光电技术及应用

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2024051703

一种极化码的优化临界集 SCL-Flip 译码算法

袁建国*，马嘉庆，徐一为

（重庆邮电大学 通信与信息工程学院，重庆 400065）

摘　要： 针对极化码的传统临界集包含正确路径可能被消除的比特位置问题，提出一种极化码的优化临界集 SCL-Flip 译码算法。该算法将临界集作为初始临界集，采用高斯近似原理对极化子信道的可靠度进行估计，然后，通过改变初始临界集的选取规则，优化用于串行抵消列表译码中临界集的不完整性，并根据信道可靠度由低到高排序形成优化临界集，该优化临界集能减少重译码次数并有效提高翻转准确性。仿真结果表明，所提算法有较大的性能增益，且翻转次数明显降低。

关键词： 极化码；优化临界集；串行抵消列表；比特翻转

中图分类号： TN911.22　**文章编号：** 1001－5868(2024)05－0830－07

SCL-Flip Decoding Algorithm for Polar Codes with an Optimized Critical Set

YUAN Jianguo, MA Jiaqing, XU Yiwei

(School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, CHN)

Abstract: To address the issue where the traditional critical set (CS) of polar codes includes bit positions that may result in the elimination of the correct path, we proposed a successive cancellation list (SCL)-Flip (SCLF) decoding algorithm with an optimized critical set (OCS-SCLF). In the proposed algorithm, the initial critical set was taken as the starting point, and the Gaussian approximation principle was applied to estimate the reliability of the polarized subchannels. The selection rules of the initial critical set were then modified to address the incompleteness of the CS in SCL decoding. The OCS was constructed and arranged in ascending order of channel reliability, effectively improving the flipping accuracy and reducing the number of re-decoding attempts. The simulation results showed that the proposed algorithm achieved better performance gains while significantly reducing the number of flips.

Key words: polar codes; optimized critical set; successive cancellation list; bit flip

0　引言

极性码是一种经证明可实现信道容量的块信道编码[1]，因其编码及译码复杂度都比较低，近年来受到了广泛关注。2016 年，极性码被 3GPP 选为 5G 新无线电增强移动宽带控制信道的正式编码方案[2]。串行抵消(Successive Cancellation，SC)译码是最早的译码算法，有较低的计算复杂度。然而，当译码过程中出现错误时，译码性能就会受到影响。由于 SC 译码的线性特性，先前的错误比特会降低后续译码的准确性，甚至会造成错误传播，严重影响译码性能。因此，研究者们提出两种方法来改善这一问题。方法 1：提出串行抵消列表(Successive Cancellation List，SCL)译码算法[3]，以解决 SC 译

收稿日期：2024－05－17.

基金项目：国家自然科学基金项目(U21A20447，61971079).

* **通信作者：**袁建国

码算法中只有一条译码路径所造成的错误。文献[3]中引入了路径度量(Path Metric,PM),在译码过程中保留多条路径以提高正确路径的存活率。文献[4]中引入了循环冗余校验辅助 SCL(Cyclic Redundancy Check Aided SCL,CA-SCL)译码算法以进一步提高译码性能,这已成为极化码研究中的一种常见做法。方法 2:提出串行抵消比特翻转(Successive Cancellation Bit-Flip, SCF)译码算法[5-6],该算法在 SC 译码失败时可进行重译码,在每次重译码中翻转一个不可靠比特,以实现性能的提升。相对于传统的 SCF 译码算法,文献[5]提出了一种改进方法,通过使用分布式循环冗余校验码(Cyclic Redundancy Check,CRC)提前终止失败的 SC 译码过程,明显降低了计算复杂度。而文献[6]提出了改进 SCF 译码的另一种算法,通过结合 CRC 码和分布式奇偶校验码,实现对不可靠信息比特更为精确的检测和识别。而后提出的串行抵消列表比特翻转(Successive Cancellation List Bit-Flip, SCLF)译码算法[7-11]是在 CA-SCL 和 SCF 算法的基础上改善了误码性能。相较于 SCF 译码算法,所提出的 SCLF 译码算法是通过改变重译码过程中翻转比特路径竞争的决策结果来达到翻转的目的。文献[7]通过引用文献[12]中临界集(Critical Set,CS)对其进行修改以适应 CA-SCL 译码,并形成了修订后的临界集(Revised Critical Set,RCS)。RCS 包含了大部分首个译码错误比特,通过翻转 RCS 中的比特可以提高误码性能。文献[7]由于受动态噪声的干扰,无法精确地定位由噪声引起的首个译码错误比特的位置。文献[8]和文献[9]考虑到动态噪声的影响,提出决策后处理(Decision Post-Processing, D-Post)算法,该算法定义了一种新的度量准则,随后按置信度升序对比特进行翻转。文献[10]提出了动态 SCLF 译码算法,该算法在重译码过程中实时改变翻转集,进一步提升了译码性能。另一方面,文献[11]利用归一化置信度构建了特定集,通过翻转特定集内的比特来提升译码性能。

