光电技术及应用

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2024030102

基于冗余第二代小波变换的光纤陀螺实时降噪算法研究

徐俊健[1,2,3]，任嘉楠[1,2,3]，吕　峥[1,2,3]，辛璟焘[1,2,3]*，祝连庆[1,2,3]

（1. 北京信息科技大学 光电测试技术及仪器教育部重点实验室，北京 100192；
2. 北京信息科技大学 光纤传感与系统北京实验室，北京 100016；
3. 广州南沙光子感知技术研究院，广州 511462）

摘　要： 提出了一种基于冗余第二代小波变换的光纤陀螺实时降噪算法，该算法直接利用插值补零后的预测器和更新器对信号进行分解和重构，确保逼近信号和细节信号的长度与原始信号相同，避免重构后信号失真。模拟信号和光纤陀螺输出信号的仿真实验结果表明，该算法能够较好地保留信号的时域特征，保证信号的完整性和准确性，不受降噪过程的影响，同时量化噪声降低了约 50.23%，角度随机游走降低了约 19.14%，零偏不稳定性降低了约 53.02%，为光纤陀螺信号处理提供了一种有效的方法。

关键词： 冗余二代小波；光纤陀螺；实时降噪；预测器；更新器

中图分类号： O436　**文章编号：** 1001－5868(2024)04－0670－06

Research on Real-Time Denoising Algorithm for Fiber Optic Gyroscope Based on Redundant Second-Generation Wavelet Transform

XU Junjian[1,2,3], REN Jianan[1,2,3], Lü Zheng[1,2,3], XIN Jingtao[1,2,3], ZHU Lianqing[1,2,3]

(1. Key Lab. of the Ministry of Education for Optoelectronic Measurement Technol. and Instrument, Beijing Information Science & Technol. University, Beijing 100192, CHN; 2. Beijing Lab. of Optical Fiber Sensing and System, Beijing Information Science & Technol. University, Beijing 100016, CHN; 3. Guangzhou Nansha Intell. Photon. Sens. Research Institute, Guangzhou 511462, CHN)

Abstract: This paper proposes a real-time denoising algorithm for fiber optic gyroscopes based on redundant second-generation wavelet transforms. The algorithm directly utilizes predictors and updaters with zero-padding interpolation to decompose and reconstruct signals. This approach ensures that the lengths of the approximation and detail signals are the same as that of the original signal, thus preventing signal distortion after reconstruction. The results of experiments on both simulated and actual output signals from fiber optic gyroscopes demonstrated that the algorithm effectively preserved the temporal characteristics of the signals, ensuring that their integrity and accuracy were not compromised by the denoising process. Moreover, it decreased the quantization noise by approximately 50.23%, decreased angular random walking by approximately 19.14%, and mitigated bias instability by approximately 53.02%. Thus, it provides an effective method for signal processing in fiber optic gyroscopes.

Key words: redundant second generation wavelet; fiber optic gyroscope; real-time denoising; predictor; updater

收稿日期：2024－03－01.

*通信作者：辛璟焘

0 引言

光纤陀螺是一种基于 Sagnac 效应测量旋转物体角速度的全固态惯性仪器，具有成本低、体积小、理论灵敏度高、使用寿命长、动态范围大、启动时间短等优点[1]，已广泛应用于航天姿态控制、陆地导航、资源勘探和采矿等国防工业和民用领域[2]。然而，光纤陀螺容易受到光电元件特性、温度和电磁环境等因素的影响，导致其输出存在漂移[3]，进而影响导航的精准度。目前，抑制光纤陀螺随机漂移的方法[4]主要有优化光纤陀螺的硬件和结构，以及用算法补偿或滤波陀螺输出信号[5]，后者通用性强、适用范围广。因此，光纤陀螺信号处理成为抑制其随机漂移的重要研究方向。

小波降噪具有广泛的函数适应性和最优的自适应降噪能力[6]，是光纤陀螺信号处理的一种常用降噪方法。相较于传统小波变换，第二代小波变换[7]不依赖于傅里叶变换，利用提升算法在时域中完成对双正交小波的构造，具备算法结构简单、解算速度快、内存占用较少等优势。根据多分辨率分析理论[8]，分解层数越高，去噪效果越明显。然而，在光纤陀螺实时降噪处理过程中，由于滑动数据窗[9]的存在，实时数据长度有限，第二代小波变换需要对信号进行剖分运算，而随着分解层数的增加，逼近信号所包含的信息逐渐减少，会造成重构后信号失真。

