光电技术及应用

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.2024080701

基于双阵列 FBG 的曲线形状重构方法

尚秋峰[1,2,3]，向方宇[1*]

（华北电力大学 1. 电子与通信工程系；2. 河北省电力物联网技术重点实验室；
3. 保定市光纤传感与光通信技术重点实验室，河北 保定 071003）

摘　要： 针对光纤布拉格光栅(FBG)曲线形状传感器某一阵列检测点失效问题，构建了基于双阵列 FBG 求解曲线形状传感器曲率和弯曲方向的模型。首先，推导了中心波长漂移量与曲率的函数关系，然后，构建了曲率与弯曲方向的映射关系，最后，利用 Frenet-Serret 方程实现了曲线形状重构。在 Ansys 建模和仿真分析基础上，制作了 FBG 曲线形状传感器并对实验数据进行了分析。仿真和实验结果均验证了所提出的双阵列 FBG 曲线形状重构的可行性。相较于典型三阵列 FBG 曲线重构方法，仿真弧形和 S 形的远端位置误差分别仅增加了 0.9％和 0.13％；实验数据的远端位置平均误差仅增加了 0.34％。

关键词： 光纤传感；光纤布拉格光栅；形状重构；Frenet-Serret 方程

中图分类号： TN253　**文章编号：** 1001－5868(2024)06－0918－07

Curve Shape Reconstruction Method Based on Dual-array FBGs

SHANG Qiufeng[1,2,3], XIANG Fangyu[1]

(1. Dept. of Electronic and Communication Engineering; 2. Hebei Key Lab. of Power Internet of Things Technol.; 3. Baoding Key Lab. of Optical Fiber Sensing and Optical Communication Technol., North China Electric Power University, Baoding 071003, CHN)

Abstract: Aiming at the failure problem of an array detection point of a fibre Bragg grating (FBG) curve shape sensor, this paper constructs a model based on double-array FBGs to solve the curvature and bending direction of the curve shape sensor. Firstly, the function relationship between the centre wavelength drift and curvature is derived, then the mapping relationship between curvature and bending direction is constructed, and finally the Frenet-Serret equation is used to achieve the curve shape reconstruction. On the basis of Ansys modelling and simulation analysis, this paper fabricates the FBG curve shape sensor and analyses the experimental data. The simulation and experimental results verify the feasibility of the dual-array FBG curve shape reconstruction proposed in this paper. Compared with the typical three-array FBG curve reconstruction method, the distal position errors of the simulated arc and s-shape increase only by 0.9% and 0.13%, respectively; and the average distal position error of the experimental data increases only by 0.34%.

Key words: optical fiber sensing; fiber Bragg grating; shape reconstruction; Frenet-Serret equation

收稿日期：2024－08－07.

基金项目：国家自然科学基金项目(62205105)；河北省省级科技计划项目(SZX2020034).

* **通信作者：**向方宇

0　引言

光纤布拉格光栅(FBG)形状传感技术被广泛应用于医疗、土木工程、工业机器人、航空航天等领域[1-5]。相较于传统的电学形状传感器，光纤光栅形状传感器具有高灵敏性、高精确度、不易受电磁干扰、化学性能稳定、小巧轻便的优点。

