光电技术及应用

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.20250530001

基于直方图增强策略的Gm-APD激光雷达三维重构算法

卢　杰[1]，孙剑峰[2]，孙世航[2]，刘　锋[1]，崔大健[1,3]*

（1. 重庆光电技术研究所，重庆 401332；2. 哈尔滨工业大学 光电子技术研究所 激光空间信息国家级重点实验室，哈尔滨 150001；3. 量子信息芯片与器件重庆市重点实验室，重庆 401332）

摘　要： 在基于盖革模式雪崩光电二极管（Geiger mode Avalanche Photo Diode，Gm-APD）的激光成像雷达三维重构算法中，目标还原度、图像信噪比等性能指标受统计帧数的影响较大。通常，增加统计帧数能够改善重构效果，但也会降低成像实时性，而较少的统计帧数则会导致目标缺失及图像信噪比低。针对少帧数下的三维重构问题，文章提出一种基于直方图增强策略的三维重构算法。首先，基于皮尔逊相关系数进行相关邻域直方图求和，增强直方图中信号特征，并通过均值滑窗搜索目标距离范围，滤除直方图中的噪声，得到增强后的直方图；其次，使用低复杂度的双参量极大似然法进行距离估计，得到距离像；最后，基于空域阈值进行图像噪声抑制，提高距离像质量。经真实实验数据验证，当统计帧数为50时，所提出算法相比匹配滤波法的目标还原度提高了0.13，图像信噪比提升1.63 dB，证明了该三维重构算法在少帧数下具有良好的适用性，为Gm-APD激光雷达在需少帧数探测的实时性场景中的应用做出了贡献。

关键词： 盖革模式雪崩光电二极管；激光雷达；三维重构；实时成像

中图分类号： TN958.98　**文章编号：** 1001－5868(2025)04－0727－07

Three-Dimensional Reconstruction Algorithm for Gm-APD LiDAR Based on Histogram Enhancement Strategy

LU Jie[1], SUN Jianfeng[2], SUN Shihang[2], LIU Feng[1], CUI Dajian[1,3]

(1. Chongqing Optoelectronics Research Institute, Chongqing 401332, CHN; 2. National Key Laboratory of Laser Space Information, Optoelectronic Technology Research Institute, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, CHN; 3. Quantum Information Chip and Device Key Laboratory of Chongqing, Chongqing 401332, CHN)

Abstract: The performance of the three-dimensional reconstruction algorithm in Geiger-mode Avalanche Photo Diode (Gm-APD) laser imaging LiDAR, particularly in terms of target fidelity and image signal-to-noise ratio (SNR), is highly dependent on the number of statistical frames used. Generally, increasing the number of frames enhances reconstruction accuracy but compromises real-time imaging capability. Conversely, using fewer frames can lead to target omission and reduced image SNR. To address the challenge of accurate 3D reconstruction under low-frame conditions, a novel algorithm based on a histogram enhancement strategy is proposed. The method begins by employing the Pearson correlation coefficient to sum histograms within correlated neighborhoods, thereby enhancing signal features. A sliding window search is then applied to estimate the target distance range, effectively filtering out noise and yielding an enhanced histogram. Subsequently, a

收稿日期：2025－05－30.

*通信作者：崔大健

low-complexity bi-parameter maximum likelihood estimation is used to reconstruct the distance image. Finally, spatial domain thresholding is applied to suppress residual noise and further improve image quality. Experimental results demonstrate that with only 50 statistical frames, the proposed algorithm improves target fidelity by 0.13 and enhances the image SNR by 1.63 dB compared to the matched filtering method. These results confirm the algorithm's effectiveness for real-time Gm-APD LiDAR applications where a limited number of frames is required.