在上述 SCLF 译码算法中,临界集包含正确路径可能被消除的比特位置,为此,本文提出一种优化临界集的极化码 SCLF(Successive Cancellation List Bit-Flip Based on the Optimized Critical Set, OCS-SCLF)译码算法,该算法在译码过程中能够精准获取路径消除发生位置的比特索引,从而实现更低的复杂度和更出色的误码性能。

1　极化码译码

1.1　极化码和 SC/CA-SCL 译码

具有码长 N 和信息比特长度 K 的极性码可以表示为(N,K),其码率为 $R=K/N$。根据信道极化现象,合成信道分为两个极端:无噪声信道和当 $N\to\infty$。因此,K 个信息比特在无噪声信道中传输,而剩余的$(N-K)$个冻结比特在有噪声信道中发送。假设 A 和 A^c 分别表示信息比特和冻结比特的集合。设二进制信息序列和编码序列分别由 $u_1^N=(u_1,u_2,\cdots,u_N)$ 和 $x_1^N=(x_1,x_2,\cdots,x_N)$ 表示,其中 x_1^N 是通过将 u_1^N 与生成矩阵 $\boldsymbol{G}_N$ 相乘而获得的,即:

$$x_1^N=u_1^N\boldsymbol{G}_N \tag{1}$$

矩阵 $\boldsymbol{G}_N=\boldsymbol{B}_NF^{\otimes n}$,其中 $\boldsymbol{B}_N$ 表示大小为 $N\times N$ 的位逆矩阵,$F^{\otimes n}$ 表示 $F=\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}$ 的第 n 次克罗内克积,$n=\log_2(N)$。

定义 x_1^N 通过加性高斯白噪声信道发送后,接收器接收到的序列为 $y_1^N=(y_1,y_2,\cdots,y_N)$。译码之后,码字估计序列为 $\hat{u}_1^N=(\hat{u}_1,\hat{u}_2,\cdots,\hat{u}_N)$,其中,$\hat{u}_i$ 是 u_i 的比特估计。对于给定的 y_1^N 和在 SC 译码中先前译码的码字的估计序列 $\hat{u}_1^{i-1}$,$\hat{u}_i$ 的值取决于其对数似然比(Logarithm Likelihood Ratio,LLR)的符号。LLR 的计算式为:

$$L_i=\log\frac{\Pr(u_i=0\mid y_1^N,\hat{u}_1^{i-1})}{\Pr(u_i=1\mid y_1^N,\hat{u}_1^{i-1})} \tag{2}$$

式中,L_i 表示对应于 $\hat{u}_i$ 的 LLR。此外,可以通过对 L_i 进行硬判决来获得 $\hat{u}_i$。在此基础上,SCL 译码器可以同时保留 L 条译码路径,以提高 SC 译码器的性能。每个路径的可靠性通过 PM[13]来衡量,$\hat{u}_{i,l}$ 和 $PM_l^{(i)}$ 分别表示第 l 条路径的第 i 位的估计值和 PM。$PM_l^{(i)}$ 的计算式为:

$$PM_l^{(i)}=\begin{cases}PM_l^{(i-1)},\hat{u}_{i,l}=\dfrac{1}{2}[1-\mathrm{sgn}(L_{i,l})]\\PM_l^{(i-1)}+|L_{i,l}|,\text{else}\end{cases} \tag{3}$$

式中,$L_{i,l}$ 表示第 l 个路径的第 i 个比特的 LLR。与 SCL 译码算法不同的是 CA-SCL 译码算法增加了 CRC 码,目的是优化 SCL 译码算法。

