光电技术及应用

DOI: 10.16818/j.issn1001－5868.20250701001

基于变分模态分解算法的步进频连续波探地雷达噪声抑制方法

姚 攀[1],刘宝军[1],李保国[1],程茂森[2*]

(1. 广东电网有限责任公司江门供电局,广东 江门 529000; 2. 哈尔滨工业大学 仪器科学与工程学院,哈尔滨 150001)

摘 要: 步进频连续波探地雷达系统易受耦合噪声、地谐波噪声及外界电磁波干扰等复杂噪声影响,导致信号质量下降,严重影响目标探测精度。传统去噪方法(如小波变换、均值聚类及模糊均值聚类)在脉冲雷达系统中表现良好,但其对连续波雷达信号的时域累积噪声的抑制能力仍存在不足。针对该问题,文章提出一种基于变分模态分解算法的步进频连续波探地雷达噪声抑制方法。该方法将含噪信号分解为若干本征模态函数,并基于模态函数的中心频率进行有效信号重构,从而显著提升去噪效果。仿真结果表明,该方法可使信噪比提升至13.16 dB;并通过实验进一步验证了该方法对噪声的有效抑制能力,其中处理后的高频和低频噪声功率谱密度均近似为0 W/Hz。该研究为复杂噪声环境下探地雷达的应用提供了更可靠的解决方案。

关键词: 探地雷达; 步进频连续波; 变分模态分解算法; K均值算法

中图分类号: TN953.1 **文章编号:** 1001－5868(2025)04－0734－08

Stepped-Frequency Continuous-Wave Ground-Penetrating Radar Denoising Method Based on Variational Mode Decomposition Algorithm

YAO Pan[1], LIU Baojun[1], LI Baoguo[1], CHENG Maosen[2]

(1. Jiangmen Power Supply Bureau of Guangdong Power Grid Co., ltd, Jiangmen 529000, CHN; 2. School of Instrument Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, CHN)

Abstract: In stepped-frequency continuous-wave ground-penetrating radar (SFCW GPR) systems, complex noises such as coupling noise, ground harmonic noise, and external electromagnetic interference significantly degrade the signal quality, thus severely affecting the accuracy of target detection. Although conventional denoising methods such as wavelet transform, mean clustering, and fuzzy mean clustering perform well in pulsed radar systems, they exhibit inherent limitations in suppressing time-domain cumulative noise in continuous-wave radar signals. To address this issue, this study proposes a novel noise-suppression method for SFCW GPR based on the variational mode decomposition algorithm. This method decomposes a noisy signal into several intrinsic mode functions and reconstructs an effective signal based on center-frequency-based screening of the modal functions, thereby significantly enhancing the denoising performance. Simulation experiments demonstrate that the proposed method improves the signal-to-noise ratio by approximately 13.16 dB. Practical experiments further confirm the effectiveness of the method in noise suppression, where the power spectral densities of both high- and low-frequency noise in the

收稿日期: 2025－07－01.

基金项目: 中国南方电网有限责任公司科技项目(030700KC23070012(GDKJXM20230854)).

* **通信作者:** 程茂森

processed signal are approximately 0 W/Hz. This study provides a reliable solution for the application of ground-penetrating radar in complex noise environments.

Key words: ground penetrating radar; stepped-frequency continuous wave; variational mode decomposition; K-means^{++}

0　引言

随着探地雷达技术的快速发展，雷达信号成为保障探测精度与可靠性的重要环节。在实际探测过程中，雷达信号易因土壤吸收而产生严重衰减，同时环境噪声、天线耦合噪声及外界电磁干扰等复杂背景噪声进一步加剧信号质量的劣化，严重制约了地下目标的精确探测与准确识别能力。因此，针对探地雷达信号的噪声抑制成为提升目标探测性能的关键研究方向。

根据工作原理，探地雷达可分为脉冲雷达、调频连续波雷达和步进频连续波雷达三类。目前，多数系统采用脉冲信号发射方式[1]，随着对探测深度与空间分辨率要求的提高，脉冲雷达对高功率脉冲源与高速数据采集设备的需求急剧增加，这极大增加了系统设计的复杂性与制造成本。相比之下，步进频连续波（SFCW）雷达通过较小瞬时带宽的频率点组合实现更大的有效带宽[2]，且各频点能量分布均衡，能够同时满足更大的探测深度和更高的空间分辨率需求[3]，因此近年来逐渐得到广泛关注。

