光电技术及应用

DOI: 10.16818/j.issn1001－5868.20241101001

基于减法构造搜索算法的新颖8环QC-LDPC码构造方法

袁建国*，杨　婷，伏博文，熊龙宇
（重庆邮电大学 光电工程学院，重庆 400065）

摘　要： 针对准循环低密度奇偶校验（Quasi-Cyclic Low-Density Parity-Check，QC-LDPC）码中存在的短环结构会严重影响码字纠错性能的问题，文章提出一种基于减法构造搜索算法的新颖8环QC-LDPC码构造方法。该方法利用减法构造（Subtraction Construction，SC）的搜索算法来构造围长至少为8的QC-LDPC码。具体实现过程为：首先采用Golomb Ruler序列确定指数矩阵的首行元素，继而通过SC搜索算法迭代生成后续元素，最终构造出满足无4，6环约束条件的指数矩阵，并据此生成奇偶校验矩阵。仿真结果表明，当误码率为1×10^{-6}时，相较于同码率、码长的QC-LDPC基准编码方案，所提出的SC-QC-LDPC码在码长为1 200和3 600时的净编码增益分别最小能改善0.23和0.12 dB，展现出优异的纠错性能。此外，该构造方法兼具码长和码率配置灵活性和较低的计算复杂度优势。

关键词： 准循环低密度奇偶校验码；减法构造；搜索算法；净编码增益
中图分类号： TN911.22　**文章编号：** 1001－5868(2025)02－0336－06

Novel Construction Method Using QC-LDPC Codes with Girth-8 Based on Search Algorithm of Subtraction Construction

YUAN Jianguo, YANG Ting, FU Bowen, XIONG Longyu
(**School of Optoelectronic Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, CHN**)

Abstract: Short-cycle structures in quasi-cyclic low-density parity-check (QC-LDPC) codes can significantly degrade error correction. Thus, a novel construction method using QC-LDPC codes with girth-8 based on the search algorithm of the subtraction construction (SC) is proposed in this study. This method employs the search algorithm of the SC to design QC-LDPC codes with a girth of at least 8. In the construction method, the first row is first fixed based on the Golomb Ruler sequence, whereas the subsequent two rows are derived using the search algorithm of the SC. This results in the formation of an exponent matrix that satisfies the condition without girth-4 and girth-6, thus yielding the parity-check matrix. Simulation results show that, compared with other QC-LDPC codes of the same code rate and length, the constructed SC-QC-LDPC code can improve the minimum net coding gains of 0.23 and 0.12 dB for code lengths of 1 200 and 3 600, respectively, at a bit error rate of 10^{-6}. This shows that the proposed construction method performs better at improving the error-correction performance. Furthermore, it allows the selection of various code lengths and

收稿日期：2024－11－01.
基金项目：国家自然科学基金项目（U21A20447，61971079）.
* **通信作者：**袁建国

rates while maintaining low computational complexity.

Key words: quasi-cyclic low-density parity-check codes; subtraction construction; search algorithm; net coding gain

0 引言

随着无线通信技术不断进步，数据传输速率、系统复杂度和可靠性方面的需求逐渐提高。信道编码技术已成为增强通信系统性能的关键技术之一[1]，其中，准循环低密度奇偶校验码（Quasi-Cyclic Low-Density Parity-Check Codes, QC-LDPC）作为一种重要的前向纠错编码技术，其凭借优异的性能和相对较低的编解码复杂度，在无线通信、数字视频和存储系统等多个领域得到广泛应用[2-3]。

QC-LDPC码是LDPC码的一种重要变体，通过引入循环移位的方法，显著提升了编码与解码的效率[4-5]。在QC-LDPC码中，校验矩阵被分成多个子矩阵，每个子矩阵都是一个循环移位矩阵。这种结构不仅便于存储和寻址，还极大降低了LDPC码的编译码复杂度[6-7]。同时，QC-LDPC码具有接近香农限的性能，具备低差错平层、高并行译码和较快译码速度，适用于高吞吐量和低时延的系统[8-9]。