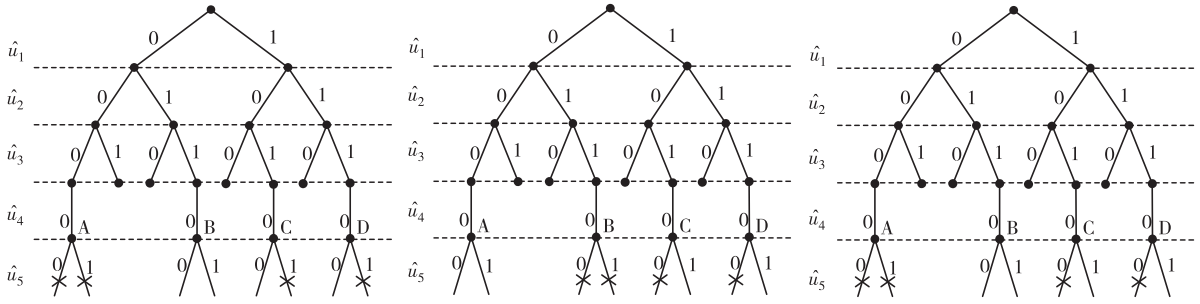
1.2　极化码 SCLF 译码

对于 SCL 译码,只要声称解码失败,就可以再次使用比特翻转。所谓的 SCLF 译码是指检测到一个临界集,它被认为是 SCL 译码过程中容易出错的

地方。因此,在重新译码尝试中,该临界集中的每一位都会被翻转。

在 SCLF 译码中,对 u_i 译码时,若路径度量矩阵进行排序之后,分为三种类型[7]的译码路径状态:(1)保留 $\hat{u}_i=0$ 或者 $\hat{u}_i=1$ 中的一种译码子路径被称为 SC 状态;(2) $\hat{u}_i=0$ 和 $\hat{u}_i=1$ 两种译码子路径都保留被称为克隆状态;(3) $\hat{u}_i=0$ 和 $\hat{u}_i=1$ 这两种译码子路径都删除被称为删除状态。

如图 1 所示为译码 $\hat{u}_i$ 时路径所处的状态,两种 SCLF 译码算法的翻转策略(图 1(a)和(b)为一种,图 1(c)为另一种)。这里给出列表大小 $L=4$,信息比特 u_1,u_2,u_3,u_4 是冻结比特,u_5 为翻转比特,"×"表示删除此路径。图 1(a)是 CA-SCL 译码,图 1(b)是与之相反的译码策略。图 1(c)是基于 SC 译码构建的翻转临界集,路径竞争决策结果在这种策略中,发生变化的只有 SC 状态的节点,其余节点与图 1(a)相同。本文所构建的临界集与 SC 译码相关,因此,选择图 1(c)的翻转策略。



(a) 标准 CA-SCL 译码策略 (b) 与标准 CA-SCL 相反的译码策略 (c) 基于 SC 译码构建的翻转临界集

图 1 CA-SCL 和 SCLF 译码树

1.3 高斯近似

考虑极化码的码长为 N,在 AWGN 信道中采用 BPSK 调制,对应的输入序列 u_1^N 的 LLR 表示为 $L_1^N=(L_1,L_2,\cdots,L_N)$,若 u_1^N 为全零码字,则 L_1^N 服从 $N(2/\sigma^2,4/\sigma^2)$,从中可以观察到所有的 LLR 都是方差为均值的两倍高斯随机变量。利用高斯近似原理可以计算得到:

$$E[L_N^{(2i-1)}]=f^{-1}(1-(1-f(E[L_{N/2}^{(i)}]))^2) \tag{4}$$

$$E[L_N^{(2i)}]=2E[L_{N/2}^{(i)}] \tag{5}$$

$$E[L_1^{(1)}]=2/s^2 \tag{6}$$

其中,

$$f(x)=\begin{cases}1-\dfrac{1}{\sqrt{4\pi x}}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\tanh\frac{a}{2}\mathrm{e}^{-\frac{(a-x)^2}{4x}}\mathrm{d}x, & x>0\\ 1, & x=0\end{cases} \tag{7}$$

2 临界集的构造

2.1 初始临界集的构造

选择 CS 作为所提出的临界集的初始集合。Rate-1 节点的第一个比特组成初始临界集,对应的码率为 1 的子极化码中最差的极化信道[14],如图 2 所示。

图 2 展示了码长 $N=8$ 且 $A=\{4,5,6,7,8\}$ 的极化码。在图中,黑色的叶节点表明均是信息比特,灰色的叶节点表明同时包含信息比特和冻结比特,白色的叶节点表明是冻结比特,矩形框中的比特索引构成 CS,即 $CS=\{4,5\}$。