SFCW雷达的工作特性使其信号持续时间较长，更容易受到天线端耦合噪声、地谐波噪声及空间电磁噪声等噪声的持续累积影响[4]。与脉冲雷达不同的是，SFCW雷达的噪声在时域持续累积，并进一步在频域显著影响有效信号的分辨与识别[5-6]，因此对噪声抑制提出了更高的要求[7]。传统去噪方法（如小波变换、均值聚类及模糊均值聚类）都是针对时域采样信号进行全局处理[8]，在强噪声条件下极易损害有效信号，导致去噪效果不佳，难以满足实际应用需求。

模态分解去噪法在分析和处理非线性和非平稳时间序列方面具有显著优势。Huang等在20世纪末提出的经验模态分解（EMD）方法虽取得成效，但存在模态混叠缺陷的问题，后续发展的集合经验模态分解（EEMD）尽管通过人为引入白噪声部分缓解了该问题[9]，但并未彻底消除人为添加的噪声成分[10]。2014年Zosso等提出具有本征自适应特性的变分模态分解（VMD）方法[11-13]，该方法通过优化非递归变分框架实现信号模态的最优提取，有效克服了EMD和EEMD方法的局限性。基于VMD的信号分解的一个关键挑战在于分解级别K和惩罚因子α的选择，现有研究多采用K-means聚类等智能算法进行参数寻优[14-15]。

为实现对SFCW信号的有效去噪，本文提出一种基于VMD的步进频探地雷达信号去噪方法。该方法首先利用雷达信号的频谱特性，通过K-means^{++}聚类优化VMD参数。随后，使用优化参数通过VMD对噪声信号进行解构，并基于二次K-means^{++}聚类筛选有效本征模态函数（IMF）。最后，通过自适应重构保留的IMF实现信号重建。该方法在保证探地雷达应用中关键信号成分完整性的同时，实现了噪声的有效抑制。本文的主要贡献和创新如下：

（1）采用K-means^{++}算法优化VMD参数，克服传统VMD算法需手动设置分解级别及惩罚因子的缺陷，降低算法对用户经验的依赖；

（2）基于K-means^{++}算法对IMF进行聚类以提取有效信号分量，避免人工选择IMF的保留阈值，提升算法对不同SFCW信号的适应性。

1　基于VMD的SFCW信号噪声抑制方法

1.1　VMD原理

VMD算法的核心目标是将复杂输入信号分解为若干具有预设频带范围及稀疏特性的本征模态函数[16-17]。其中，单个本征模态函数IMF可表示为：

$$u_k(t)=A_k(t)\cos(\varphi_k(t)) \tag{1}$$

式中，$\varphi_k(t)$表示相位特征函数，$A_k(t)$表示双边包络结构。相较$A_k(t)$而言，$\varphi_k(t)$的变化速度更快，同时也显著快于瞬时频率，其中$\omega_k(t)=\varphi'_k(t)$。

可以假定每个IMF在中心频率附近具有有限的频带宽度。在此基础上，通过对每个IMF的带宽进行估计，可以构建一个变分约束模型，其优化目标是最小化所有IMF带宽之和，其形式如下：

$$\{u_k\}^{\min},\ \{\omega_k\}\left\{\sum_k \left\| \partial_t\left[\left(\delta(t)+\frac{\mathrm{j}}{\pi t}\right)*u_k(t)\right]e^{-\mathrm{j}\omega_k t}\right\|_2^2\right\} \tag{2}$$

$$\text{s.t.}\sum_k u_k = f \tag{3}$$

式中，u_k表示分解所得的k个IMF分量，ω_k表示u_k的中心频率，∂_t代表函数相对于时间的偏导，$\delta(t)$是单位冲激函数，j表示虚数单位，而$*$表示卷积运算。

为求解该变分约束模型，引入二次惩罚项和拉格朗日乘子，从而得到扩展形式的拉格朗日函数，其表达式如下：

$$\begin{aligned} &L(\{u_k\},\{\omega_k\},\lambda)= \\ &\alpha\sum_k \left\| \partial_t\left[\left(\delta(t)+\frac{\mathrm{j}}{\pi t}\right)*u_k(t)\right]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_k t}\right\|_2^2 + \\ &\left\| f-\sum u_k\right\|_2^2+\left\langle \lambda, f-\sum u_k\right\rangle \end{aligned} \tag{4}$$