FBG 曲线形状传感器通常由嵌入在多个单芯光纤或多芯光纤中的 FBG 阵列组成[6]。FBG 形状传感基于测量 FBG 的中心波长漂移，进行曲率标定，计算弯曲方向；通过 Frenet-Serret 方程求解 FBG 处位置坐标，重构曲线形状[7]。典型的 FBG 曲线形状传感器需要使用三个或以上 FBG 阵列实现形状重构，其中三阵列 FBG 形状传感器构型简单，应用广泛。2017 年，娄小平等[8]通过自制三阵列 FBG 传感器测量同一横截面 FBG 的应变数据，获得该测点的曲率与弯曲方向以进行形状重构。2020 年，Khan 等[9]利用三阵列 FBG 传感器测量导管姿态，通过反演应变分布计算目标位置的曲率值，实现导管位置的重建。2021 年，何超江等[10]通过自制三阵列 FBG 传感器探针获取对应中心波长漂移与曲率的关系，根据曲率与弯曲方向重构物体形状。2022 年，Tan 等[11]利用遗传算法对三阵列 FBG 传感器进行曲率标定及误差修正，根据应变与配置角度之间的规律，修正传感器的配置角度参数，校准曲率标定关系，实现形状重构。2023 年，Zhang 等[12]通过研究三阵列 FBG 传感器中影响波长漂移测量的因素，建立局部曲率模型，实现曲率标定。同年，李天梁等[13]通过采集三阵列 FBG 穿刺针的中心波长漂移量，利用人工智能方法重构曲线形状。2024 年，王春霞等[14]研究自制三阵列 FBG 胶棒不同角度偏差条件下 FBG 阵列的应变响应分布特性，重构胶棒三维结构。同年，孙广开等[15]对三阵列 FBG 传感器的应变灵敏度进行精准标定，重构物体形状。

但 FBG 阵列栅区位置较为脆弱，在针对大变形的空间形状检测时容易损坏，当检测点截面处任意一个 FBG 损坏时，典型三阵列 FBG 形状重构方法无法求解该检测点的曲率和弯曲方向。在 FBG 损坏位置位于传感器前端端点的情况下，甚至会导致整个形状传感器失效。针对某一阵列 FBG 缺损导致三阵列 FBG 传感器检测点失效问题，本文提出了一种基于双阵列 FBG 的曲线形状重构方法，分析了中心波长漂移量与曲率的关系，构建了曲率与弯曲方向的关系，最后利用 Frenet-Serret 方程实现了形状重构。该方法仅使用双 FBG 阵列即可获取检测点曲率和弯曲方向，拓展了 FBG 曲线形状传感器的实用性。

1　基于双阵列 FBG 的曲率和弯曲方向求解模型

1.1　FBG 形状重构原理

当 FBG 形状传感器受到外力发生弯曲时，检测点的各 FBG 中心波长 λ_B 因轴向应变 ε 发生中心波长漂移 $\Delta\lambda$。FBG 形状传感器结构形变示意图如图 1 所示。

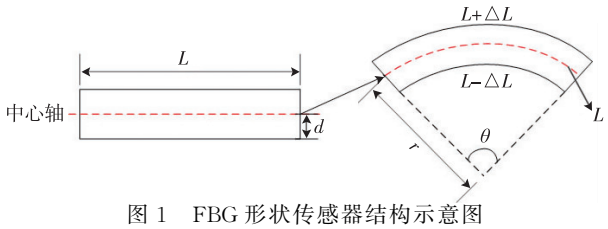


图 1　FBG 形状传感器结构示意图

L 为形状传感器被测长度，d 为 FBG 阵列到中心轴的距离，r 为曲率半径，θ 为发生弯曲时对应的圆弧中心角，θ 可表示为：

$$\theta=\frac{L+\Delta L}{r+d} \tag{1}$$

应变可表示为：

$$\varepsilon=\frac{\Delta L}{L}=\kappa d \tag{2}$$

式中，κ 为弯曲曲率，中心波长漂移 $\Delta\lambda$ 与应变 ε 的关系可表示为：

$$\Delta\lambda=(1-P_e)\lambda_B\varepsilon \tag{3}$$

式中，P_e 为弹光系数，由式(2)与式(3)可推导出曲率 κ：

$$\kappa=\frac{2\Delta\lambda}{\lambda_B d(1-P_e)} \tag{4}$$

由式(4)可知，弯曲曲率与 FBG 中心波长偏移 $\Delta\lambda$ 成正比关系。

典型三阵列 FBG 传感器横截面如图 2 所示，FBG 阵列呈 120°等间隔分布。

如图 2 所示，设三个 FBG 处的曲率数值为 k_i，$(i=1,2,3)$，k_x 与 k_y 分别为三个 FBG 处曲率在 x、y 方向对应分量之和，可表示为：

$$\begin{cases}k_x=\sum_{i=1}^{3}k_i\cos\theta_i\\ k_y=\sum_{i=1}^{3}k_i\sin\theta_i\end{cases} \tag{5}$$