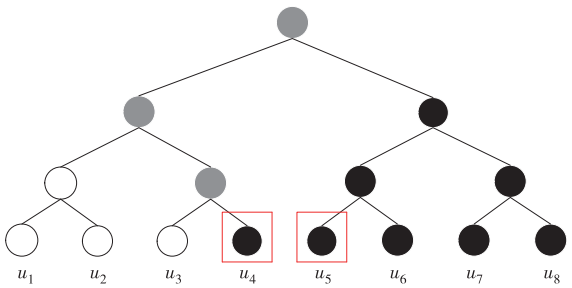


图 2 CS 示意图

2.2 临界集的优化构造

在基于 LLR 的 SCL 译码器中,PM 被用作后验概率,以评估 L 个候选路径的可靠性。具有最低 PM 绝对值的路径被认为具有最高正确概率。在公式(3)中,如果 $\hat{u}_{i,l}$ 满足硬决策条件,则 PM 的值将保持不变。否则,将 $|L_N^i(l)|$ 添加到 PM,这被视为对不正确路径的惩罚。在译码的过程中,有两种类型的错误可能导致译码失败:选择错误和删除错误。选择错误定义为译码器在最终输出中选择了不正确的路径,而当译码过程结束时,正确的路径仍然存在于最终的 L 个候选路径中。通过与极化码连接,CRC 用于检测选择错误。删除错误定义为[15]在译

码过程中，从 L 个候选路径中删除了正确的路径。在基于 LLR 的 SCL 译码器中，删除错误可能发生在两种情况下[15]：(1)当具有高可靠性的比特信道的硬判决失败时，正确路径会受到具有大绝对值 LLR 的惩罚；(2)当具有低可靠性的比特信道的硬判决失败时，正确路径受到小绝对值 LLR 的惩罚。

根据文献[12]中的临界集理论：Rate-1 节点的第一个未冻结比特包含在 CS 中。此外，文献[16]指出，大部分具有较低平均判决 LLR 幅度的比特都位于 CS 中。因此，CS 中比特索引的错误率较低，一些比特索引中的删除错误频率也低于传统 CS 中不包括的比特索引的删除错误频率。综合而言，用于 SCL 译码的传统临界集 CS 是不完整且冗余的。

为解决上述问题，需要获取具有最高错误概率的比特来构造临界集。从逐个子块的角度来看，可以将具有 $M=2^m$ 信息比特的子块错误概率表示为 $P_{\text{s_bler}}$。考虑一个子块，它包含连续的 Rate-1 节点，并且在块的开头部分有一定数量的冻结比特，以减少前一个子块的影响，使当前研究的译码块相对独立。为了计算 $P_{\text{s_bler}}$ 和 P_{u_1} 的值，利用 $N(\mu,2\mu)$ 的高斯近似方法来分析删除错误的误差分布。$P_{\text{s_bler}}$ 可以计算为：

$$P_{\text{s_bler}}=1-(1-Q(\sqrt{(\mu/2)}))^M \tag{8}$$

其中，

$$Q(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_x^{+\infty}\mathrm{e}^{\frac{-t^2}{2}}\mathrm{d}t \tag{9}$$

第一个信息比特的错误概率 $P_{u_1}=Q(\sqrt{\mu_{u_1}/2})$。因此，对于较大的长度 M 和相同的平均值 μ，子块 $P_{\text{s_bler}}$ 的错误概率较高。这样可以得出一个结论：删除错误主要集中在连续的 Rate-1 节点中具有大长度 M 的 Rate-1 节点中。以下是证明过程。

考虑到包含两个连续的 Rate-1 节点 a 和 b 的一般块，将在 Rate-1 节点上删除正确路径的事件表示为 E_a。E_a 发生的概率为：

$$\Pr(E_a)=\Pr(M_{l_c}+|\lambda[l_c]u_a|>M_L\cdot P_{u_a}=\sum_{l=1}^{L}\Pr(\hat{u}[l+L]_a=u_1^a\mid Y)) \tag{10}$$

假设子块 a 和 b 的块长度不同，并且子块 b 较大。同样，E_b 发生的概率为：

$$\Pr(E_b)=\Pr(u_a,u_b)\cdot\Pr(M_{l_c}+|\lambda[l_c]_{u_a}|+|\lambda_{u_b}^{l_c}|>M_L)\cdot\Pr(M_{l_c}+|\lambda[l_c]_{u_a}|<M_L)+\Pr(\bar{u}_a,u_b)\cdot\Pr(M_{l_c}+|\lambda[l_c]_{u_b}|>M_L) \tag{11}$$