式中，α是带宽调节参数，通过选择足够大的正值可以确保信号的重构精度；λ表示拉格朗日乘子。公式(3)可以通过交替方向法(ADMM)进行求解，每个IMF在频率域中的表达式为：

$$\hat{u}_k(\omega)=\frac{\hat{f}(\omega)-\sum_{i\neq k}\hat{u}_i(\omega)+\left(\frac{\hat{\lambda}(\omega)}{2}\right)}{1+2\alpha(\omega-\omega_k)^2} \tag{5}$$

式中，$\hat{u}_k(\omega)$表示第k个信号在频率上的估计值，$\hat{f}(\omega)$是原始信号的傅里叶变换，ω是频率变量，$\hat{\lambda}(\omega)$是与频率相关的调谐参数。

1.2 VMD步骤

第一步是更新模态函数。通过在频域中使用维纳滤波实现，以最优方式估计每个IMF的频谱。具体更新公式如下：

$$\hat{u}_k^{n+1}(\omega)= \frac{\hat{f}(\omega)-\sum_{i<k}\hat{u}_i^{n+1}(\omega)-\sum_{i>k}\hat{u}_i^{n+1}(\omega)+\left(\frac{\hat{\lambda}^n(\omega)}{2}\right)}{1+2\alpha(\omega-\omega_k)^2} \tag{6}$$

式中，n是优化过程中当前迭代的索引。

第二步是更新中心频率。更新公式如下：

$$\omega_k^{n+1}=\frac{\int_0^\infty \omega\left|\hat{u}_k^{n+1}(\omega)\right|^2 \mathrm{d}\omega}{\int_0^\infty \left|\hat{u}_k^{n+1}(\omega)\right|^2 \mathrm{d}\omega} \tag{7}$$

式中，ω_k^{n+1}表示对应IMF功率谱的中心点。

第三步是更新拉格朗日乘子。$\hat{\lambda}^{n+1}$的更新过程通过下式进行，直到重构信号满足迭代约束条件为止。

$$\hat{\lambda}^{n+1}=\hat{\lambda}^n+\tau\left(\hat{f}-\sum_k K\hat{u}_k^{n+1}\right) \tag{8}$$

式中，τ表示噪声容忍度参数。当信号中存在显著噪声时，为实现更好的去噪效果，可以将τ设置为0。

VMD的核心步骤由上述三个步骤组成，它们通过不断迭代在频域对信号进行自适应分区。当迭代停止时，信号的频域特征已被自适应地去分解，调制信号通过反傅里叶变换转换成一系列时域中的IMF分量

1.3 VMD参数优化理论

1.3.1 K-means^{++}聚类模型

为优化VMD算法参数(包括分解模态数目K及惩罚因子α)，本文采用K-means^{++}聚类方法。其主要优点是当初始化聚类中心时，更倾向于选择与已有聚类中心距离较远的点，这种机制有效提高了聚类结果的稳定性和收敛速度，确保了VMD参数优化过程的可靠性。其计算步骤如下：

(1)随机选择一个样本点作为第一个聚类中心点x。

(2)计算剩余样本点与已选聚类中心之间的最短距离$D(x)$。该距离使用欧几里得距离(Euclidean Distance)计算：

$$D(x_i)=\min\begin{pmatrix} dist(x_i,u_1), dist(x_i,u_2), \\ dist(x_i,u_3),\cdots, dist(x_i,u_n)\end{pmatrix} \tag{9}$$

式中，x_i表示数据集中的一个样本点，u_n代表第n个选定的聚类中心，$dist(x_i,u_n)$表示样本x_i与聚类中心u_n之间的距离，$D(x_i)$定义样本x_i与当前选定的聚类中心之间的最小距离。