式中，θ_i 为第 i 个 FBG 与 x 轴的夹角($i=1,2,3$)，中心曲率 K 的数值可表示为：

$$K=\sqrt{k_x^2+k_y^2}=\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{3}k_i\cos\theta_i\right)^2+\left(\sum_{i=1}^{3}k_i\sin\theta_i\right)^2} \tag{6}$$

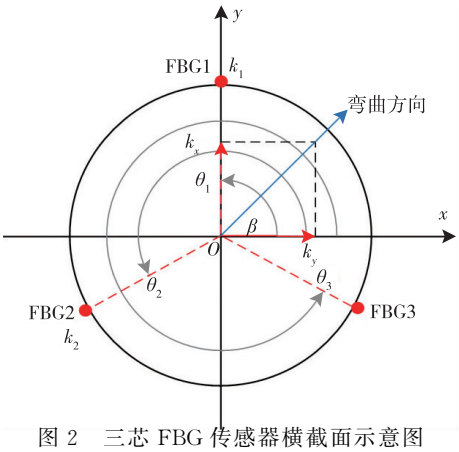


图 2 三芯 FBG 传感器横截面示意图

弯曲方向角 β 可表示为：

$$\beta=\arctan(k_y/k_x)=\arctan\left(\sum_{i=1}^{3}k_i\sin\theta_i\Big/\sum_{i=1}^{3}k_i\cos\theta_i\right) \tag{7}$$

当 FBG 阵列如图 2 所示呈 120°等间隔分布时，FBG1 与 x 轴正方向呈 90°，FBG2 与 x 轴正方向呈 210°，FBG3 与 x 轴正方向呈 330°，将角度代入式(6)与(7)，中心曲率 K 与弯曲方向角 β 可表示为：

$$K=\sqrt{\frac{(2k_1-k_2-k_3)^2+3(k_2-k_3)^2}{9}} \tag{8}$$

$$\beta=\arctan\left[\frac{2\kappa_1-\kappa_2-\kappa_3}{\sqrt{3}(\kappa_2-\kappa_3)}\right] \tag{9}$$

根据微分几何思想，建立运动坐标系，如图 3 所示。将 FBG 形状传感器的形状重构转化为空间三维曲线的重构问题。

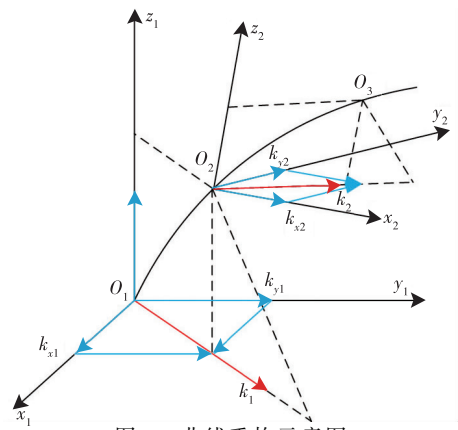


图 3 曲线重构示意图

设 O_1，O_2 为空间曲线上沿弯曲方向的两个检测点，以 O_1 为初始点定义与曲线切向量垂直的矢量，该矢量在 x、y 方向对应分量的数值为 k_{x1}，k_{y1}，K_1 为 x、y 分量的合成矢量的数值，O_1 点处曲线的切线方向为 z 轴。O_1O_2 段圆弧可看作 k_1 与 z 轴平面上的曲线，确定其在固定坐标系的位置。同理对 O_2 点建立运动坐标系，计算出 O_3 点的位置，进一步获得其在固定坐标系中的位置，通过连接不同半径的微圆弧段重构出整条空间曲线。