LDPC是一类主要的容量逼近码，可用稀疏的奇偶校验矩阵来描述[10]。Tanner图是用校验矩阵表示LDPC码的最重要的模型之一[6]。已知Tanner图的最短周期长度即周长会影响码的性能和纠错，一般来说，周长大、短环数少的LDPC码具有较好的性能[6]。在文献[8]中，基于Sidon序列的代数构造的QC-LDPC码，首先是结合分割算法搜索合适的Sidon序列之后，再结合代数构造校验矩阵，虽然Sidon序列的选择相对灵活，但构造QC-LDPC码时，仍需满足一定的数学条件（如最大公约数条件、分割算法的限制等），这在一定程度上限制了码长和码率的灵活性。在文献[11]中，QC-LDPC码的构造方法基于不规则原模图，通过设计基础图并应用循环提升技术扩展成校验矩阵，同时采用分层搜索算法来避免在Tanner图中形成有害的基本陷阱集，特别是无叶基本陷阱集（Leafless Elementary Trapping Sets, LETS），以降低误码率。然而，该方法在识别和避免所有潜在有害LETS的结构时过程复杂，且构造的码字无法完全消除6环。

对于QC-LDPC码中短环存在会严重影响纠错性能的问题，本文利用减法构造结合搜索方法构造出一种围长至少为8的QC-LDPC码。该方法能够灵活选择码长和码率，构造过程简洁明了，具有较低的计算复杂度，不仅利于硬件的有效实现，还成功规避了显著的错误平层问题。

1 QC-LDPC码的构造

QC-LDPC码的构造原理主要基于低密度奇偶校验码的稀疏校验矩阵特性，并通过引入循环移位矩阵来进一步降低编解码的复杂度[4]。循环移位矩阵（Circulant Permutation Matrices, CPMs）和零矩阵（Zero Matrices, ZMs）可以用来表示奇偶校验矩阵$\boldsymbol{H}$。其中，循环移位值构成指数矩阵（Exponent Matrix, EM），可以用$\boldsymbol{E}$来表示，即：

$$\boldsymbol{E}=\begin{bmatrix} e_{0,0} & e_{0,1} & \cdots & e_{0,j-1} \\ e_{1,0} & e_{1,1} & \cdots & e_{1,j-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{i-1,0} & e_{i-1,1} & \cdots & e_{i-1,j-1} \end{bmatrix}_{J\times L} \tag{1}$$

式中，$e_{i,j}\in\{-1,0,1,2,\cdots,s-1\}$，$0\leqslant i\leqslant J$，$0\leqslant j\leqslant L$。

其对应的奇偶检验矩阵$\boldsymbol{H}$如公式（2）所示：

$$\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix} I^{(e_{0,0})} & I^{(e_{0,1})} & \cdots & I^{(e_{0,j-1})} \\ I^{(e_{1,0})} & I^{(e_{1,1})} & \cdots & I^{(e_{1,j-1})} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I^{(e_{i-1,0})} & I^{(e_{i-1,1})} & \cdots & I^{(e_{i-1,j-1})} \end{bmatrix}_{Js\times Ls} \tag{2}$$

式中，$e_{i,j}$为CPMs的循环移位值，$I^{(e_{i,j})}$为大小为$s\times s$的循环移位矩阵或者零矩阵。当$e_{i,j}=-1$时，$I^{(e_{i,j})}$为零矩阵，当$e_{i,j}=0$时，$I^{(e_{i,j})}$为恒等矩阵，当$e_{i,j}\neq-1$且$e_{i,j}\neq0$时，$I^{(e_{i,j})}$为向右循环移位$e_{i,j}$次的恒等矩阵。