(3)对于每个样本点，其被选为下一个聚类中心的概率可以通过公式(10)计算：

$$p=\frac{D(x_i)^2}{\sum D(x_i)^2} \tag{10}$$

式中，p是样本点x_i被选为下一个聚类中心的概率。

(4)选择$D(x)$值最大的样本点作为下一个聚类中心。

(5)重复步骤(2)和(3)，直到选出k个聚类中心，迭代结束。

1.3.2 层次聚类模型和肘部法

要应用K-means^{++}算法，首先需要确定聚类数量。相比之下，层次聚类(Hierarchical Clustering)方

法不仅无需预先指定聚类数量，还能提供更灵活的聚类数选择空间。该过程通常结合层次聚类算法与肘部法则（Elbow Method）[18]共同实现。

层次聚类的算法需要提供数据源（n个元素）和停止条件（集群数k），然后继续以下步骤，如图1所示。

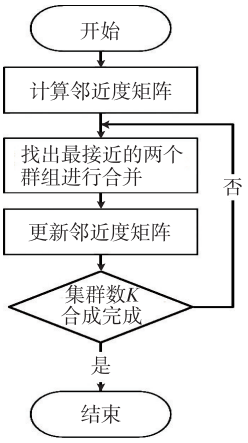


图1　层次聚类流程图

肘部法则采用各类别失真度之和作为代价函数。每个类别的失真度等于各变量点与其类别中心之间平方距离的总和。若类别内成员较为紧凑，则该类别的失真较小；若类别内成员较为分散，则其失真较大。在确定类别数量时，肘部法则会绘制不同集群数k对应的代价函数值。随着k增大，平均失真逐步降低，每个类别所含样本数量减少，使得样本更接近其中心。然而当k持续增加时，平均失真的改善效果会不断减弱。失真改善效果下降最显著的点即为肘点。某一类别的失真按下式计算：

$$J_k=\sum_{i\epsilon C_k}\left|x_i-u_k\right|^2 \tag{11}$$

式中，J_k是k的失真度。

1.4　VMD处理SFCW信号

由于步进频连续波雷达信号以多频段逐步发射，且每一频段的频率固定，因此VMD算法并不直接应用于整个宽频带采样信号，而是分别对每个频段的信号独立处理。算法流程如图2所示。

首先，将采集到的宽频带含噪信号按照频率阶跃特征进行时域分割，确保每段信号仅包含一个频率成分；其次，对每段单频信号使用VMD算法分解为多个IMF分量；最后，根据每段信号的已知频率信息，选取与理论频率最接近的IMF分量进行信号重构，从而高效去除其他频率的噪声，实现有效信号的精确恢复。

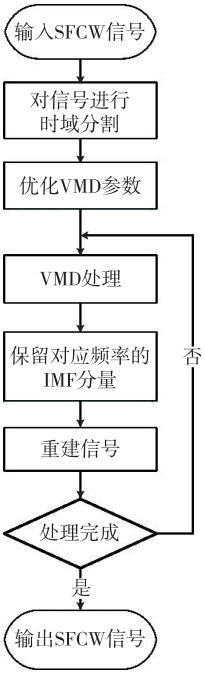
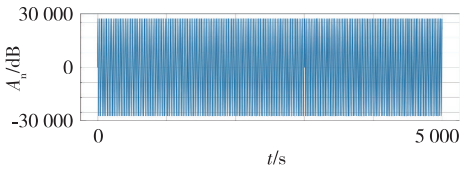


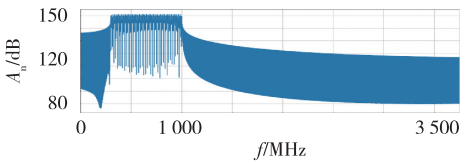
图2　VMD算法流程图

2　仿真实验

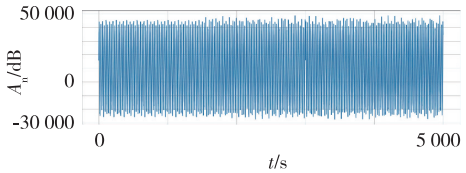
为验证VMD算法在SFCW信号噪声抑制方面的有效性，本文进行了仿真实验。首先构造一个SFCW激励信号。该信号的频域参数设计如下：起始频率为300 MHz，终止频率为1 000 MHz，采用7 MHz的等间隔步进策略，共包含101个离散频率点。单个离散频率点的信号周期设定为0.2 μs。设定系统的采样频率为3 GHz。针对每个频率点，系统采集1 500个采样点，全频段的有效采样点总数达到151 500个点。为了模拟实际探地雷达的测试环境，实验人为添加了高斯白噪声、低频噪声、带内噪声和高频噪声。无噪声SFCW和有噪声SFCW的时域和频域信号如图3所示。