1.2 曲率与弯曲方向求解模型

如图 2 所示，当形状传感器受力弯曲时，被检测点各 FBG 受到应力产生中心波长漂移，利用式(4)将波长漂移转化为被检测点曲率，各 FBG 受到的应变 ε_i 与被检测点中心曲率 K 以及弯曲方向 β 间的关系式可表示为：

$$\begin{cases}\varepsilon_1=k\cdot h\cdot\cos(\beta+\theta_1)\\ \varepsilon_2=k\cdot h\cdot\cos(\beta+\theta_2)\\ \varepsilon_3=k\cdot h\cdot\cos(\beta+\theta_3)\end{cases} \tag{10}$$

式中，ε_i($i=1,2,3$)为被检测点各 FBG 所受应变，h 为各 FBG 到被检测点中心的距离，θ_i($i=1,2,3$)为第 i 个 FBG 与 x 轴的夹角。由式(2)可得：

$$\varepsilon_i=\frac{h}{r}=h\kappa_i \tag{11}$$

式中，κ_i($i=1,2,3$)为被检测点各 FBG 处曲率，将式(11)代入式(10)可得：

$$\begin{cases}k_1=K\cos(\beta+\theta_1)\\ k_2=K\cos(\beta+\theta_2)\\ k_3=K\cos(\beta+\theta_3)\end{cases} \tag{12}$$

将式(12)中任意两式相除(以 k_1 与 k_3 为例)，弯曲方向角 β 可表示为：

$$\frac{k_1}{k_3}=\frac{\cos(\beta+\theta_1)}{\cos(\beta+\theta_3)} \tag{13}$$

$$\beta=\arctan\left[\frac{k_1\cdot\cos(\theta_3)-k_3\cdot\cos(\theta_1)}{k_1\cdot\sin(\theta_3)-k_3\cdot\sin(\theta_1)}\right] \tag{14}$$

将式(14)代入式(12)，曲率 K 可表示为：

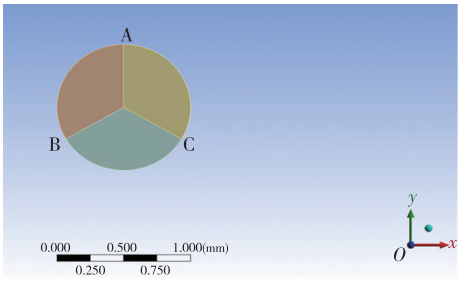
$$K=\frac{k_i}{\cos(\beta+\theta_i)}=$$
$$k_i/\cos\left(\arctan\left[\frac{k_1\cdot\cos(\theta_3)-k_3\cdot\cos(\theta_1)}{k_1\cdot\sin(\theta_3)-k_3\cdot\sin(\theta_1)}\right]+\theta_i\right) \tag{15}$$

由式(14)与式(15)可知，双 FBG 阵列可实现被检测点中心曲率与弯曲方向求解。

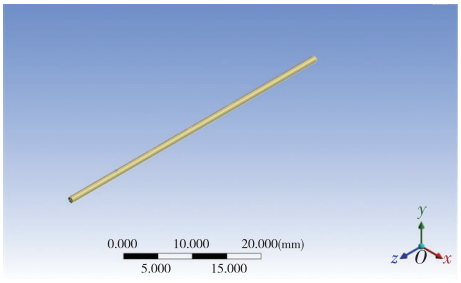
2　有限元仿真

2.1　FBG 曲线形状传感器建模

利用 Ansys Workbench 软件构建典型三阵列 FBG 形状传感器仿真模型，如图 4 所示。由于光纤光栅直径相较于基材直径较小，可将 FBG 阵列简化为直线，A，B 和 C 为光纤光栅在基材表面的铺设位置，呈 120°等间隔分布，基材半径为 0.5 mm，长度为 50 mm，弹性模量设置为 7×10^{10} MPa，泊松比为 0.27，模型分辨率为 0.25 mm。