为了抑制光纤陀螺随机漂移，保证信号的完整性和准确性，提高降噪效果和系统的稳定性，本文提出了一种基于冗余第二代小波变换[10]的光纤陀螺实时降噪算法，该算法不进行剖分运算，利用冗余预测器和冗余更新器对信号进行分解与重构，确保逼近信号和细节信号的长度与原始信号相同，有效去除信号中噪声的同时，较好地保留信号的时域特征信息。

1 冗余第二代小波变换基本原理

首先，根据信号的特点选择合适的预测器和更新器。然后，在每次分解信号前对预测器和更新器进行插值补零运算，以获得每层小波分解的冗余预测器和冗余更新器[11]。最后，直接利用新的冗余预测器和冗余更新器对信号进行分解与重构。

1.1 冗余预测器和冗余更新器的设计

冗余预测器 P 和冗余更新器 U 是冗余二代小波构造的重要组成部分。通过对预测器和更新器的系数[12]进行插值补零运算，得到每层小波分解相应的冗余预测器和冗余更新器的系数，具体设计如下：

假设初始预测器和更新器的系数分别为 p_m 和 u_n，其中，$m=1,2,\cdots,M$，$n=1,2,\cdots,N$。第 l 层冗余预测器系数的插值补零过程如下：

$$p_j^l=\begin{cases}p_m & j=2^l m\\ 0 & j\neq 2^l m\end{cases} \tag{1}$$

第 l 层冗余更新器系数的插值补零过程与冗余预测器类似，具体如下：

$$u_k^l=\begin{cases}u_n & k=2^l n\\ 0 & k\neq 2^l n\end{cases} \tag{2}$$

第 $l+1$ 层冗余预测器和冗余更新器可通过对第 l 层冗余预测器和冗余更新器进行隔点补零插值得到。

1.2 冗余第二代小波分解与重构

冗余第二代小波变换去掉了第二代小波变换中的剖分运算过程，利用冗余预测器 P 和冗余更新器 U 直接对信号进行预测和更新，因此信号长度保持不变。

设原始信号为 $s(i)$，$i\in z$，冗余二代小波分解过程如下：

(1)预测。将信号中的每个样本通过冗余预测器 P 用相邻的 2^lM 个样本进行预测，将预测误差 $d_{l+1}(i)$ 定义为细节信号。

$$d_{l+1}(i)=s_l(i)-\sum_j p_j^l s_l(i+j) \tag{3}$$

(2)更新。将信号中每个样本通过冗余更新器 U 用 2^lN 个细节信号进行更新，将更新后得到的信号 $s_{l+1}(i)$ 定义为逼近信号。

$$s_{l+1}(i)=s_l(i)+\sum_k u_k^l d_{l+1}(i+k) \tag{4}$$

每次小波分解后得到的逼近信号和细节信号的长度与原始信号长度相同，冗余二代小波分解过程如图 1 所示。

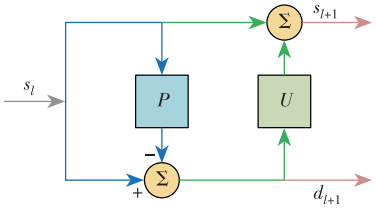


图 1 冗余二代小波分解过程

冗余二代小波重构的表达式可以从式(3)和式(4)经过代数变换导出，其重构过程如下：

(1)恢复更新。由逼近信号 $s_{l+1}(i)$ 和细节信号

$d_{l+1}(i)$恢复样本序列 $s_l^u(i)$。

$$s_l^u(i)=s_{l+1}(i)-\sum_k u_k^l d_{l+1}(i+k) \tag{5}$$

(2)恢复预测。由逼近信号 $s_{l+1}(i)$和细节信号 $d_{l+1}(i)$恢复样本序列 $s_l^p(i)$。