Key words: Gm-APD; LiDAR; three-dimensional reconstruction; real-time imaging

0 引言

盖革模式雪崩光电二极管(Giger mode Avalanche Photo Diode, Gm-APD)探测器因具备单光子级灵敏度[1]、可响应微弱信号、所需激光能量低、易于集成等特点[2],已成为当前激光成像雷达领域的对象研究热点。Gm-APD激光雷达在远距离目标探测[3]、非视域成像[4]、水下环境感知[5]等方面展现出了巨大的应用潜力[6]。

Gm-APD探测器的工作原理为基于反向击穿电压下的光子触发机制。当APD处于盖革模式时,入射光子引发雪崩倍增效应,产生可被检测到的电流,然后进入短暂的死时间,需通过外部淬灭电路复位才可恢复检测能力。通过精确测量激光发射与光子到达的时间差即可解算出目标距离[7]。然而,受噪声和信号回波弱的影响,Gm-APD探测器单帧探测不足以成像,需基于多帧统计策略进行三维重构,但探测帧数的增加又会影响成像实时性。目前,国内外的前沿算法虽具有良好的三维重构效果,但所需探测累积时间或算法处理时间往往较长。2014年,麻省理工学院的Kirmani等提出首光子成像系统,实现了在低光子通量条件下重构目标的深度与反射率信息,对100万像素的反射率和三维重建,数据采集时间约为20 min,算法处理时间将近3 min[8]。2016年,其团队的Shin等继续发表研究成果,将稀疏泊松强度重构算法应用于三维重构,通过多回波问题表述为凸优化问题,并利用基于迭代收缩阈值算法进行求解,在每像素光子数(PPP)约为1的情况下重构得到高精度的距离像和反射率像[9],该算法的运行时间为5.96 s。2021年,中国科学技术大学徐飞虎团队开发出同轴紧凑化单光子激光雷达装置,并采用三维化的稀疏泊松重构算法,可对201.5 km外的目标进行成像[10],但其每像素的采集时间高达189.7 ms。2022年,浙江大学Yao等利用数据的稀疏性,提出一种高效的神经网络架构SSPINet,该架构通过跳过无光子计数的非活动位点,显著降低了存储和计算开销,结果表明SSPINet具有以每秒20帧以上的速度执行64×64分辨率的动态成像潜力[11]。2023年,哈尔滨工业大学的刘迪等[12]针对Gm-APD激光雷达探测高速运动目标的模糊问题,提出一种Gm-APD激光雷达动态场景重构算法,该算法基于40 ms采集,800帧数据的重构结果相比传统峰值法,将距离像的峰值信噪比提高了3~4 dB,距离的均方根误差缩小了6~10倍。2024年,与其同团队的马乐提出一种基于马尔可夫随机场的Gm-APD激光雷达噪声抑制算法[13],当采集时间为0.02 s、统计帧数为400、信背比(SBR)为0.005 5时,目标恢复率达19.40%,整体图像恢复率可达60.94%,该算法可在较少采集时间和超低SBR下,具有较好的重构效果。

以上算法均具有优异的重构效果,但并未重点关注更短采集时间和更少统计帧数下的重构,对成像的实时性欠缺考虑。因此,针对Gm-APD激光雷达在高实时性场景中的应用困境,对少帧数探测所得回波的三维重构展开研究,提出基于直方图增强策略的Gm-APD激光雷达三维重构算法。通过触发频数直方图的预处理,以增强直方图中的信号特征,滤除部分噪声,为少帧数回波的三维重构提供了较为通用的预处理方案,并结合低复杂度的双参量极大似然估计和基于空域阈值的二维图像后处理算法得到高质量的距离像。最后使用真实实验数据进行验证,并与传统匹配滤波法进行对比。

1 算法原理

1.1 皮尔逊相关邻域直方图求和

在少帧数回波数据中,单个像素点触发频数直方图包含的信息十分有限,导致信号特征弱。为解决此问题,直方图增强算法的基本思路为尽可能充分利用空间邻域信息,常见方法为邻域直方图求和法,但该方法在处理目标边界点时,会引入其他目

标点或背景噪声点信息，从而对当前像素点的目标信息造成污染。因此，本节考虑在增强直方图前滤除邻域中的非相关像素，即与当前像素点不属于同一目标的点，仅将相关（距离值接近）像素的直方图相加，以此在增强直方图的同时避免干扰信息的引入，提出基于向量间相似度的相关邻域求和法。

