先进光电测量、分析与制造

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.20250630001

一种基于圆周卷积的探地雷达小波去噪算法

武顺强[1]，任尚进[2*]，冯旭明[1]，吴艺鹏[1]，陈轶均[3]

（1. 广东电网股份有限公司 江门供电局，广东 江门 529000；2. 东北大学 信息科学与工程学院，沈阳 110819；
3. 哈尔滨工业大学 仪器科学与工程学院，哈尔滨 150001）

摘　要： 为解决探地雷达回波信号易受噪声干扰导致探测精度下降的问题，文章提出一种基于圆周卷积的小波去噪算法。该方法通过对信号进行预处理以分离噪声，采用两层分解及Sym8小波基可获得最优去噪性能。仿真结果表明，所提算法能有效抑制噪声，同时保留信号的关键特征，将信噪比从10 dB提升至17.53 dB，并显著提高目标定位的精度，深度测量误差由5.12 cm降至1.27 cm。该研究为地下探测提供了一种高精度解决方案。

关键词： 探地雷达；噪声抑制；小波阈值去噪算法；信噪比；目标定位

中图分类号： TN957.5　**文章编号：** 1001－5868(2025)05－0795－08

Circular-Convolution-Based Wavelet Denoising Algorithm For Ground-Penetrating Radar

WU Shunqiang[1], REN Shangjin[2], FENG Xuming[1], WU Yipeng[1], CHEN Yijun[3]

(1. Jiangmen Power Supply Bureau, Guangdong Power Grid Co., Ltd., Jiangmen 529000, CHN;
2. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, CHN;
3. School of Instrumentation Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, CHN)

Abstract: To address the issue of noise interference in ground-penetrating radar echo signals that degrades detection accuracy, this paper proposes a wavelet denoising algorithm based on circular convolution. The method preprocesses the signals to separate noise, achieving optimal denoising performance using a two-level decomposition with the Sym8 wavelet basis. Simulation results demonstrate that the proposed algorithm effectively suppresses noise while preserving key signal characteristics, improving the signal-to-noise ratio from 10 dB to 17.53 dB. Moreover, it significantly enhances target localization accuracy, reducing the depth measurement error from 5.12 cm to 1.27 cm. This study provides a high-precision solution for underground detection.

Key words: ground-penetrating radar; noise suppression; wavelet threshold denoising; signal-to-noise ratio; target localization

0　引言

随着城市化进程的加速和基础设施建设的持续推进，地下空间的开发与利用日益重要。探地雷达作为一种高效且无损的地下探测技术[1-2]，已广泛应用于地质勘查、道路检测、考古发掘以及地下管线探测等领域[3-6]。然而，在实际应用中，探地雷达回波信号常受到土壤介质、环境条件、温度等外界因素的影响，导致包含白噪声在内的噪声混入[7-8]。这显著降低了回波信号质量，进而影响探测结果的准确性与可靠性。

传统的数字滤波方法（如FIR滤波器）依赖信号频谱与噪声频谱的不重叠性[9-11]，然而，在实际应用中，噪声频谱通常覆盖整个频带，并与信号频谱发生混叠。这使得传统的频域滤波方法不仅难以有

收稿日期：2025－06－30.

* 通信作者：任尚进

效分离信号与噪声，还容易引起相位失真，进而降低探测深度和探测精度。小波分析作为傅里叶变换的扩展，通过引入可伸缩的时频分析窗口，能根据信号特性动态调整时间和频率分辨率，从而克服固定窗口分析的局限[12-13]，更有效实现信号与噪声的分离。传统小波卷积算法存在信号相移问题，使用圆周卷积能够匹配输入输出数据长度，有效消除相移误差，同时有效保留信号细节[14-17]，从而提高探地雷达回波信号的信噪比[18-21]。

为克服传统滤波器在处理探地雷达回波信号噪声与相位失真方面的局限，本文提出一种融合圆周卷积预处理的基于小波变换的去噪算法。该算法重点优化了小波基的选择与分解层数的选取，同时使用圆周卷积代替传统卷积，以增强信号特征的保留能力，从而实现地下目标的高精度探测。

1 研究方法

1.1 小波去噪的理论基础

1.1.1 小波变换

设$\psi(t)\in L^2(R)$，即$\psi(t)$是一个平方可积函数，其傅里叶变换$\Psi(\omega)$满足：

$$\int_{R^+}\frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|}\mathrm{d}\omega<\infty \tag{1}$$

此时，称$\psi(t)$为小波函数或小波母函数，公式(1)为小波函数的容许性条件。

对于任意信号$f(t)$，其连续小波变换定义为：

$$W_f(a,b)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\frac{1}{\sqrt{a}}\psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right)\mathrm{d}t \tag{2}$$

当小波函数满足公式(1)时，存在逆小波变换：

$$f(t)=\frac{1}{C_\psi}\int_R\int_R W_f(a,b)\psi_{a,b}(t)\mathrm{d}a\mathrm{d}b \tag{3}$$