$$s_l^p(i)=d_{l+1}+\sum_j p_j^l s_l(i+j) \tag{6}$$

将恢复更新后的样本序列 $s_l^u(i)$和恢复预测后的样本序列 $s_l^p(i)$取均值，其结果作为重构信号 $s_l(i)$，即：

$$s_l(i)=\frac{1}{2}[s_l^u(i)+s_l^p(i)] \tag{7}$$

冗余二代小波重构过程如图 2 所示。

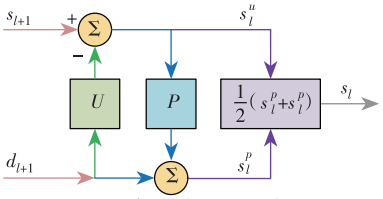


图 2　冗余二代小波重构过程

1.3　降噪阈值的选取

在小波变换过程中，信号和噪声表现出不同的分解特性，信号对应的细节信号包含了信号的重要信息，其幅值较大但数目较少；而噪声对应的细节信号则呈一致分布，个数较多但幅值较小。先利用阈值对所分解的细节信号进行处理，再对处理后的信号进行小波重构，可以有效地实现对信号的降噪，具体过程如下：

(1)确定小波分解层数，对信号进行分解运算；

(2)确定各层的细节信号阈值，对细节信号进行阈值量化处理；

(3)处理后的细节信号和最后一层的逼近信号进行重构，得到降噪后的信号。

目前，阈值处理主要包括硬阈值法和软阈值法[13]。硬阈值法由于函数的不连续性，可能产生振荡现象；软阈值法具有较好的整体连续性，但通常存在恒定偏差，直接影响重构信号与真实信号的逼近程度。通过分析，在冗余第二代小波变换中，两种方法的滤波效果相近，但硬阈值函数相对简洁，因此采用硬阈值法。硬阈值法将小波分解细节信号中绝对值大于阈值的系数保留，其余的系数置零，其表达式为：

$$\bar{d}_l(i)=\begin{cases} d_l(i) & |d_l(i)|\geqslant t_l \\ 0 & |d_l(i)|<t_l \end{cases} \tag{8}$$

式中，$d_l(i)$为第 l 层细节信号的第 i 个样本值，$\tilde{d}_l(i)$为 $d_l(i)$经阈值处理后得到的样本值，t_l 为第 l 层小波分解的阈值。

阈值选取直接影响小波降噪的效果，通用阈值选取方法中信号长度影响信号重构，为了克服该不足，Pan 和 Zhang 等提出了一种更加直观的阈值选取方法[14]，其表达式为：

$$t_l=c\cdot\sigma_l \tag{9}$$

式中，σ_l 为第 l 层细节信号的标准差，系数 c 根据不同信号和噪声强度人为选定。

2　仿真及分析

2.1　实时降噪处理

通常小波降噪是离线处理的，即将所有原始信号作为一组数据进行降噪，不具备实时性。而在实际应用中，需要实时地解算并输出姿态信息。因此，本文采用滑动数据窗，动态地获取与窗口等长的信号进行降噪处理，将降噪后的数据作为当前时刻的输出，如图 3 所示。

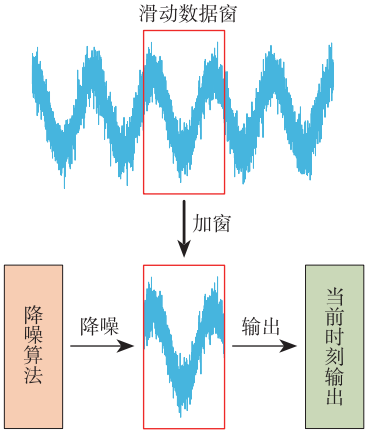


图 3　实时降噪处理示意图

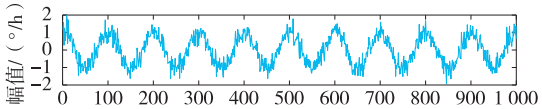
2.2　正弦信号模拟降噪

利用 MATLAB 生成幅值为 1°/h，频率为 0.1 Hz 的正弦信号，采样频率为 10 Hz，加入信噪比为 10 dB 的高斯白噪声。采样 1 000 个点，并用第二代小波变换和冗余第二代小波变换模拟实时降噪，为了比较降噪效果，统一采用[4,4]小波(即预测器和更新器的系数个数均为 4)。