常见的用于衡量向量相似度的统计量有闵式距离类、协方差、皮尔逊相关系数等。鉴于前面两种统计量受向量幅度大小的影响，没有统一量纲，在实际应用中难以为全局设定统一阈值，因此选择使用皮尔逊相关系数作为相似度度量。皮尔逊相关系数定义为两个变量之间的协方差与它们的标准差之积的商，1表示完全正相关，−1表示完全负相关，0表示没有线性相关性，具体公式为：

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2}} \tag{1}$$

式中，X_i和Y_i分别是两个向量的元素值，$\bar{X}$和$\bar{Y}$是对应的样本均值。皮尔逊相关系数可消除每个分量标准不同（分数膨胀）的影响，具有平移不变性和尺度不变性。接下来通过仿真验证皮尔逊相关系数在评判直方图相似度时的适用性。

设定选通门宽N_g为1 000，总信号光子数S为0.2，总噪声光子数N_{noise}为0.2。为保证结论的一般性，将64×64的仿真场景等分为4个区域，每个区域包含1 024个像素点，如图1所示。

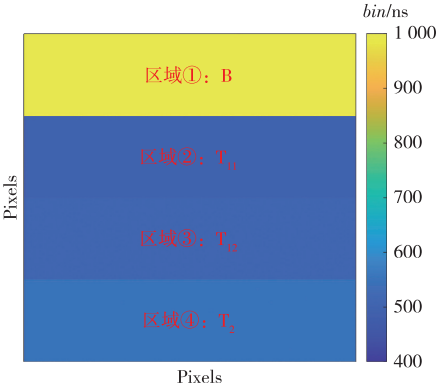


图1　相似度分析模拟图

图中区域①为背景点B；区域②距离值为500，代表目标1的第一个区域T_{11}；区域③距离值为510，代表目标1的第二个区域T_{12}；区域④距离值为530，代表目标2，代称为T_2。计算各区域像素点触发频数直方图间的皮尔逊相关系数即可分别得到大小为1 023×1 024的数据集，通过分析数据集的特性可得出皮尔逊相关系数的适用性。

皮尔逊相关系数的适用性在于是否能通过设定阈值，保留同一目标点，滤除非同一目标点和背景点。其适用性分析方法如下：

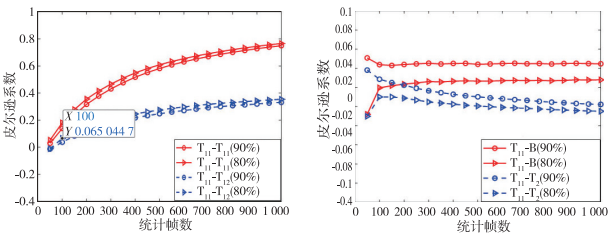
（1）计算T_{11}内各像素点直方图间皮尔逊相关系数，用于模拟分析同一目标内同一距离值点的直方图相似度，并得到80%保留阈值和90%保留阈值。

（2）计算T_{11}和T_{12}中各像素点直方图间的皮尔逊相关系数，用于模拟分析同一目标内具有相近距离值点（小于脉宽）的直方图相似度，并得到80%保留阈值和90%保留阈值。

（3）计算T_{11}和B中各像素点直方图间的皮尔逊相关系数，用于模拟分析目标与背景的直方图相似度，得到80%和90%滤除阈值。

（4）计算T_{11}和T_2中各像素点直方图间的皮尔逊相关系数，用于模拟分析不同目标的直方图相似度，并得到80%和90%滤除阈值。

改变统计帧数得到各个阈值大小，并绘制阈值随统计帧数的变化曲线。如图2所示为皮尔逊相关系数的阈值大小随帧数变化的曲线。



（a）皮尔逊相关系数保留阈值变化曲线　　（b）皮尔逊相关系数滤除阈值变化曲线

图2　皮尔逊相关系数变化曲线

从图2（a）可以看出，皮尔逊相关系数对相关点的保留阈值均随帧数增加而变大，这是由于随着帧数增加回波信号特征逐渐突出，使得同一目标点的直方图的相似度随之变大。从图2（b）可以看出，皮尔逊相关系数对非相关点的滤除阈值随着帧数增加而减小，这是由于随着统计帧数增加，非相关点之间的区别逐渐明显，相似度也相应逐渐减小。