由上述QC-LDPC码的构造过程可知，一个合适的指数矩阵是构建QC-LDPC码的关键步骤。通过指数矩阵可清晰简洁地表示QC-LDPC码的奇偶校验矩阵形式。具体来说，每个指数矩阵的元素通过扩展P阶即可直接构建出奇偶校验矩阵$\boldsymbol{H}$，这里的P即为扩展因子。校验矩阵中存在的环结构，则可通过指数矩阵中的相应移位系数来表示。

在QC-LDPC码的Tanner图中，环的构成是始于某一节点，顺着相连的边逐一探访相邻节点，确

保每条边仅被经过一次，最终重返起始节点，如此便构成了一个闭合的环状路径[5]。短环的存在会显著降低LDPC码的译码性能。迭代译码时，信息在节点间传递。短环会导致信息在环内不断循环，节点信息累加，造成重复计算，增加译码失败的概率。环长越短，信息循环越快，译码失败率越高。在QC-LDPC码的设计过程中，通过优化校验矩阵的设计，避免短环的产生，可以进一步提升LDPC码的纠错能力和传输效率。

在环长定理中，明确给出了指数中存在长度为$2n$的环的充分必要条件，其中循环移位值通过变量$e(i,j)$来表示。

环长定理[7]：若QC-LDPL(J,L)码存在$2n$环，则其指数矩阵$\boldsymbol{E}$中的元素满足公式(3)：

$$\sum_{k=0}^{n-1}(e(i_l,j_l)-e(i_l,j_l+1))\equiv 0(\mathrm{mod}\,P) \quad (3)$$

式中，$j_0=j_L$，$i_l\neq i_{l+1}$，$j_l\neq j_{l+1}$，$0\leqslant i_l<J$，$0\leqslant j_l<L$，其中，$0\leqslant l\leqslant n-1$。

2 Golomb Ruler

Golomb Ruler是一种基于特定非负整数集合构造的数学工具，能在多个工程及通信领域提供精确测量与编码方案，其定义核心在于集合中任意两数之差均唯一，形成类似标尺上刻度不重复的特性。这组整数中每一个元素被称为一个“标记”，而整个集合中元素的数量被定义为该Golomb Ruler的“阶数”。此外，集合中任意两个标记之间的最大距离值，则被称为该Golomb Ruler的“长度”[10]。在构建或讨论Golomb Ruler时，通常会设定一个特定的起始标记，此时，该尺的长度即为所有标记中数值最大的那一个。若不存在另一个同阶数的且长度更短Golomb Ruler，那么当前这个Golomb Ruler就被视为最优的。在给定阶数n的条件下，旨在设计出长度尽可能短的最优Golomb Ruler。

3 减法构造

构造3行，L列的指数矩阵，第一行和第一列的数值固定为0后，只需要处理第2行和第3行的数，在整数序列中取集合$d=\{d_0,d_1,\cdots,d_{L-1}\}$作为第二行，且$d_0<d_1<\cdots<d_{L-1}$，根据公式(4)[7]得到第三行，构成指数矩阵$\boldsymbol{E}$，如公式(5)所示：

$$\begin{aligned}
m_{2,1}&=m_{2,0}+m_{1,1}+(\max\{m_{1,1},m_{1,2},\cdots,m_{1,L-1}\}-m_{1,0}\}\\
m_{2,L-1}&=m_{2,L-2}+m_{1,L-1}+(\max\{m_{1,1},m_{1,2},\cdots,m_{1,L-1}\}-m_{1,1}\}\\
m_{2,t}&=m_{2,t-1}+m_{1,t}+(\max\{m_{1,1},m_{1,2},\cdots,m_{1,L-1}\}-m_{1,t}\}
\end{aligned} \quad (4)$$

式中，$1<t<L-1$。

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{H})=\begin{bmatrix}0 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & m_{1,1} & \cdots & m_{1,L-1}\\ 0 & m_{2,1} & \cdots & m_{2,L-1}\end{bmatrix} \quad (5)$$