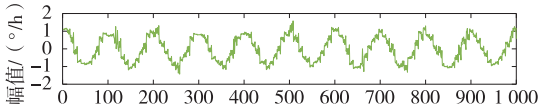
当分解层数分别为 3 层、4 层和 5 层时，两种小波降噪的效果如图 4、图 5 和图 6 所示。

由于信号长度较短，经第二代小波变换降噪后存在信息丢失的问题，信号在一定程度上失真。随

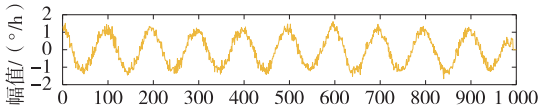
着分解层数的增加，失真现象逐渐加剧，当分解层数为 5 时，信号已经完全失真，如图 6 所示。而经过冗余第二代小波变换降噪后的信号则没有产生失真现象，并且随着分解层数的增加，降噪效果也更明显。



（a）原始信号

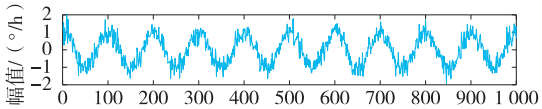


（b）经第二代小波变换降噪后的信号

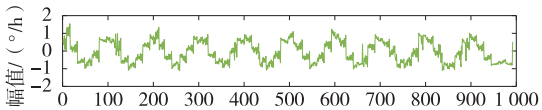


（c）经冗余第二代小波变换降噪后的信号

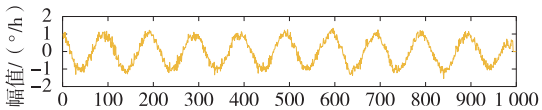
图 4　分解层数为 3 时降噪效果对比



（a）原始信号

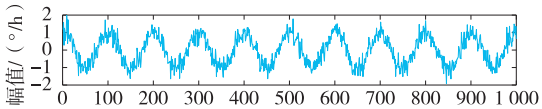


（b）经第二代小波变换降噪后的信号

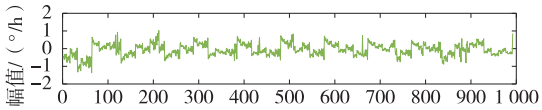


（c）经冗余第二代小波变换降噪后的信号

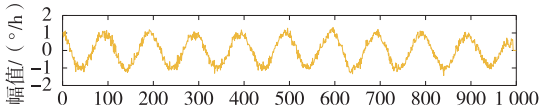
图 5　分解层数为 4 时降噪效果对比



（a）原始信号



（b）经第二代小波变换降噪后的信号



（c）经冗余第二代小波变换降噪后的信号

图 6　分解层数为 5 时降噪效果对比

3　实验及分析

将某型号光纤陀螺静置于高低温试验箱中进行温度实验，如图 7 所示。光纤陀螺内部装有温度传感器，通过上位机采集光纤陀螺的输出及温度。

将试验箱温度从室温逐步降至 0 ℃，采集光纤陀螺的输出及温度变化，曲线如图 8 所示。采用[6，6]小波，分解层数为 8 层的冗余二代小波对输出信号进行降噪处理，结果如图 9 所示。



图 7　光纤陀螺高低温实验装置照片

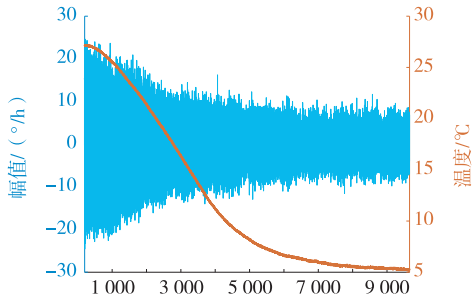


图 8　光纤陀螺输出及温度曲线

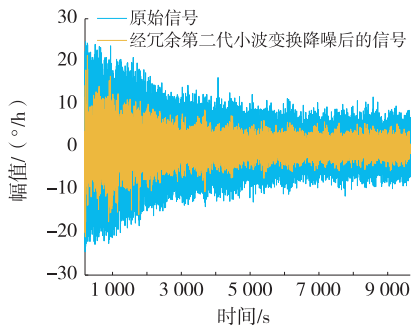


图 9　光纤陀螺静态输出信号降噪

Allan 方差被广泛应用于光纤陀螺噪声分析[15]，不仅能够准确识别噪声类型，还能精确确定噪声的特性参数。利用 Allan 方差法对光纤陀螺的静态数据以及降噪后的效果进行分析，结果如表 1 所示。