式中，$\Pr(\bar{u}_a,u_b)$ 表示正确路径在子块 a 中不受惩罚，$\Pr(u_a,u_b)$ 表示正确路径对子块 a 和子块 b 都受到惩罚。对于 SCL 译码，由于错误传播，惩罚路径很容易被消除。

根据文献[17]，可得到：

$$\Pr(\bar{u}_a,u_b)\cdot\Pr(M_{l_c}+|\lambda[l_c]_{u_b}|>M_L)=\sum_{l=1}^{L}\Pr(\hat{u}[l+L]_b=u_1^a\mid Y) \tag{12}$$

并且可以推导出：

$$\Pr(E_b)>\sum_{l=1}^{L}\Pr(\hat{u}[l+L]_b=u_1^a\mid Y)=\sum_{l=1}^{L}p_\delta(\hat{u}[l+L]_b)>\sum_{l=1}^{L}p_\delta(\hat{u}[l+L]_a)=\Pr(E_a) \tag{13}$$

式中，p_δ 为文献[17]中的优化概率。

此外，将因子 $\delta(2<\delta<+\infty)$ 定义为 $\delta=N_b/N_a$，N_a 表示前一子块 a 的长度，N_b 表示后一子块 b 的长度。

依据文献[12]的研究，差值 $P_{\text{s_bler}}-P_{u_1}$ 代表发生两个或多个错误的概率。观察到较大的 M 值和较小的 μ 值会增加发生两个或多个错误的概率。在 SCL 译码过程中，当子块 a 之前存在一个具有小块长度的 Rate-1 节点时，由于存在潜在的累积误差，且子块 a 的 μ 很小时，此子块 a 的可靠性相对较低。在 SCL 译码中，具有大块长度的 Rate-1 节点处发生两个或更多错误的概率较高。如果初始临界集 CS 仅由一个比特组成，则用于 SCL 译码的 CS 将是不完整的，导致性能显著下降。

为了在性能和最坏情况延迟之间取得平衡，并最大限度地减少临界集的冗余，仅选择前两个比特来构成 OCS。

表 1　一种构造优化临界集的方法

步骤一：将极化码划分为 $R=1$ 和 $R=0$ 的多个子块；
步骤二：如果一个 Rate-1 节点前面有另一个 Rate-1 节点，并且 $\delta>2$，则把具有大块长度的 Rate-1 节点的前两个比特放入 OCS 中；
步骤三：如果 $\delta\leqslant 2$ 或 Rate-1 节点前面有 Rate-0 节点，则将该 Rate-1 节点的第一个信息比特放入 OCS 中。

以图 3 为例，码长 $N=8$，将 u_4^8 设置为未冻结比特。从逐个子块的角度来看，有两个 Rate-1 节点，长度分别为 1 和 4。图 2 显示了在传统临界集 CS 中选择的未冻结比特。根据表 1 所述的临界集的优化构造方法，此时因子 δ 为 4，并且认为未冻结