综合分析图2（a）和（b），可以看出当统计帧数大于等于100时，可选取相似度阈值为0.05从而滤除90%以上的非相关点，并保留80%以上的相关点。证明当统计帧数较少时，基于皮尔逊相关系数的相关点判别方法是有效的。由此可得某一像素点(x_0, y_0)的皮尔逊相关邻域直方图求和算法如下：

(1)分别计算该像素点直方图与3×3邻域内像素点直方图的皮尔逊相关系数,得到3×3大小的相关度矩阵$\boldsymbol{R}$(中间值为1)。

(2)设定阈值为0.05,将$\boldsymbol{R}$中大于等于0.05的值置为1,小于0.05的值置为0,进而将相关度矩阵$\boldsymbol{R}$二值化。

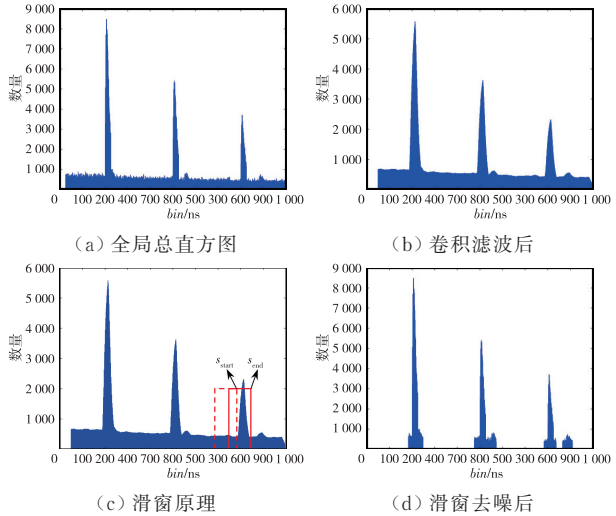
(3)若$\boldsymbol{R}$中的1值个数大于1,则将1值对应像素点的直方图求和,得到增强后的触发频数直方图;若$\boldsymbol{R}$中的1值个数等于1,则将当前像素点认定为噪声或背景点,直方图中所有元素置0。

1.2 基于均值滑窗的总直方图噪声抑制

在文献[14-15]中,基于全局总直方图的去噪方法需要人为根据具体场景中的目标个数或噪声水平设定阈值参数完成对目标范围的选取,这极大依赖人为参数的准确性。过于宽松的阈值会使噪声滤除效果差,而过于严格的阈值则会造成微弱目标的丢失,不具备多种场景的适用性。基于此缺陷,提出一种基于均值滑窗的全局总直方图噪声抑制算法,用于搜索目标所在范围,滤除其他位置的噪声,该算法的步骤如下。

1.2.1 获取全局总直方图

对于单个像素的触发频数直方图,光子触发事件稀疏分布于各个时间间隔中,其在非目标位置处存在噪声触发,逐像素进行去噪或目标提取较为困难。但当所有点的触发频数直方图合并在一起成为全局总直方图时,如图3(a)所示,目标信号的累积使全局总直方图中出现多个目标峰,通过对目标峰的检测得到目标所在距离范围,进而滤除目标范围外的噪声,达到基于全局总直方图去噪的目的。



(a)全局总直方图 (b)卷积滤波后

(c)滑窗原理 (d)滑窗去噪后

图3 直方图处理结果

1.2.2 一阶类高斯卷积滤波

从图3(a)可以看出,全局总直方图中的噪声触发有较为明显的波动,甚至部分位置的触发次数为0,这容易造成在寻峰时将0点位置附近的噪声峰误判为目标峰。因此,根据匹配滤波的基本方法,使用一阶类高斯卷积对全局总直方图进行平滑。如图3(b)所示为平滑后的全局总直方图,可见整个直方图变得更为平滑,噪声峰被削减,更有利于下一步的目标区间搜索。

1.2.3 均值滑窗选取目标区间

设选通门总时间间隔bin数为T_g,激光脉冲宽度为T_{pulse},全局总直方图的信号序列$C_{all}=\{c_1,c_2,\cdots,c_{T_g}\}$。根据Gm-APD的触发概率特性,若选通门内仅存在噪声,且噪声均匀分布,则触发次数大小随时间间隔位置变化的趋势会逐渐减小。然而,目标信号的存在导致局部均值突变。因此采用基于均值滑窗的目标范围选取方法,具体步骤如下:

(1)参数初始化:首先定义滑窗窗口大小$W=100$ bins,滑动步长为1 bin,判定目标是否存在的步长阈值$S_{th}=T_{pulse}/3.5$。

(2)滑窗均值计算与变化检测:设第i个窗口的起始位置为i,覆盖区间为$[i,i+W-1]$。同时为避免重复计算窗口均值,采用增量更新策略。窗口均值m_i和m_{i+1}计算表达式为:

$$\begin{cases} m_i=\dfrac{1}{W}\displaystyle\sum_{k=i}^{i+W-1}c_k \\ m_{i+1}=m_i+\dfrac{1}{W}(c_{i+w}-c_i) \end{cases} \tag{2}$$

在窗口滑动过程中,若均值不变或减少则继续滑动;若均值增加,则记录当前窗口终点位置为起始增加点$s_{start}=i+W-1$并继续滑动窗口直至检测到均值开始减少,记录窗口终点位置为终止增加点$s_{end}=j+W-1$,得到此次检测的步长为:

$$\triangle s=s_{end}-s_{start} \tag{3}$$

(3)目标区间判定与数据替换:若$\triangle s<S_{th}$,则判定该区域不存在目标,窗口继续滑动;若$\triangle s\geqslant S_{th}$,则判定该区域存在目标,目标区间定义为:

$$\Omega=[\max(1,s_{start}-5),s_{end}] \tag{4}$$

为避免当前目标区间所在窗口内的均值过大从而影响滑窗时下一个邻近目标范围的检测,需要对目标区间内的数据进行替换。首先提取当前窗口内的噪声点的集合为:

$$\Gamma=\{c_i|i\in[s_{start}-W+1,s_{start}]且i\notin\Omega\}\quad(5)$$

然后计算噪声点的均值：

$$\mu_\Gamma=\frac{1}{length(\Gamma)}\sum_{c\in\Gamma}c\quad(6)$$

最后将目标区间内所有点的值替换，即：

$$c_k=\mu_\Gamma,\forall k\in\Omega\quad(7)$$

数据替换完成后继续滑动窗口。

(4)区间合并：待窗口滑动到选通门最后一个bin处，说明所有的目标区间均已完成检测，若多个目标区间存在重叠或相邻，则合并为连续区间。总直方图中的目标区间如图3(c)所示。最后将所有像素直方图上未被目标区间覆盖的区域置零，即可完成去噪，去噪后的全局总直方图如图3(d)所示。

1.3　双参量极大似然估计

极大似然参数估计法(Maximum Likelihood Estimation, MLE)是一种基于概率模型的参数估计方法，其核心思想是选择参数值使得观测数据在给定模型下出现的概率最大[16]。该方法可利用先验信息提高估计的准确度，对于Gm-APD激光雷达的距离像重构来说，则是基于单像素点数据对距离参数d进行估计，观测数据则为在选通门内各个时间间隔的触发次数，即触发频数直方图$C=\{c_1,c_2,\cdots,c_{T_g}\}$。根据Gm-APD探测器的触发概率公式，可得似然函数为：

$$L(d,S,N_{noise};c)=\prod_{i=1}^{T_g}(P_{trigger}^{i})^{c_i}\quad(8)$$

式中，S和N_{noise}之和为选通门内的总光子数，而总光子数作为未知参数可由未触发概率公式反推进行估计，表达式如下：

$$N_{noise}+S=photon_{total}=-\ln(P_{non\text{-}trigger})\quad(9)$$

然后将S和N_{noise}使用下式进行表达：

$$\begin{cases}S=\alpha\cdot photon_{total}\\N_{noise}=(1-\alpha)\cdot photon_{total}\end{cases}\quad(10)$$

已知$photon_{total}$，则似然函数中减少为两个待估计参量a和d。为简化计算，将似然函数转化为负对数似然函数：

$$-\ln L(d,\alpha;c)=-\sum_{i=1}^{T_g}c_i\cdot\ln P_{trigger}^{i}\quad(11)$$

对该点距离的估计则变为寻找参数a和d最小化负对数似然函数：

$$\left(\hat{d},\hat{\alpha}\right)=\arg\min\left[-\ln L(d,\alpha;c)\right]\quad(12)$$

