 125919.

[23] Yang W L, Yang J S. Coupled compression and bending of piezoelectric semiconductor fibers with imperfection[J]. J. Appl. Math. Mech., 2020, 100(10): e201900324.

作者简介：

许家豪(1998—)，男，四川省遂宁市人，硕士研究生，主要研究领域为压电半导体的多场耦合性能；

张巧云(1986—)，女，河南省开封市人，副教授，硕士研究生导师，主要研究方向为压电半导体、压电等多场材料性能分析的解析与数值方法。