比特 u_4 的错误概率较低。因此，将未冻结的比特 u_5^6 放入 OCS 中，如图 3 所示。

文献[8]的决策后处理部分是按照由路径度量得到的可靠度升序来翻转比特。而本文构造的 OCS 可直接按照由高斯近似得到的 LLR 期望升序排序。

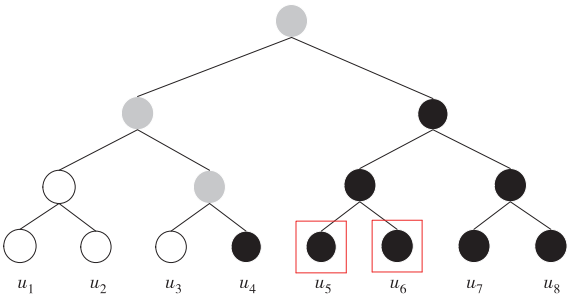


图 3 OCS 示意图

3 基于 OCS 的极化码 SCLF 译码算法

把上述优化构造的 OCS 用于 SCLF 译码算法中，可得到一种改进的 OCS-SCLF 译码算法，该算法的详细步骤如表 2 所示。其中 $t=(1,2,\cdots,T)$ 表示比特索引，T 表示最大允许翻转次数，且 $T \leqslant |OCS|$。该算法先进行 CA-SCL 译码，若一次 CA-SCL 译码成功，则输出通过 CRC 校验的路径；首次 CA-SCL 译码的过程中，如果所有 L 条路径的译码结果均未通过 CRC 校验，那么将进行重译码操作，其中 OCS 中的一个比特将会按顺序翻转。经过比特翻转后，如果译码结果通过了 CRC 校验，则算法结束，并输出重译码后的结果。如果在进行下一次比特翻转之前达到了最大翻转次数，并且重译码结果仍未通过 CRC 校验，那么算法将输出首次 CA-SCL 译码中具有最小 PM 的路径。

表 2 基于 OCS 的 SCLF 译码算法

输入：接收序列 y_1^N，冻结比特索引 A^c，优化临界集 OCS；
输出：发送序列 $\hat{u}_1^N$；
1：if 首次 CA-SCL 译码成功
2：返回通过 CRC 校验并且 PM 最小的路径；
3：else
4：for $t=(1,2,\cdots,T)$
5：翻转比特 OCS(t)；
6：if 比特翻转译码成功
7：返回通过 CRC 校验并且 PM 最小的路径；
8：end if
9：end for
10：if $t=T+1$
11：宣布翻转失败，返回首次 CA-SCL 译码 PM 最小的路径；
12：end if
13：end if

4 仿真分析

为了验证所提出算法的优势，选择在 AWGN 信道下进行仿真，采用 BPSK 调制，并且使用信噪比 $SNR=2.5$ dB 的高斯近似构造方法，极化码码长 $N=1\,024$，码率 $R=0.5$，列表大小 $L=8$，CRC 码长 $r=16$，对应的生成多项式 $g_{16}(x)=x^{16}+x^{15}+x^2+1$，仿真迭代次数为 10^7。在 AWGN 信道下，信号传输模型可以表示为 $y_i=(1-2x_i)+n_i$，其中 $(1-2x_i)$ 表示发送比特经过 BPSK 调制，n_i 为独立同分布的加性高斯白噪声。

4.1 最优值的分析

当最大翻转次数 $T=50$ 且 $SNR=2.5$ dB 时，该 OCS-SCLF 译码算法在 δ 取值不同时的误块率仿真图如图 4 所示。由图 4 可知，当 δ 的取值为 2 时，本译码器表现出最佳的误块性能，而随着 δ 值的增大，性能也逐渐下降。考虑到因子 δ 存在的实际意义会随着取值的变大越来越小，故将其选取范围限制在 6 以内。在 $SNR=1$ dB 条件下，不同 δ 取值下 OCS-SCLF 译码算法的平均译码次数如图 5 所示。由图 5 可知，当因子 δ 取 2 时，平均译码次数最低，译码复杂度最小。因此，综合考虑图 4 和图 5 的结果，可确定 δ 的最优取值为 2。

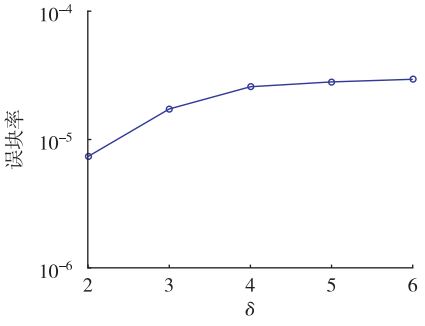


图 4 $SNR=2.5$ dB 时不同 δ 的误块性能

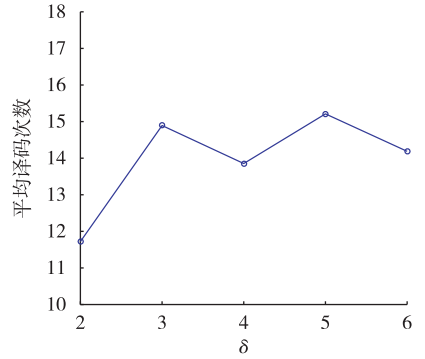


图 5 $SNR=1$ dB 时不同 δ 的平均译码次数

4.2　误码性能分析

如图 6 所示，OCS-SCLF 译码算法在 $T=50$，误块率为 10^{-4} 时，相较于文献[6]中 CS-SCLF 译码算法性能提升约 0.14 dB，相较于文献[11]中的 AS-SCLF 译码算法有约 0.06 dB 的性能增益，相对于列表大小 L 为 8 的 CA-SCL 译码算法取得了约 0.27 dB 的增益，以及相对于列表大小 L 为 16 的 CA-SCL 译码算法有约 0.1 dB 的性能增益。相比于列表大小 L 为 32 的 CA-SCL 译码算法，在中低信噪比区域内，OCS-SCLF 译码算法的误码性能几乎与之相同。