4 一种基于减法构造的QC-LDPC码构造方法

4.1 构造方法

首先需要构造一个行数为3，列数为L的指数矩阵$\boldsymbol{E}$。在此矩阵中，将第一行固定为Golomb Ruler序列，再通过一种基于减法构造的搜索方法来确定指数矩阵的第二行和第三行，具体的构造步骤如下：

步骤①：根据所需构造的码长码率，来确定扩展因子P的值。

步骤②：在Golomb Ruler序列中选取L个元素，构造出集合$a=\{a_0,a_1,\cdots,a_{L-1}\}$，其中$a_0<a_1<\cdots<a_{L-1}$。

步骤③：结合环长定理，根据公式(4)设计一种搜索算法来构造序列，构造出集合$b=\{b_0,b_1,\cdots,b_{L-1}\}$作为第2行，由集合$b$通过减法构造得到集合$c=\{c_0,c_1,\cdots,c_{L-1}\}$作为第3行，其中$b_0<b_1<\cdots<b_{L-1}$，$c_0<c_1<\cdots<c_{L-1}$，由于减法构造的特殊性质，当$P>(L-1)\max\{e_{1,1},e_{1,2},\cdots,e_{1,L-1}\}$时，第2行和第3行之间不存在4环，4环如图1所示，由于第一行固定为Golomb Ruler序列，在算法搜索中结合环长定理得到的指数矩阵$\boldsymbol{E}$不存在4，6环。

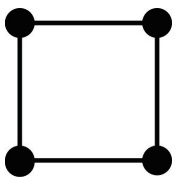


图1 四环结构

证明：第2行和第3行需满足公式(6)时有4环。

$$e_{1,i}-e_{1,j}+e_{2,j}-e_{2,i}\equiv 0(\mathrm{mod}P) \quad (6)$$

式中，$j>i$。

由公式(4)可知，第3行的元素由第2行得到，因此公式(4)代入公式(6)可以得到公式(7)，即：

当$0<i<j<L-1$时，

$$\begin{aligned}&e_{1,i}-e_{1,j}+e_{2,j-1}+e_{1,j}+\\&(\max\{e_{1,1},e_{1,2},\cdots,e_{1,L-1}\}-e_{1,j})-e_{2,i-1}+\\&e_{1,i}+(\max\{e_{1,1},e_{1,2},\cdots,e_{1,L-1}\}-e_{1,i})\equiv\\&0(\mathrm{mod}P)\end{aligned}\tag{7}$$

化简得到公式(8)：

$$e_{2,j-1}-e_{2,i-1}\equiv 0(\mathrm{mod}P)\tag{8}$$

由于减法构造的特殊性质，第2行和第3行是两个大于0的递增序列，可以推导出公式(9)：

$$e_{2,j-1}-e_{2,i-1}\neq 0\tag{9}$$

当$0<i<j=L=1$时，重复以上步骤代入公式(4)，得到公式(10)：

$$\begin{aligned}&e_{1,i}-e_{1,L-1}+e_{2,L-2}+e_{1,L-1}+\\&(\max\{e_{1,1},e_{1,2},\cdots,e_{1,L-1}\}-e_{1,1}\}-e_{2,i-1}-\\&e_{1,i}-(\max\{e_{1,1},e_{1,2},\cdots,e_{1,L-1}\}-e_{1,i}\}\equiv\\&0(\mathrm{mod}P)\end{aligned}\tag{10}$$

化简得到公式(11)：

$$e_{2,L-2}-e_{1,1}+e_{1,i}-e_{2,i-1}\equiv 0(\mathrm{mod}P)\tag{11}$$

因为减法构造的特殊性质，第2行和第3行是两个大于0的递增序列，可以推导出公式(12)：

$$e_{2,L-2}-e_{1,1}+e_{1,i}-e_{2,i-1}\neq 0\tag{12}$$

综上所述，第2行和第3行之间不存在4环。此外，通过数学归纳法可以得到，当$P>(L-1)\max\{e_{1,1},e_{1,2},\cdots,e_{1,L-1}\}$时，第2行和第3行没有4环。