采用二维网格遍历的方式求解该函数最小化参数值，即双参量极大似然估计法，对所有像素点重复该操作，得到距离像。

1.4　基于空域阈值的图像噪声抑制

直方图增强算法的去噪功能和基于全局总直方图的滑窗去噪，导致极大似然估计后的距离像中存在较多空像素点。此时可在二维距离像上利用空域阈值进行去噪及平滑处理，以去除孤立噪声点的同时提高目标还原度，增强整体图像质量。经实际测试，考虑计算复杂度和效果，选用十字邻域可满足需求。

十字邻域阈值去噪及平滑操作会遍历图像中所有像素点，统计十字邻域中的非零点个数n。若$n\geqslant3$则认定该像素点为目标点，如果该像素点内有数据则跳过，无数据则取非零点值的均值；若$n<3$则认为该像素点为噪声点，将该像素点置零；处理完当前像素点后输出新图像继续遍历下一个点。流程框图如图4所示。

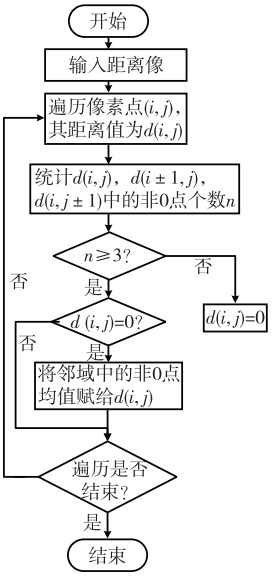


图4　十字邻域阈值去噪流程图

2　客观评价指标

设真实距离图像G_{depth}，重构距离像R_{depth}，M和N分别是图像长度和宽度上的像素个数。为综合评估距离像重构算法性能，选取以下客观评价指标。

(1)图像信噪比SNR_{image}：评估重构所得距离像的图像质量，信噪比的数值越大，图像质量越好。

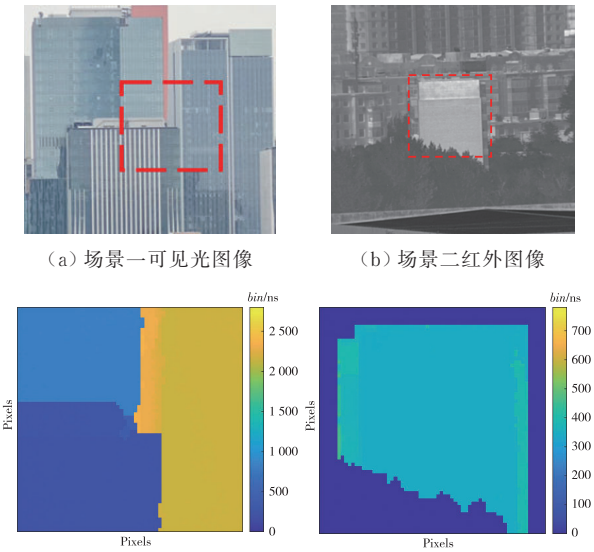
$$SNR_{image}=10\lg\frac{\sum_{i=0}^{M-1}\sum_{j=0}^{N-1}G_{depth}(i,j)^2}{\sum_{i=0}^{M-1}\sum_{j=0}^{N-1}[G_{depth}(i,j)-R_{depth}(i,j)]^2}\quad(13)$$

（2）目标还原度 K：仅考虑参考图像中的目标对应的目标区域 G_{target}。将重构图像中与真实值相差超过 10 个 bin 的点认定为噪点，其余为目标点区域 R_{target}，然后将重构图像的目标点数除以参考图像中的目标点数即为目标还原度 K。