（a）传感器截面图

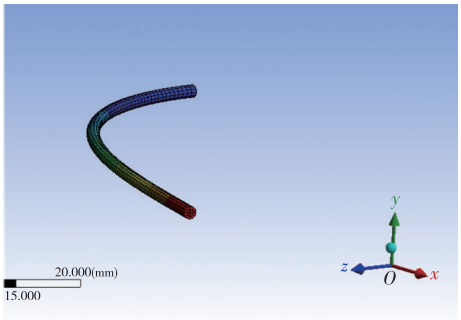


（b）传感器图

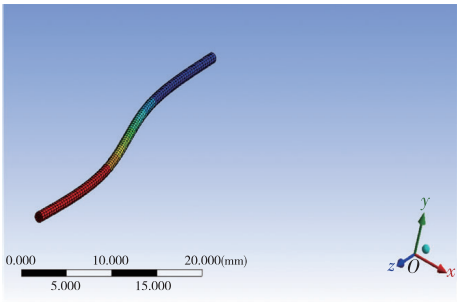
图 4　三阵列 FBG 传感器仿真模型

通过对仿真模型施加不同方向及大小的力，获得不同弯曲形状，以二维弧形与二维 S 形为例，如图 5 所示。

每一种模型弯曲形状包含有 201 组数据，每一组数据包含 3 个光纤光栅处的应变数据。



（a）二维弧形



（b）二维S形

图 5　三阵列 FBG 传感器仿真模型不同弯曲形状

2.2　基于双阵列 FBG 的形状重构

利用 2.1 节中采集的应变数据，采用典型三阵列 FBG 与双阵列 FBG 模型分别求解曲率与弯曲方向，将所求曲率与弯曲方向代入 Frenet-Serret 方程进行形状重构，结果如图 6 和图 7 所示。

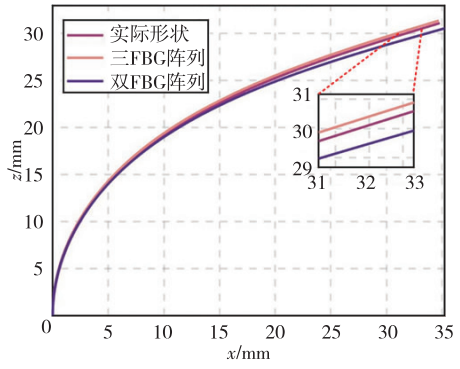


图 6　二维弧形重构对比

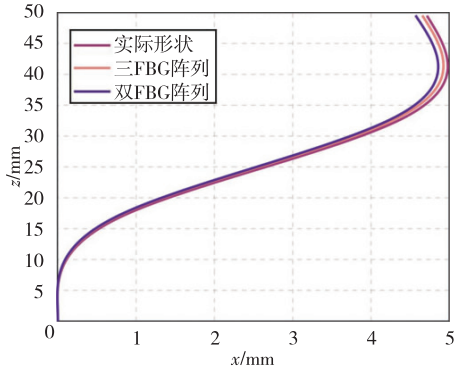


图 7　二维 S 形重构对比

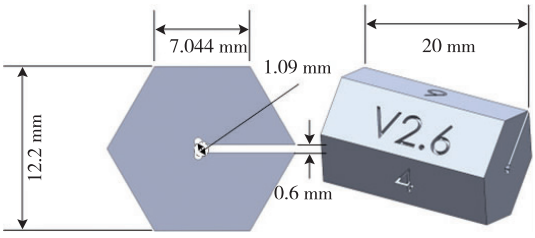
FBG 形状传感器的重构误差随着检测点距离累增并在远端端点处达到最大，因此本文以远端重构误差与最大相对误差（远端重构误差与传感器测量长度之比）为评价重构效果的标准。在二维弧形重构对比中，典型三阵列 FBG 方法与双阵列 FBG 方法的远端重构误差分别为 0.281 与 0.734 mm，最大相对误差分别为 0.56%与 1.46%；在二维 S 形重构对比中，典型三阵列 FBG 方法与双阵列 FBG 方