从表 1 可以观察到，经冗余第二代小波变换降噪后，信号的各随机误差系数均在一定程度上减少，

量化噪声降低了约 50.23%，角度随机游走降低了约 19.14%，零偏不稳定性降低了约 53.02%。

表 1　光纤陀螺静态输出信号随机误差系数

被分析信号	量化噪声/(°)	角度随机游走/(°/√h)	零偏不稳定性/(°/h)
原始信号	3.434 142 1	0.001 195 094	0.072 293 59
降噪后信号	1.709 047 4	0.000 966 306	0.033 966 01

为了模拟光纤陀螺实时降噪，给陀螺输出数据加窗，滑动数据窗口长度设为 2 048，分别利用第二代小波变换和冗余第二代小波变换对窗口内信号进行降噪处理，均采用[6,6]小波，分解层数为 8 层，降噪结果如图 10 和图 11 所示。

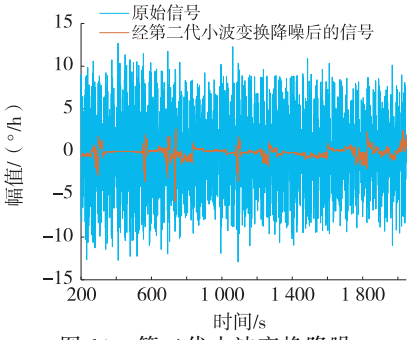


图 10　第二代小波变换降噪

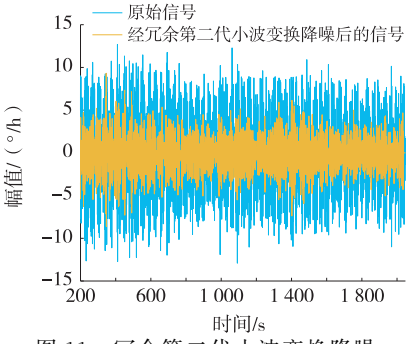


图 11　冗余第二代小波变换降噪

从图 10 可以看出，当滑动数据窗口长度为 2 048，分解层数为 8 时，经第二代小波变换降噪后的信号出现明显的失真现象，丧失信号原有的时域特征信息。而在图 11 中，经冗余第二代小波变换降噪的信号，在相同小波分解下，仍然保持着原有信号的时域特征，没有产生失真现象。实验结果表明，冗余第二代小波变换能够较好地保留信号的时域特征，确保信号的完整性和准确性不受降噪过程的影响，有效地避免信号失真。

4　结论

为了抑制光纤陀螺随机漂移，保证信号的完整性和准确性，提高降噪效果和系统的稳定性，本文提出了一种基于冗余第二代小波变换的光纤陀螺实时降噪算法。该算法通过对预测器和更新器进行插值补零运算，得到每层小波分解相应的冗余预测器和冗余更新器，不进行剖分运算，而是直接利用冗余预测器和冗余更新器对信号进行分解与重构，确保逼近信号和细节信号的长度与原始信号相同。通过仿真和实验分析，结果表明：基于冗余第二代小波变换的降噪算法能够较好地保留信号的时域特征，确保信号的完整性和准确性不受降噪过程的影响，有效地避免信号失真，同时将量化噪声降低了约 50.23%，角度随机游走降低了约 19.14%，零偏不稳定性降低了约 53.02%。这一算法有望提高导航的精度和稳定性，为光纤陀螺输出信号实时降噪处理提供一种切实有效的方法。

参考文献：

[1] 邱嘉荦，王　磊，黄腾超，等. 干涉式光纤陀螺技术发展综述[J]. 光学学报，2022，42(17)：136-145.
Qiu Jialuo，Wang Lei，Huang Tengchao，et al. Review of development of interferometric fiber-optic gyroscopes[J]. Acta Optica Sinica，2022，42(17)：136-145.