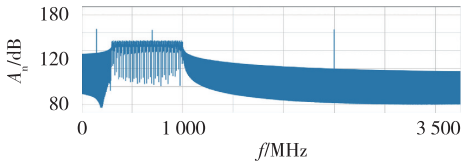
（a）不含噪SFCW时域图



（b）不含噪SFCW频域图



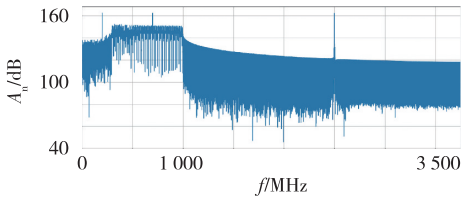
（c）含噪SFCW时域图



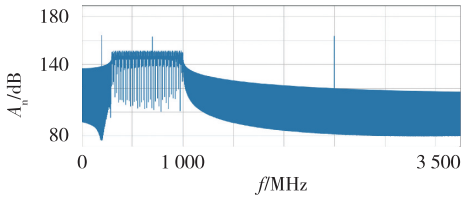
（d）含噪SFCW时域图

图3 SFCW图像

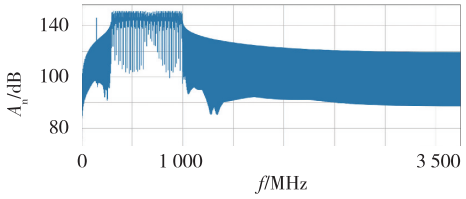
可以看出，由于时域的累积，噪声的幅值远大于有用信号，造成信噪比的严重劣化。为了评估算法的去噪性能，使用EMD，EEMD和VMD方法对噪声信号进行处理。为了更好地比较噪声分离效果，图4中绘制了处理后的时域和频域信号。



（a）EMD去噪



（b）EEMD去噪



（c）VMD去噪

图4 各个方法去噪后的信号频谱

通过比较去噪前后信号的相似性，可以评估不同方法的去噪能力。从图4中可以看出，EMD可以有效去除低频和带内噪声，但在过滤高频噪声方面效果欠佳。EEMD的去噪性能在很大程度上取决于其参数，如果没有特定的噪声信息，其功效就会受到限制。相比之下，VMD的去噪性能优于其他两种方法。使用信噪比（SNR）定量分析VMD的噪声抑制效果。人工噪声信号的SNR为7.02 dB，而经过VMD处理后的SNR增加到20.18 dB，实现了显著提升。对比分析结果表明，VMD方法在探地雷达应用中能有效去除SFCW信号中的噪声。

3 实验验证

通过实验验证VMD算法对回波数据的去噪性能。该实验旨在严格评估算法在噪声抑制方面的性能，确保其在实际应用场景中的适用性。

3.1 实验设备介绍

本实验采用自主设计的步进频连续波探地雷达系统，系统核心部分为收发模块和基于FPGA的信号处理单元。工作时，射频发射机将基带低通信号转换为可发射的带通超宽带信号，通过发射天线向地下辐射。当遇到地下介质不连续界面时，发射的电磁波会产生反射波和散射回波。这些回波信号由宽带接收天线捕获后，在接收单元中经过滤波、放大、变频和解调等一系列信号调理过程，将微弱的射频回波转化为适合后续处理的数字信号。

实验平台如图5所示，测试平台采用可拆卸碳纤维框架结构，兼顾结构强度与轻量化需求，显著提升设备便携性。该平台整合了探地雷达系统以及天线、电源等装置，能够独立完成电磁波发射与回波采集。



图5 探地雷达实验平台

3.2 实验场地介绍

实验方案实施过程如图6所示。实验场地为真

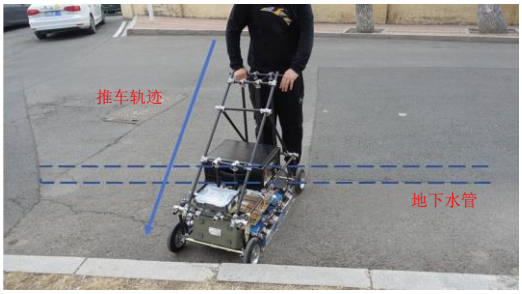
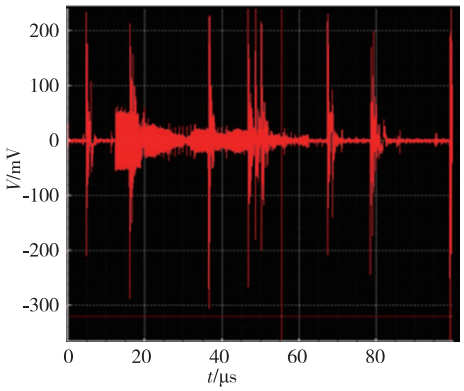