步骤④：将指数矩阵$\boldsymbol{E}$中的0元素用$P\times P$大小的恒等矩阵替换，非0元素用大小为$P\times P$的恒等矩阵向右循环移位对应循环移位数值后替换，扩展后得到大小为$3P\times LP$的奇偶校验矩阵$\boldsymbol{H}$。

4.2　避免4,6环的搜索算法

算法流程：

步骤①：已知P的大小，根据指数矩阵的大小选取Golomb Ruler的阶和数，固定为指数矩阵的第一行。当$P>(L-1)\max\{e_{1,1},e_{1,2},\cdots,e_{1,L-1}\}$时，第2行和第3行没有4环来设置一个合适的搜索区间。

步骤②：在搜索区间中通过搜索算法先确定集合b的数，确定好集合b的数后再通过公式(4)计算得到集合c的数，构成指数矩阵$\boldsymbol{E}$。由于减法构造的特殊性质，第2行和第3行不存在4环，只需要保证第2行和第3行与第1行不存在4环，若存在则继续搜索，若不存在则确定集合b。

步骤③：通过搜索算法检测步骤②中所得指数矩阵是否满足当$n=3$时的环长定理，即是否存在6环(6环的形状如图2所示)，若存在6环则重复步骤②，若不存在就确定集合b，进而得到指数矩阵$\boldsymbol{E}$。

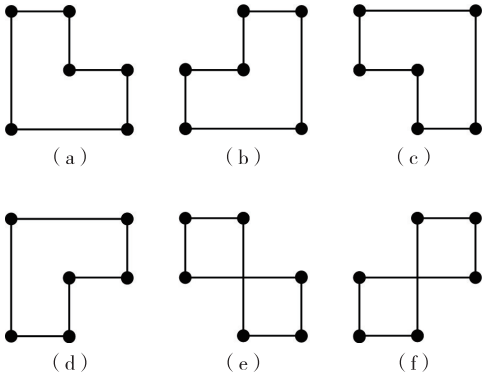


图2　6种6环结构

5　仿真结果与性能分析

使用Matlab仿真平台，对构造的SC-QC-LDPC码纠错性能进行仿真测试。在测试中，选用二进制移相键控(Binary Phase Shift Keying，BPSK)作为调制方法，确保信号能够稳定通过加性高斯白噪声(Additive White Gaussian Noise，AWGN)信道进行传输。采用置信传播(Belief Propagation，BP)算法来译码，并在权衡译码复杂度和码字纠错性能后，将解码迭代次数设定为50次。

考虑行重$L=6$，列重$J=3$，固定第一行序列为$a_5=\{0,1,4,11,26,32\}$，扩展因子P值为200，z取40，为减少搜索复杂度，序列前两个数的搜索区间定为[1,10]，后三个数的搜索区间定为[11,40]，得到序列$b_5=\{0,9,10,13,22,35\}$和$c_5=\{0,44,79,114,149,210\}$分别作为指数矩阵的第2行和第3行。得到指数矩阵$\boldsymbol{E}$如公式(13)所示：

$$\boldsymbol{E}=\begin{bmatrix}0(\mathrm{mod}P) & 1(\mathrm{mod}P) & 4(\mathrm{mod}P) & 11(\mathrm{mod}P) & 26(\mathrm{mod}P) & 32(\mathrm{mod}P)\\0(\mathrm{mod}P) & 9(\mathrm{mod}P) & 10(\mathrm{mod}P) & 13(\mathrm{mod}P) & 22(\mathrm{mod}P) & 35(\mathrm{mod}P)\\0(\mathrm{mod}P) & 44(\mathrm{mod}P) & 79(\mathrm{mod}P) & 114(\mathrm{mod}P) & 149(\mathrm{mod}P) & 210(\mathrm{mod}P)\end{bmatrix}\tag{13}$$