[2] 王丽琴. 光纤陀螺仪及其应用[J]. 自动化与仪器仪表，2013，(5)：132-133.
Wang Liqin. Fiber optic gyroscope and its application[J]. Automation and Instrumentation，2013，(5)：132-133.

[3] Lefevre H C. The Fiber-Optic Gyroscope[M]. Third edition，Artech House，2022：27-29.

[4] 王　超. 光纤陀螺随机漂移的建模、分析和补偿[D]. 合肥：中国科学技术大学，2015.
Wang Chao. Research on modeling，analysis and compensation of fiber optic gyroscope random drift[D]. Hefei：University of Science and Technology of China，2015.

[5] 田云鹏，杨小军，郭云曾，等. 光纤陀螺随机噪声滤波分析[J]. 光学学报，2015，35(9)：103-108.
Tian Yunpeng，Yang Xiaojun，Guo Yunzeng，et al. Filtering analysis on the random noise of fiber optic gyroscope[J]. Acta Optica Sinica，2015，35(9)：103-108.

[6] Donoho D L，Johnstone I M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage[J]. Biometrika，1994，81(3)：425-455.

[7] Sweldens W. The lifting scheme：A construction of second generation wavelets[J]. SIAM J. Math. Anal.，1998，29(2)：511-546.

[8] Goyal K，Sharma D. A MATLAB suite for second generation wavelets on an interval and the corresponding adaptive grid[J]. Acta Appl. Math.，2020，169(1)：279-321.

[9] 高　伟，祖　悦，王　伟，等. 基于二代小波的光纤陀螺实时降噪方法研究[J]. 仪器仪表学报，2012，33(4)：774-780.
Gao Wei，Zu Yue，Wang Wei，et al. Research on real-time de-

noising of FOG based on second generation wavelet transform [J]. Chinese J. of Scientific Instrument, 2012, 33(4): 774-780.

[10] 高立新，汤文亮，胥永刚，等. 基于冗余第二代小波的降噪技术[J]. 北京工业大学学报，2008，34(12)：1233-1237.
Gao Lixin, Tang Wenliang, Xu Yonggang, et al. Research on application of redundant second generation wavelet transform in denoising[J]. J. of Beijing University of Technol., 2008, 34(12): 1233-1237.

[11] 何正嘉，訾艳阳，张西宁. 现代信号处理及工程应用[M]. 西安：西安交通大学出版社，2007：207-217.
He Zhengjia, Zi Yanyang, Zhang Xining. Modern Signal Processing and Engineering Applications[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2007: 207-217.

[12] Claypoole R L, Baraniuk R G, Nowak R D. Adaptive wavelet transforms via lifting[C]// Proc. of the 1998 IEEE Inter. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1998: 1513-1516.

[13] 吕 品，刘建业，赖际舟，等. 光纤陀螺实时小波去噪中的阈值选取[J]. 弹箭与制导学报，2009，29(1)：18-22.
Lü Pin, Liu Jianye, Lai Jizhou, et al. Research on threshold algorithm in real-time wavelet de-noising of FOG[J]. J. of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2009, 29(1): 18-22.

[14] 何正嘉，訾艳阳，孟庆丰. 机械设备非平稳信号的故障诊断原理及应用[M]. 北京：高等教育出版社，2001.
He Zhengjia, Zi Yanyang, Meng Qingfeng. Fault Diagnosis Principles and Applications of Non-Stationary Signals in Mechanical Equipment[M]. Beijing: Higher Education Press, 2001.

[15] 黎 奇，白征东，赵思浩，等. Allan方差方法分析环形激光陀螺仪噪声的性能评估[J]. 清华大学学报(自然科学版)，2019，59(11)：887-894.
Li Qi, Bai Zhengdong, Zhao Sihao, et al. Performance evaluation of the Allan variance method for ring laser gyroscope noise analyses[J]. J. of Tsinghua University: Science and Technology, 2019, 59(11): 887-894.

作者简介：

徐俊健(1995－)，男，江苏省淮安市人，硕士研究生，主要研究方向为光纤陀螺信号处理；

辛璟焘(1980－)，男，副教授，主要从事光纤传感、光纤激光器及新型激光器等方面的研究。