法的远端重构误差分别为 0.108 mm 与 0.173 mm，最大相对误差分别为 0.22%与 0.35%。由图 6 与图 7 重构示例可知，虽然双阵列 FBG 方法重构误差高于典型三阵列 FBG 方法，但差距较小。

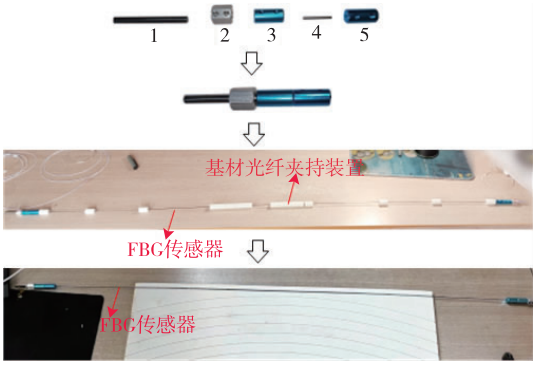
3 FBG 形状传感实验

3.1 FBG 形状传感器制作

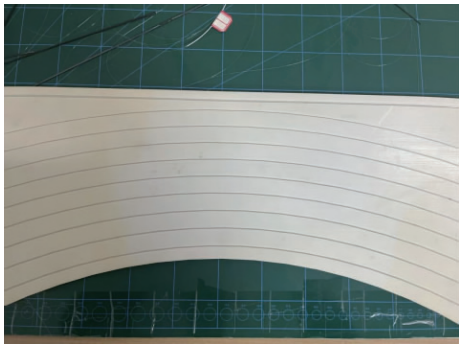
FBG 形状传感器如图 8 所示，采用直径为 1 mm 的镍钛合金丝作为形状传感器基材，等间隔 120°粘贴 3 根 FBG 传感阵列，FBG 阵列上等间距分布 5 个 FBG 传感器，FBG 栅区长为 13 mm，各检测点间隔为 113 mm，柔性杆的总长度为 465 mm。利用 3D 打印技术设计了基材-光纤夹持装置。夹持装置如图 8(a)所示，用于控制 FBG 粘贴位置。图 8(b)为传感器封装过程，组件 1 为碳钢轴，用于连接组件 2 和组件 3；组件 2 为六边形轮毂螺母，用于控制传感器的弯曲方向；组件 3 为碳钢轴连接器，用于连接组件 1、组件 2 和组件 4；组件 4 为碳钢轴，用于连接组件 3 和组件 5；组件 5 用于连接组件 4 和钛镍合金丝。将镍钛合金丝插入基材-光纤夹持装置，然后将其两端固定，从两端穿入 FBG 阵列。基材和 FBG 阵列固定好之后，利用环氧树脂将其粘贴在镍钛合金丝表面，从最中间的光栅位置开始涂胶，当胶水凝固后再将夹持装置向两端滑动，直到涂胶完成，实物如图 8(b)下半部分所示。最后取下夹持装置，传感器封装完成。图 8(c)为曲率标定板，标定板上



(a) 基材-光纤夹持装置



(b) FBG形状传感器



(c) 曲率标定板

图 8 传感器封装及标定板示意图

刻有曲率为 2，5/3，10/7，5/4，10/9，1 m^{-1} 的标准圆弧凹槽，将传感器固定在不同曲率的圆弧凹槽获得不同的弯曲形状。

实验设置如图 9 所示，旋转传感器两端的螺母，将传感器依次固定在不同曲率的标定板凹槽内，记录不同形状的三维坐标作为真实形状，利用解调仪获取 FBG 的中心波长并进行数据处理。