通过循环移位扩展指数矩阵$\boldsymbol{E}$，可以构造出一个码长为1 200的QC-LDPC码，命名为SC-QC-

LDPC(1 200,600)码。为评估其性能,将所构造的SC-QC-LDPC(1 200, 600)码与以下三种QC-LDPC码在相同的仿真环境下进行对比分析:第一种是文献[8]中提及的利用置换和分段从Sidon序列中挑选元素设计的规则SS-QC-LDPC(1 200, 600)码,其环长为8;第二种是文献[9]种基于不相交差分集(Disjoint Difference Sets, DDS)结合简单的加法运算构造的DDS-QC-LDPC(1 200, 600)码,同样具有8的环长;第三种则是文献[10]中结合Golomb Ruler序列与搜索算法构造的GR-QC-LDPC(1 200,600)码,环长也为8。仿真对比的结果如图3所示。

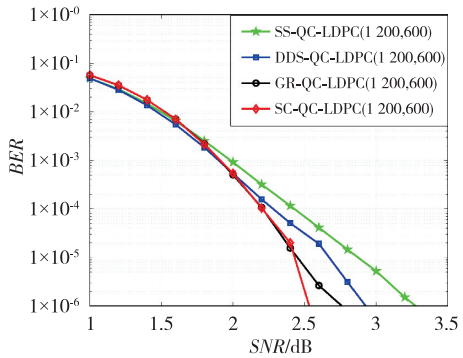


图3 SC-QC-LDPC(1 200,600)码与其他码字的性能对比

当码率为0.5时,图3展示多种QC-LDPC码的误码率(Bit Error Rate, BER)随信噪比变化的仿真结果。通过观察图3中的SC-QC-LDPC(1 200, 600)码对应的曲线可以看出,随着信噪比的增加,误比特率急剧减小,说明所构造的码字有更明显的瀑布区,没有出现错误平层现象,其纠错性能更好。当*BER*为1×10^{-6}时,所设计的SC-QC-LDPC(1 200,600)码相较于GR-QC-LDPC(1 200,600)码、DDS-QC-LDPC(1 200,600)码以及SS-QC-LDPC(1 200,600)码,分别实现了约0.23,0.39和0.74 dB的净编码增益提升。

为进一步说明所提出方法构造码长码率的灵活性,构造一个码率为0.67,码长为3 600的QC-LDPC码,记为SC-QC-LDPC(3 600,2 400),固定第一行序列为$a_8=\{0,5,7,17,52,56,67,80,81\}$,扩展因子$P$取400,$z$取50,为进一步减少搜索复杂度,第2行序列的,除0以外前两个数在[1,10]的区间内进行搜索,中间三个数在[11,40]的区间内进行搜索,最后三个数在[41,50]的区间进行搜索,得到序列$b_8=\{0,8,9,11,26,38,43,45,47\}$和$c_8=\{0,55,102,149,196,243,290,337,423\}$分别作为指数矩阵第2行和第3行。其指数矩阵$E$为:

$$E=\begin{bmatrix}0(\mathrm{mod}\,P) & 5(\mathrm{mod}\,P) & 7(\mathrm{mod}\,P) & 17(\mathrm{mod}\,P) & 52(\mathrm{mod}\,P) & 56(\mathrm{mod}\,P) & 67(\mathrm{mod}\,P) & 80(\mathrm{mod}\,P) & 81(\mathrm{mod}\,P)\\ 0(\mathrm{mod}\,P) & 8(\mathrm{mod}\,P) & 9(\mathrm{mod}\,P) & 11(\mathrm{mod}\,P) & 26(\mathrm{mod}\,P) & 38(\mathrm{mod}\,P) & 43(\mathrm{mod}\,P) & 45(\mathrm{mod}\,P) & 47(\mathrm{mod}\,P)\\ 0(\mathrm{mod}\,P) & 55(\mathrm{mod}\,P) & 102(\mathrm{mod}\,P) & 149(\mathrm{mod}\,P) & 196(\mathrm{mod}\,P) & 243(\mathrm{mod}\,P) & 290(\mathrm{mod}\,P) & 337(\mathrm{mod}\,P) & 423(\mathrm{mod}\,P)\end{bmatrix} \quad (14)$$