图6 探地雷达实验场地

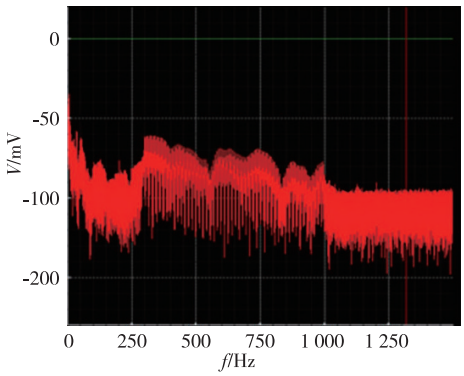
实环境，探测目标为埋深约为 20 cm 的供水管道。采用匀速推车扫描方式，沿管道铺设的横向轨迹先正向移动再折返，实现对目标区域的重复探测，有效扫描距离约为 6 m。。

3.3　实验结果分析

本研究使用的测量数据是 SFCWGPR 在探测地下供水管道时收集的部分数据。测量数据中使用的 SFCW 信号与仿真时使用的信号完全相同，共有 100 道完整的信号迹线。图 7 显示了第 8 道含噪信号。对这 100 道信号进行了常规预处理，包括去除直流、振幅补偿和滑动窗口平均。处理后的数据如图 8 所示。



（a）实测数据时域图



（b）实测数据频域图

图 7　实测第 8 道数据时域和频域图

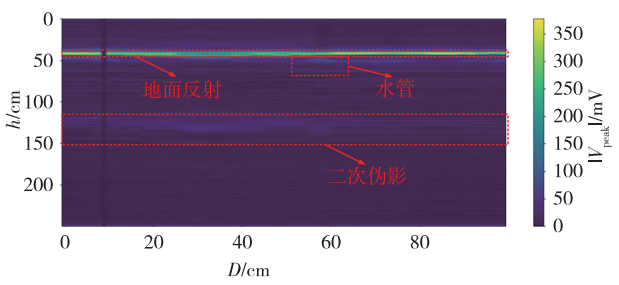


图 8　常规处理方法处理后的数据 BSCAN 图

取第 8 道数据进行更为详细的观察，画出 ASCAN 图像如图 9 所示。

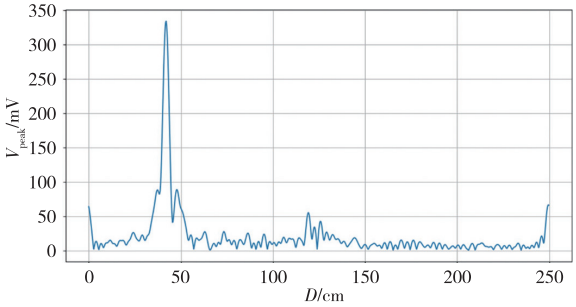


图 9　常规处理方法处理后的第 8 道数据 ASCAN 图

分析图 8 和 9 可知，传统处理方法获取的 BSCAN 图像信噪比较低，目标水管周边存在明显噪声干扰，导致管线成像模糊不清。图像中的管道反射信号较为微弱，特别是在深部区域还出现了二次伪影，这严重影响了对较深区域有效信号的观察，因此需采用变分模态分解方法对数据进行降噪处理。

由于 SFCW 的性质，GPR 采集到的每道数据均包含多个随时间递增的频点信号。此外，噪声在时域中的累积会使其强度远高于有效信号。因此，在使用 VMD 处理数据之前，需要根据时域特征将数据分割成若干单频信号。这种方法大大降低了噪声的强度，有利于信号的分解和重建。实验中，将 100 道数据隧道进行单频分割，经分解重构后生成 BSCAN 图像以供比对分析，同时绘制了第 8 道信号的 ASCAN 图像，结果分别如图 10 和 11 所示。