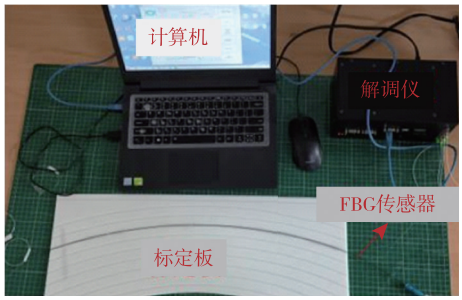


图 9 实验系统实物照片

3.2 实验结果与分析

对解调仪采集到的中心波长数据进行处理，获得中心波长漂移量 $\Delta\lambda$。利用典型三阵列 FBG 模型，即由公式(4)与公式(8)计算出曲率；利用双阵列 FBG 模型，即由公式(14)与公式(15)计算曲率，分别代入形状重构算法并比较结果。以曲率为 1 m^{-1} 的弧形为例，重构结果对比如图 10 所示。典型三阵列 FBG 方法重构形状与双阵列 FBG 方法重构形状的远端重构误差分别为 15.911 1 和 18.997 mm，最大相对误差分别为 3.42%和 4.08%。所有曲率圆弧的形状重构结果如表 1 所示。

由表 1 可知，在弧形重构效果对比中，与典型三阵列 FBG 方法相比，双阵列 FBG 方法的远端位置误差最大相差 3.086 mm，最小相差 0.699 mm，相对误差差距最大相差 0.66%，最小相差 0.15%。

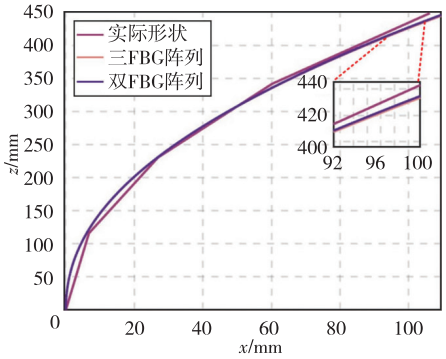


图 10　实验形状重构对比示例

表 1　实验形状重构远端误差

曲率/m^{-1}	典型三阵列 FBG 方法		双阵列 FBG 方法	
	远端位置误差/mm	最大相对误差/%	远端位置误差/mm	最大相对误差/%
2.00	15.911	3.42	18.997	4.08
1.67	11.570	2.49	13.742	2.95
1.43	10.632	2.29	12.264	2.63
1.25	10.873	2.34	11.765	2.53
1.11	10.148	2.18	11.257	2.42
1.00	5.924	1.27	6.623	1.42

实验结果表明，相较于典型三阵列 FBG 方法，本文方法的远端位置误差平均增加了 1.6 mm，相对误差平均增加了 0.34%，但仅使用两根 FBG 阵列，误差差距较小，验证了本文方法的可行性。

4　结论

本文基于 FBG 形状传感原理，推导了传感器截面 FBG 曲率与中心波长漂移的关系，建立了双阵列 FBG 曲率和弯曲方向的模型。与典型三阵列 FBG 方法相比，该方法仅使用双 FBG 阵列即可实现传感器的形状重构，解决了某一阵列检测点失效的问题。利用有限元仿真和 FBG 形状传感实验对所提方法进行了验证，相较于典型三阵列 FBG 方法，采用双阵列 FBG 方法计算曲率重构仿真弧形、仿真 S 形、实验弧形的远端位置平均误差仅增长了 0.453，0.065，1.6 mm；相对误差仅增长了 0.9%，0.13%，0.34%。

参考文献：

[1] 杨　洋，孔令宇，蔡伟康，等. 光纤形态传感器研究进展[J]. 半导体光电，2022，43(4)：642-654.
Yang Yang，Kong Lingyu，Cai Weikang，et al. Research progress of fiber optic shape sensor [J]. Semiconductor Optoelectronics，2022，43(4)：642-654.

[2] 王　宇，肖　迪，牛洋洋，等. 基于光频域反射仪的光纤水听器探头结构形变研究[J]. 光学学报，2023，43(5)：242-250.
Wang Yu，Xiao Di，Niu Yangyang，et al. Structural deformation of fiber optic hydrophone probe based on optical frequency domain reflectometry[J]. Acta Optica Sinica，2023，43(5)：242-250.