在 $T=10$ 时，相对于 CS-SCLF 译码算法和 AS-SCLF 译码算法，所提出的 OCS-SCLF 译码算法在误码性能上表现出最优。

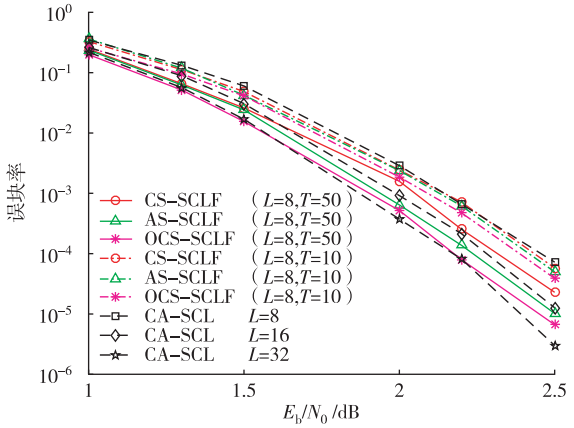


图 6　不同译码算法的误块性能

4.3　复杂度分析

如图 7 所示，平均译码次数代表了计算复杂度。当 $T=10$ 和 $T=50$ 时，所提出的 OCS-SCLF 译码算法相较于 CS-SCLF 译码算法和 AS-SCLF 译码算法，其计算复杂度更低。尤其是在 $T=50$，信噪比为 1 dB 时，OCS-SCLF 译码算法的复杂度相较于 CS-SCLF 译码算法降低了约 28%，相较于 AS-SCLF 译码算法降低了约 13%。

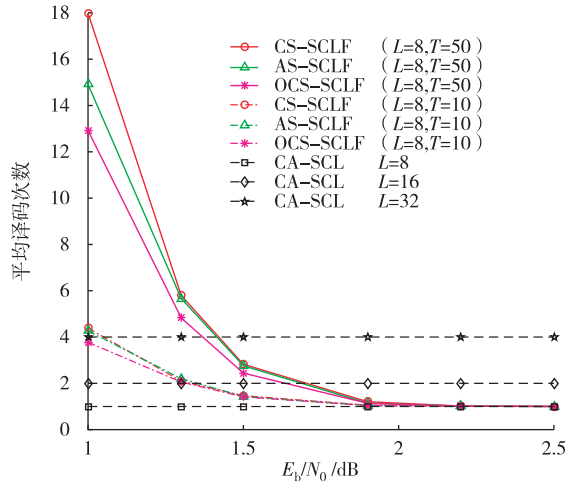


图 7　不同译码算法的平均译码次数

将 CA-SCL 译码算法的计算复杂度归一化为 1，2 和 4，分别对应列表大小 L 为 8，16 和 32，等效表示为 CA-SCL 译码需要的译码次数。在误块率小于 10^{-3} 之内，OCS-SCLF 译码算法的复杂度低于列表大小 L 为 16 和 32 的 CA-SCL 译码算法，证实了 OCS-SCLF 译码算法和列表较小的 CA-SCL 译码器结合后，可以实现与列表较大的 CA-SCL 译码器相同的性能。

5　结论

本文所提出的 OCS-SCLF 译码算法充分考虑了算法中临界集包含正确路径可能被消除的比特位置这一影响。该算法先是采用高斯近似原理，对极化子信道的可靠度进行估计，然后通过改变初始临界集的选取规则，优化用于 SCL 译码中 CS 的不完整性，根据信道可靠度升序排序，所形成优化的临界集 OCS 能够准确地确定消除正确路径的比特位置。仿真证实了，相对于 AS-SCLF 和 CS-SCLF 译码算法，所提出的 OCS-SCLF 译码算法不但降低了译码复杂度，而且还提高了误码性能。该算法还能够与列表较小的 CA-SCL 译码器结合，实现与列表较大的 CA-SCL 译码器相当的性能水平，为极化码译码的研究方向提供了新思路。

参考文献：

[1]　刘　伟，段红光. 极化码自适应连续消除列表比特翻转译码算法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版)，2021，33(1)：87-93.
Liu Wei，Duan Hongguang. Adaptive successive cancellation list bit-flip decoding of polar codes[J]. J. of Chongqing University of Posts and Telecommunications：Natural Science Edition，2021，33(1)：87-93.