$$K=\frac{num(R_{\text{target}})}{num(G_{\text{target}})} \tag{14}$$

3 真实实验数据验证

使用真实实验数据进行对比验证，两个不同场景的场景图及使用多帧处理，手动还原得到的距离像如图 5 所示。

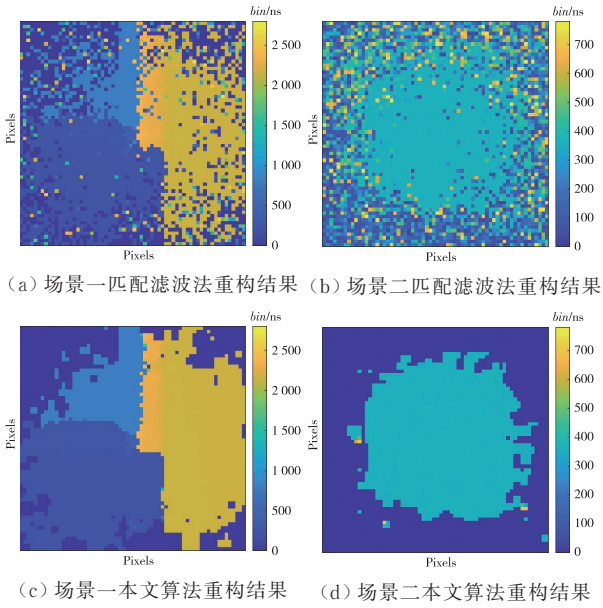


（a）场景一可见光图像　（b）场景二红外图像

（c）场景一标准距离像　（d）场景二标准距离像

图 5　实验数据验证情况

由图 5 可知，在场景一中，同时存在三个建筑物目标，大致距离分别为 0.9 km（左下角建筑）、1.0 km（左上角建筑）、1.2 km（右侧建筑），探测时间为夜晚，回波数据拟合所得的信背比为 0.6。场景二中建筑物距离约为 1 km，成像时间为白天，拟合信背比为 0.06。设定统计帧数为 50，得到匹配滤波法和本文算法重构所得距离三维像如图 6。可以看出，匹配滤波法所得距离像中，目标内的噪声点较多，背景与目标边界模糊，而本文算法相比匹配滤波有较高的目标还原度，同时对背景噪声的抑制能力强，图像整体质量较高。为验证主观结果，取 10 组不同的 50 帧数据进行客观指标评价，并取 10 组指标的均值，匹配滤波法和本文算法的客观评价指标如表 1 所示。



（a）场景一匹配滤波法重构结果　（b）场景二匹配滤波法重构结果

（c）场景一本文算法重构结果　（d）场景二本文算法重构结果

图 6　算法重构结果对比

表 1　真实数据客观评价

不同场景	匹配滤波法		所提算法	
	K	SNR_{image}	K	SNR_{image}
场景一	0.58	4.96	0.71	6.59
场景二	0.63	1.85	0.68	4.62

从表 1 中可以看出，在信背比为 0.6 的场景一中，所提算法相比匹配滤波法的目标还原度提高 0.13，图像信噪比提高 1.63 dB。在信背比为 0.06 的场景二中，所提出算法相比匹配滤波法的目标还原度提高 0.05，图像信噪比提高 2.77 dB。与主观结果基本符合，进一步证实了所提出的基于直方图增强策略的算法在少帧数探测中的适用性，优于传统的匹配滤波法。

4 结 论

针对 Gm-APD 激光雷达在实时场景中，少帧数探测下的距离像重构困难问题，提出了基于直方图增强策略的三维重构算法。首先，针对信号特征弱的问题，提出了用于增强触发频数直方图的皮尔逊相关邻域直方图求和算法，该算法可有效增强直方图中信号特征的同时具有滤除噪声点的功能。其次，基于增强后的全局总直方图，提出了均值滑窗抑噪方法，去除了直方图中非目标位置的噪声触发信号。这两个步骤使得触发频数直方图得到显著优化。最后，结合双参量极大似然估计和十字邻域阈值图像去噪得到高质量距离像。经真实实验数据验证，当场景的拟合信背比为 0.6，统计帧数为 50

时的目标还原度达到了0.71，相比匹配滤波法提高0.13，图像信噪比提升了1.63 dB。

综上可得，基于直方图增强策略的三维重构算法在少帧数回波数据的重构效果上优于匹配滤波法。优点主要体现在：信号特征得到增强，更容易提取到信号，目标还原度更高；对噪声具有极为显著的抑制效果，图像整体质量较高。然而该算法对于极低信背比情况下，虽然重构效果仍然优于匹配滤波法，但目标还原度提高程度有限，因此还需进一步研究适用于少帧数且低信背比下的Gm-APD激光雷达三维重构方法。

参考文献：

[1] 陈建光，倪旭翔，袁　波，等. SiPM激光雷达阳光下探测概率性能分析[J]. 光电工程，2021，48(10)：210196.
Chen Jianguang，Ni Xuxiang，Yuan Bo，et al. Analysis of detection probability performance of SiPM LiDAR under sunlight[J]. Opto-Electronic Engineering，2021，48(10)：210196.