图4展示多种QC-LDPC码的*BER*与信噪比之间的仿真性能对比。根据图4的显示结果,当*BER*为1×10^{-6}时,所设计的SC-QC-LDPC(3 600,2 400)码相较于其他几种码型表现出显著优势。具体而言,与DDS-QC-LDPC(3 600,2 400)码、文献[11]中基于原图构造的非规则LETS-QC-LDPC(3 600,2 400)码,以及文献[12]中基于Golomb Ruler序列的规则GRS-QC-LDPC(3 600,2 400)码相比,分别实现了约0.12,0.34和0.41 dB的净编码增益提升。

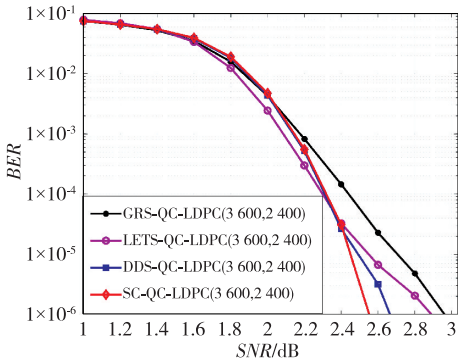


图4 SC-QC-LDPC(3 600,2 400)码与其他码字的性能对比

6 复杂度分析

QC-LDPC码的构造复杂度与其构造方式及码字的长度有关。在同码率码长的情况下,本文与其他对比文献构造码字所用的生成矩阵编码具有相同的计算复杂度,但构造指数矩阵的方法不同,故对这部分的计算复杂度进行分析(如表1所示)。所构造的QC-LDPC码是固定第1行序列为Golomb Ruler序列,再基于减法构造结合搜索算法得到第2行和第3行,即得到指数矩阵,其计算复杂度为$O(ij)$,其中,i和j分别为指数矩阵的行数和列数。文献[8]中,利用Sidon序列选取两个没有交集的子集作为前2行,第3行由前2行相加即得到校验矩阵,其计算复杂度为$O((i-1)j)$。在文献[9]中,通过利用DDS的特性结合搜索算法进行简单的加法

运算，从而得到围长至少为8的QC-LDPC码，计算复杂度为$O(j^4)$。在文献[10]中，首先固定第2行序列，利用搜索方法搜索第3行序列，其计算复杂度为$O(ijQ)$，其中，Q为循环置换矩阵的维数。在文献[11]中，QC-LDPC码的构造方法基于不规则原模图，通过设计基础图并应用循环提升技术扩展成校验矩阵，同时采用分层搜索算法以避免在Tanner图中形成有害的基本陷阱集，特别是无叶基本陷阱集。其计算复杂度为$O(mn)$，m和n分别为校验矩阵的行数和列数，该方法在识别和避免所有潜在有害LETS的父结构时过程复杂，且构造的码字无法完全消除6环且复杂度高于本文构造的码字。在文献[12]中，第1行由Golomb Ruler中的元素构成，第2行和第3行分别为第1行元素中的2倍和3倍，即构成指数矩阵，其计算复杂度$O(j)$。由对比分析可知，本文计算复杂度相对较低，且其构造码字同其他对比文献相比误码性能更好。

表1　本文与其他比较文献的构造复杂度

不同文献	复杂度
本文	$O(ij)$
文献[8]	$O((i-1)j)$
文献[9]	$O(j^4)$
文献[10]	$O(ijQ)$
文献[11]	$O(mn)$
文献[12]	$O(j)$