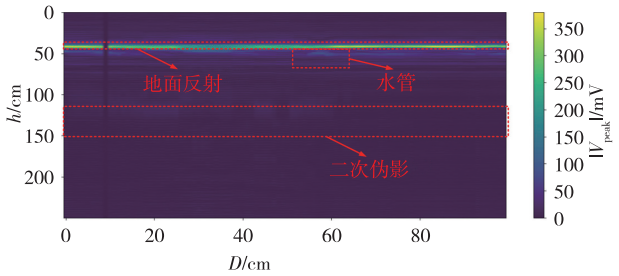


图 10　经过 VMD 处理后的数据 BSCAN 图

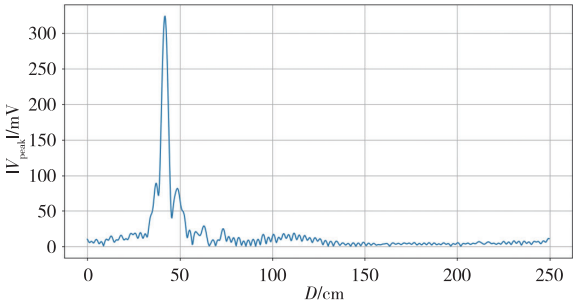
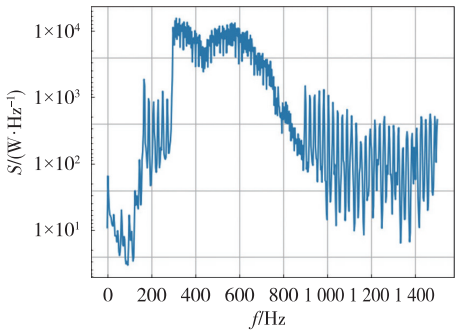
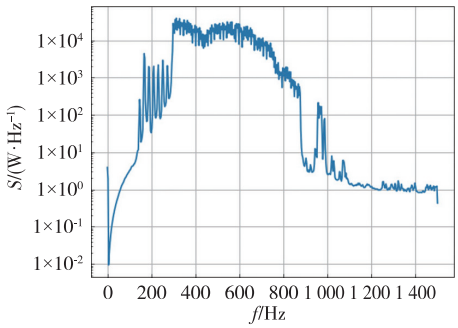


图 11　经过 VMD 处理后的数据 ASCAN 图

分析图10和11可知，经VMD分解后选取与理论频值匹配的IMF分量重构所得的BSCAN图像清晰度显著提升。相较于传统处理方法，重构图像有效消除了二次伪影，尤其在200深度区域改善效果尤为明显。为量化评估VMD方法噪声抑制性能，图12展示了第8道信号的功率谱密度(PSD)分析结果：传统处理数据中高频噪声功率达100～1000 W/Hz量级，低频噪声亦维持在10 W/Hz以上。而经VMD处理后的高频和低频噪声都控制在0 W/Hz。这种显著的PSD差异印证了该方法在图像信息提取方面的优势，有力验证了变分模态分解技术用于步进频连续波探地雷达数据去噪的有效性。



(a) VMD处理前



(b) VMD处理后

图12 VMD处理前后的PSD

4 结论

针对SFCW信号的噪声会在时域上累计且每个时刻信号频率已知的特点，本研究创新性地采用变分模态分解方法处理实测SFCW探地雷达数据。通过将接收信号分解为本征模态函数，并构建基于IMF的自适应筛选机制，实现了信号主成分的精确重构，有效抑制了噪声干扰。仿真环境中，VMD方法使信噪比提升13.16 dB。实测数据验证表明经VMD处理后的高频和低频噪声都控制在0 W/Hz。该成果为探地雷达在复杂噪声环境中的应用提供了更可靠的解决方案。

参考文献：

[1] 余龙光，杨新文，陈小坤，等. 基于探地雷达图像的铁路有砟道床-路基空吊识别方法[J/OL]. 铁道建筑技术，2025：1-6.（2025-06-26）.
Yu Longguang, Yang Xinwen, Chen Xiaokun, et al. Identification of ballast-subgrade voids in freight railways based on GPR images [J/OL]. Railway Construction Technology, 2025: 1-6. (2025-06-26).

[2] 宋 飞. 基于探地雷达的悬挂式定点冰厚检测方法[J]. 东北水利水电，2024，42(12)：50-54，72.
Song Fei. Hanging fixed point ice thickness detection method based on ground penetrating radar [J]. Water Resources & Hydropower of Northeast China, 2024, 42(12): 50-54, 72.

[3] 钱俊锋，徐 波，高继武，等. 基于探地雷达的地下障碍物探测处理技术应用研究[J]. 科技通报，2024，40(11)：27-32，41.
Qian Junfeng, Xu Bo, Gao Jiwu, et al. Application research on underground obstacle detection and processing technology based on ground penetrating radar[J]. Bulletin of Science and Technology, 2024, 40(11): 27-32, 41.