[2]　袁建国，王　露，梁栩珩，等. 一种基于比特翻转的极化码 FSCLF 译码算法[J]. 半导体光电，2021，42(2)：295-300.
Yuan Jianguo，Wang Lu，Liang Xuheng，et al. A FSCLF decoding algorithm of polar codes based on bit-flipping[J]. Semiconductor Optoelectronics，2021，42(1)：295-300.

[3]　李小文，李文彬. 一种简化的极化码串行消除列表译码算法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版)，2019，31(4)：488-494.
Li Xiaowen，Li Wenbin. A simplified successive cancellation list decoding algorithm for polar codes[J]. J. of Chongqing University of Posts and Telecommunications：Natural Science

Edition, 2019, 31(4): 488-494.

[4] 袁建国, 张 瑞, 张丰果, 等. CRC 辅助 PC-polar 码的新颖编码算法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2022, 34(6): 929-934.
Yuan Jianguo, Zhang Rui, Zhang Fengguo, et al. Novel coding algorithm of the CRC-aided PC-polar codes[J]. J. of Chongqing University of Posts and Telecommunications: Natural Science Edition, 2022, 34(6): 929-934.

[5] Kim H, Lee H, Park H. Distributed CRC scheme for low-complexity successive cancellation flip decoding of polar codes [J]. ICT Express, 2022, 8(3): 409-413.

[6] Dai B, Gao C, Yan Z, et al. Parity check aided SC-flip decoding algorithms for polar codes[J]. IEEE Trans. Veh. Technol., 2021, 70(10): 10359-10368.

[7] Yu Y, Pan Z, Liu N, et al. Successive cancellation list bit-flip decoder for polar codes [C]//2018 10th Inter. Conf. on Wireless Communications and Signal Processing (WCSP), 2018: 1-6.

[8] Wang C H, Pan Y H, Lin Y H, et al. Post-processing for CRC-aided successive cancellation list decoding of polar codes [J]. IEEE Commun. Lett., 2020, 24(7): 1395-1399.

[9] Pan Y H, Wang C H, Ueng Y L. Generalized SCL-flip decoding of polar codes[C]// GLOBECOM 2020-2020 IEEE Global Communications Conf., 2020: 1-6.

[10] Shen Y, Balatsoukas-Stimming A, You X, et al. Dynamic SCL decoder with path-flipping for 5G polar codes[J]. IEEE Wireless Commun. Lett., 2021, 11(2): 391-395.

[11] You W, Yuan J, Yu L, et al. An improved AS-SCLF decoding algorithm of polar codes based on the assigned set [J]. Optoelectron. Lett., 2022, 18(11): 694-698.

[12] Zhang Z, Qin K, Zhang L, et al. Progressive bit-flipping decoding of polar codes over layered critical sets [C]// GLOBECOM 2017-2017 IEEE Global Communications Conf., 2017: 1-6.

[13] Balatsoukas-Stimming A, Parizi M B, Burg A. LLR-based successive cancellation list decoding of polar codes[J]. IEEE Trans. Signal Process., 2015, 63(19): 5165-5179.

[14] Yuan Jianguo, Zhang Fengguo, He Jingjie, et al. Simplified SCL decoding algorithm of polar codes based on critical sets [J]. Optoelectron. Lett., 2023, 19(6): 364-369.

[15] Rowshan M, Viterbo E. Improved list decoding of polar codes by shifted-pruning [C]// 2019 IEEE Information Theory Workshop (ITW), 2019: 1-5.

[16] Qiao X, Cui H, Lin J, et al. Reducing search complexity of dynamic SC-Flip decoding for polar codes [C]//2021 7th Inter. Conf. on Computer and Communications (ICCC), 2021: 27-31.

[17] Cheng F, Liu A, Zhang Y, et al. Bit-flip algorithm for successive cancellation list decoder of polar codes[J]. IEEE Access, 2019, 7: 58346-58352.

作者简介:

袁建国(1968—),男,重庆市人,博士,教授,硕士生导师,主要研究方向为通信系统中 LDPC 码与极化码编译码技术以及 OFDM 技术。