7　结论

本文基于减法构造的搜索算法提出一种QC-LDPC码的构造方法，该方法构造的校验矩阵不含4，6环，其环长至少达到8，并且码长可根据扩展因子P进行灵活调整。仿真结果验证，在同等条件下，所设计的SC-QC-LDPC(1 200，600)码与SC-QC-LDPC(3 600，2 400)码，相较于本文对比的其他同码率、同码长的码字而言，在净编码增益方面均有显著的提升，表明在相同的传输条件下，该码字能够更有效地抵抗噪声干扰，实现更可靠的通信。同时，该码字还具备更加优异的纠错能力，能够在误码率较高的情况下依然保持较低的误帧率，从而确保通信质量。此外，所设计的避免4，6环的搜索算法，不仅有效消除了对纠错性能有害的4，6环结构，还在一定程度上降低了计算复杂度。

参考文献：

[1] Hong S, Ke J, Wang L. Global design of double protograph LDPC codes for joint source-channel coding [J]. IEEE Communications Letters, 2023, 27(2): 424-427.

[2] 张晓芳，黎　勇. GPU的QC-LDPC码译码器设计与实现[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2021, 33(4): 577-583.
Zhang Xiaofang, Li Yong. Design and implementation of QC-LDPC decoder based on GPU [J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2021, 33(4): 577-583.

[3] Majdzade M, Gholami M. On the class of high-rate QC-LDPC codes with girth 8 from sequences satisfied in GCD condition[J]. IEEE Communications Letters, 2020, 24(7): 1391-1394.

[4] Tao X, Chen X, Wang B. On the construction of QC-LDPC codes based on integer sequence with low error floor[J]. IEEE Communications Letters, 2022, 26(10): 2267-2271.

[5] Amirzade F, Sadeghi M R, Panario D. QC-LDPC codes with large column weight and free of small size ETSs[J]. IEEE Communications Letters, 2022, 26(3): 500-504.

[6] 袁建国，孙乐乐，范福卓，等. 基于等差数列与原模图的QC-LDPC码构造方法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2019, 31(5): 649-654.
Yuan Jianguo, Sun Lele, Fan Fuzhuo, et al. Construction method of QC-LDPC codes based on the arithmetic progression and protograph[J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2019, 31(5): 649-654.

[7] 袁建国，蒯家松，张帅康. 基于Stanley序列的QC-LDPC码新颖构造方法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2023, 35(3): 427-433.
Yuan Jianguo, Kuai Jiasong, Zhang Shuaikang. Novel construction method on QC-LDPC codes based on the Stanley sequence [J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2023, 35(3): 427-433.

[8] Zhang L, Wang J. Construction of QC-LDPC codes from Sidon sequence using permutation and segmentation[J]. IEEE Communications Letters, 2022, 26(8): 1710-1714.

[9] Zhang G, Ni M, Hu Y, et al. Quasi-cyclic LDPC codes with girth at least eight based on disjoint difference sets[J]. IEEE Communications Letters, 2023, 27(1): 55-59.

[10] 袁建国，刘雯漪，宋万闯，等. 基于Golomb Ruler的QC-LDPC码构造方法[J]. 半导体光电, 2024, 45(4): 675-680.
Yuan Jianguo, Liu Wenyi, Song Wanchuang, et al. Construction method of QC-LDPC codes based on Golomb Ruler[J]. Semiconductor Optoelectronics, 2024, 45(4): 675-680.

[11] Karimi B, Banihashemi A H. Construction of irregular protograph-based QC-LDPC codes with low error floor[J]. IEEE Transactions on Communications, 2021, 69(1): 3-18.

[12] Kim I, Song H Y. A construction for girth-8 QC-LDPC codes using Golomb Rulers[J]. Electronics Letters, 2022, 58(15): 582-584.

作者简介：

袁建国(1968－)，男，重庆市人，博士，教授，硕士生导师，主要研究方向为通信系统中LDPC码与极化码编译码技术以及OFDM技术。