[3] Chen N，Fang X，Feng H，et al. Scraper conveyor shape sensing technology based on orthogonal optical fiber strain[J]. Measurement Science and Technology，2023，34(12)：125103.

[4] Meng Y，Bi Y，Xie C，et al. Application of fiber optic sensing system for predicting structural displacement of a joined-wing aircraft[J]. Aerospace，2022，9(11)：661.

[5] 张　赫，李海铭，张佳闪，等. 面向腔镜微创手术的连续体机械手关键技术与研究进展[J]. 机械工程学报，2023，59(19)：44-64.
Zhang He，Li Haiming，Zhang Jiashan，et al. Key technologies and research progress of continuum manipulators for minimally invasive laparoscopic surgery [J]. Journal of Mechanical Engineering，2023，59(19)：44-64.

[6] 苑立波，童维军，江　山，等. 我国光纤传感技术发展路线图[J]. 光学学报，2022，42(1)：0100001.
Yuan Libo，Tong Weijun，Jiang Shan，et al. Road map of fiber optic sensor technology in China[J]. Acta Optica Sinica，2022，42(1)：0100001.

[7] Liu H L，Zhu Z W，Zheng B，et al. Experimental study on an FBG strain sensor[J]. Optical Fiber Technology，2018，40：144-151.

[8] 娄小平，陈仲卿，庄　炜，等. 非正交 FBG 柔杆空间形状重构误差分析及标定[J]. 仪器仪表学报，2017，38(2)：386-393.
Lou Xiaoping，Chen Zhongqing，Zhuang Wei，et al. Error analysis and calibration for FBG shape reconstruction based on non-orthogonal curvatures [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument，2017，38(2)：386-393.

[9] Khan F，Donder A，Galvan S，et al. Pose measurement of flexible medical instruments using fiber Bragg gratings in multi-core fiber[J]. IEEE Sensors Journal，2020，20(18)：10955-10962.

[10] 何超江，何彦霖，骆　飞，等. 引入应变灵敏度矩阵的探针形状光纤测量方法[J]. 红外与激光工程，2021，50(12)：410-418.
He Chaojiang，He Yanlin，Luo Fei，et al. Needle shape optical fiber measurement method introducing strain sensitivity matrix [J]. Infrared and Laser Engineering，2021，50(12)：410-418.

[11] Tan T，Xie Y，Duan C，et al. Self-calibration method of optical fiber shape sensor placement angle deviation based on GA[J]. Measurement，2022，202：111844.

[12] Zhang L，Li C，Dong H，et al. Fiber Bragg grating-based sensor system for sensing the shape of flexible needles[J]. Measurement，2023，206：112251.

[13] 李天梁，宋珍珍，陈发银，等. 光纤光栅与人工智能融合的

形状自感知穿刺针[J]. 光学精密工程, 2023, 31(2): 160-167.

Li Tianliang, Song Zhenzhen, Chen Fayin, et al. Fiber Bragg grating and artificial intelligence fusion for shape self-sensing puncture needle[J]. Optics and Precision Engineering, 2023, 31(2): 160-167.

[14] 王春霞, 刘云朋. 基于角度偏差自校正的光纤形状传感结构设计[J]. 半导体光电, 2024, 45(1): 130-136.

Wang Chunxia, Liu Yunpeng. Design of fiber shape sensing structure and angle deviation self-correction algorithm [J]. Semiconductor Optoelectronics, 2024, 45(1): 130-136.

[15] 孙广开, 张兴硕, 何彦霖, 等. 面向连续体机器人精密操作的多芯光纤三维形状与位置测量误差研究[J]. 机械工程学报, 2024, 60(3): 68-82.

Sun Guangkai, Zhang Xingshuo, He Yanlin, et al. Measurement error of 3D shape and position of multi-core optical fiber for precision operation of continuum robots[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2024, 60(3): 68-82.

作者简介:

尚秋峰(1968—),女,博士,教授,主要研究方向为光电子与光传感;

向方宇(2000—),男,硕士研究生,主要研究方向为光电子与光传感。