[2] Niclass C，Gersbach M，Henderson R，et al. A single photon avalanche diode implemented in 130-nm CMOS technology[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics，2007，13(4)：863-869.

[3] Li Z P，Huang X，Cao Y，et al. Single-photon computational 3D imaging at 45 km[J]. Photonics Research，2020，8(9)：1532-1540.

[4] Lindell D B，Wetzstein G，O'Toole M. Wave-based non-line-of-sight imaging using fast*f*−*k*migration [J]. ACM Transactions on Graphics，2019，38(4)：1-13.

[5] Shangguan M，Li Y，Mo Y，et al. Compact underwater single-photon imaging lidar[J]. Optics Letters，2025，50(6)：1957-1960.

[6] 陈松懋，郝　伟，苏秀琴，等. 光子计数成像算法的研究进展[J]. 激光与光电子学进展，2021，58(18)：236-251.
Chen Songmao，Hao Wei，Su Xiuqin，et al. Research progress on photon counting imaging algorithms [J]. Laser & Optoelectronics Progress，2021，58(18)：236-251.

[7] 周　鑫. GM-APD激光雷达探测性能及噪声抑制方法研究[D]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学，2021.
Zhou Xin. Research on detection performance and noise suppression method of GM-APD Lidar[D]. Harbin：Harbin Institute of Technology，2021.

[8] Kirmani A，Venkatraman D，Shin D，et al. First-photon imaging[J]. Science，2014，343(6166)：58-61.

[9] Shin D，Xu F，Venkatraman D，et al. Photon-efficient computational imaging with a single-photon camera [C]// Computational Optical Sensing and Imaging 2016，2016：CW5D.4.

[10] Li Z P，Ye J T，Huang X，et al. Single-photon imaging over 200 km[J]. Optica，2021，8(3)：344-349.

[11] Yao G，Chen Y，Jiang C，et al. Dynamic single-photon 3D imaging with a sparsity-based neural network[J]. Optics Express，2022，30(21)：37323-37340.

[12] Liu D，Sun J，Lu W，et al. 3D reconstruction of the dynamic scene with high-speed targets for GM-APD LiDAR[J]. Optics & Laser Technology，2023，161：109114.

[13] Ma L，Sun J，Liu D，et al. Noise-suppression algorithm of GM-APD lidar based on Markov random field[J]. Optics & Laser Technology，2024，169：110026.

[14] 邬　淼，陆　俣，冒添逸，等. 单光子激光雷达的时间相关多深度估计[J]. 红外与激光工程，2022，51(2)：20210885.
Wu Miao，Lu Yu，Mao Tianyi，et al. Time-correlated multi-depth estimation of Single-photon lidar[J]. Infrared and Laser Engineering，2022，51(2)：20210885.

[15] 孟凡星，张同意，康　岩，等. 基于深度范围选取的单光子激光雷达高效率图像重建算法[J]. 光子学报，2023，52(9)：0910001.
Meng Fanxing，Zhang Tongyi，Kang Yan，et al. High photon efficiency image reconstruction algorithm based on depth range selection for single photon counting LiDAR[J]. Acta Photonica Sinica，2023，52(9)：0910001.

[16] 马　乐. Gm-APD激光雷达信号提取算法研究[D]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学，2019.
Ma Le. Research on signal extraction algorithm of gm-APD lidar[D]. Harbin：Harbin Institute of Technology，2019.

作者简介：

卢　杰(1983—)，男，高级工程师，主要从事GM—APD激光成像雷达方面的研究；

崔大健(1982—)，男，研究员，主要从事InGaAs探测器方面的研究。