[4] 张 旭，陈燕琼，吴秋翠，等. 探地雷达在配电网地埋接地体探测诊断中的应用与发展[J]. 电力设备管理，2024(21)：179-181.
Zhang Xu, Chen Yanqiong, Wu Qiucui, et al. Application and development of ground penetrating radar in the detection and diagnosis of buried grounding bodies in distribution networks [J]. Electric Power Equipment Management, 2024 (21): 179-181.

[5] 朱四新，王浩蔺，朱安福，等. 非金属管线不同参数对探地雷达响应的影响[J]. 科学技术与工程，2024，24(31)：13540-13552.
Zhu Sixin, Wang Haolin, Zhu Anfu, et al. Response of ground penetrating radar to different parameters of non-metallic pipelines[J]. Science Technology and Engineering, 2024, 24 (31): 13540-13552.

[6] 张欣欣. 步进频连续波探地雷达成像技术研究[D]. 济南：齐鲁工业大学，2024.
Zhang Xinxin. Research on stepped-frequency continuous wave ground penetrating radar imaging technology [D]. Jinan: Qilu University of Technology, 2024.

[7] 赵书静，龚梁涛，詹博博，等. 电缆局部缺陷的步进频连续波定位方法[J]. 高电压技术，2023，49(5)：2121-2130.
Zhao Shujing, Gong Liangtao, Zhan Bobo, et al. Location method for local defects of cable based on stepped frequency continuous wave technology [J]. High Voltage Engineering, 2023, 49(5): 2121-2130.

[8] 刘欲晓. 基于遗传算法优化的变分模态分解与深度神经网络的光伏功率预测[J/OL]. 电力勘测设计，2025：1-6.（2025-06-20）.
Liu Yuxiao. Photovoltaic power forecasting using genetic

algorithm-optimized variational mode decomposition and hybrid deep neural networks [J/OL]. Electric Power Survey & Design, 2025: 1-6. (2025-06-20).

[9] Huang N E. Computer implicated empirical mode decomposition method, apparatus, and articale of manufacture [P]. U. S. Patent, 6,311,130. 1996.

[10] Ghasempour R, Azamathulla H M, Roushangar K. EEMD- and VMD-based hybrid GPR models for river streamflow point and interval predictions [J]. Water Supply, 2021, 21(7): 3960-3975.

[11] Dragomiretskiy K, Zosso D. Variational mode decomposition [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3): 531-544.

[12] Zhao S, Wu Y, Jiang X, et al. Weak signal detection in chaotic noise background- based on VMD-EEMD and self-attention mechanisms [J]. Journal of Physics: Conference Series, 2024, 2851: 012015.

[13] Lu Q, Guo S, Zeng Z, et al. Application of variational mode decomposition in GPR detection of oil contaminated soil [J]. Journal of Physics: Conference Series, 2023, 2651(1): 012035.

[14] 刘　财, 商耀达, 鹿　琪, 等. GPR信号去噪的变分模态分解[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2024, 54(3): 1042-1053.
Liu Cai, Shang Yaoda, Lu Qi, et al. Variational mode decomposition for GPR signal denoise [J]. Journal of Jilin University (Earth Science Edition), 2024, 54(3): 1042-1053.

[15] Cao W, Li C, Li Z, et al. Research on low-resistance grounding fault line selection based on VMD with PE and K-means clustering algorithm [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2022, 2022(1): 5360302.

[16] 齐善鲁, 范宝德, 张　迪. 改进小波阈值去噪算法在GPR数据处理中的应用[J]. 电子测量技术, 2023, 46(1): 17-24.
Qi Shanlu, Fan Baode, Zhang Di. Application of improved wavelet threshold de-noising algorithm in GPR data processing [J]. Electronic Measurement Technology, 2023, 46(1): 17-24.

[17] Pichler K, Klaffenböck M A, Mayer J, et al. Improved univariate EMD-based oscillation detection by evaluation of IMF properties and Welch power spectra [C]//2022 IEEE 31st International Symposium on Industrial Electronics, 2022: 123-128.

[18] Karna A, Gibert K. Automatic identification of the number of clusters in hierarchical clustering [J]. Neural Computing and Applications, 2022, 34(1): 119-134.

作者简介：

姚　攀(1983—),男,湖北省黄冈市人,高级工程师,主要研究方向为电气工程技术、机械化施工等;

程茂森(2002—),男,湖北省襄阳市人,硕士研究生,主要研究方向为仪器科学与技术、环境感知等。