此时，原始信号可通过其小波系数实现精确重构。在实际数据处理中，为保证计算的可行性，需将连续信号进行离散化处理，这一过程通过离散小波变换实现。

当$a_0>1$和$b_0>0$时，离散小波函数表示为：

$$\psi_{j,k}(t)=a_0^{-\frac{j}{2}}\psi\left(a_0^{-j}t-kb_0\right),j,k\in Z \tag{4}$$

离散小波变换定义为：

$$W_f(j,k)=\left\langle f,\psi_{k,j}\right\rangle=a_0^{-\frac{j}{2}}\int_R f(t)\psi^*\left(a_0^{-j}t-kb_0\right)\mathrm{d}t \tag{5}$$

离散小波逆变换定义为：

$$f(t)=\sum_{j,k\in Z}W_f(j,k)\psi_{j,k}(t) \tag{6}$$

式中，尺度参数$\psi_{j,k}(t)$能够调控频率分辨率与时间分辨率的平衡。随着j值增加，$\psi_{j,k}(t)$的中心频率降低，频率分辨率提高；反之频率分辨率降低。由此可见，离散小波变换能够对信号进行精细的时频联合分析。

1.1.2 Mallat算法的基本原理

基于多分辨率分析理论，Mallat提出一种高效的离散小波变换实现方法（即Mallat快速算法）。该方法利用正交镜像滤波器组实现信号的分解与重构，其核心是通过低通和高通滤波器的级联运算，将信号逐级分解到不同尺度空间。Mallat快速算法的基本步骤如下：

设$\varphi(t)$和$\psi(t)$分别表示函数$f(t)$在2^0分辨率下的尺度函数和小波函数，则：

$$f(t)=\sum_k c_{0,n}\varphi(t-n) \tag{7}$$

根据多尺度分析工具，可以计算得到其细节信息和近似信息。由于$V_0=V_1\oplus W_1$，$f(t)$可以分解为V_1和W_1中的元素：

$$f(t)=\sum_k c_{1,k}\varphi_{1,k}+\sum_k d_{1,k}\psi_{1,k} \tag{8}$$

通过应用离散小波变换，尺度系数$c_{j,k}$与小波系数$d_{j,k}$的表达式可推导如下：

$$\begin{cases}c_{j,k}=\sum_n h(n-2k)c_{j-1,n}\\ d_{j,k}=\sum_n g(n-2k)c_{j-1,n}\end{cases} \tag{9}$$

因此，j尺度空间的尺度系数$c_{j,k}$和小波系数$d_{j,k}$可以通过$j-1$尺度空间的尺度系数和小波系数经过$h(n)$和$g(n)$滤波得到。其中，$h(n)$和$g(n)$分别为低通滤波器$H(\omega)$和高通滤波器$G(\omega)$对应的滤波器系数。

类似于小波分解过程思路，小波变换系数重构结果为：

$$c_{j-1,k}=\sum_m h(k-2m)c_{j,m}+\sum_m g(k-2m)d_{j,m} \tag{10}$$

根据Mallat小波分解公式(9)和小波重构公式(10)，波形重构仅需利用高通和低通滤波器组的滤波器系数$\{h_k,\ g_k\}_{k\in Z}$，无需知道尺度函数$\varphi(t)$和小波函数$\psi(t)$，就可以根据初始系数和滤波器系数完成小波重构。

1.2 小波阈值去噪算法仿真

由于探地雷达实际测量数据受土壤介质、周围环境及温度等外部条件的干扰，无法获取精确的无

噪声回波信号。因此，本节采用gprMax正演模拟软件仿真实际GPR探测过程，生成理论纯净的回波信号，用于后续小波阈值去噪算法的仿真分析。

1.2.1　参数分析与建模

gprMax采用时域有限差分（FDTD）算法进行探地雷达正演模拟。FDTD算法通过对麦克斯韦方程组进行空间与时间离散化，并迭代更新电场分量与磁场分量，模拟电磁波在复杂介质中的传播过程。

采用起始频率为300 MHz、终止频率为1 000 MHz、步进量为7 MHz的步进频率连续波信号，总计包含100个频率点。依照传统的gprMax仿真方法，扫描过程中每个点需发射100个不同频率的正弦信号并采集回波数据或借助自定义波形功能发射100组频率步进的超宽带信号。然而，这两种方法均存在仿真效率低下且灵活性受限的问题。因此，优化方法引入了线性时不变系统理论进行响应计算。该方法基于系统冲激响应可完全表征其特性的原理，使得回波信号能够直接从输入信号的响应中推导得出。在此框架下，仿真探测环境的参数设置如下：

1）模拟的探测环境x，y，z方向尺寸分别为10 m，3 m，0.002 m，分辨率分别为0.005 m，0.005 m，0.002 m；

2）单次迭代仿真时窗为100 ns，为便于后续计算采样率调整为100 GHz；

3）上层介质相对介电常数ε_r=12，电导率σ=2×10^{-3} S/m，下层介质相对介电常数ε_r=7，电导率σ=5×10^{-3} S/m，两者相对磁导率μ_r=1，磁损耗σ^*=0；

4）偶极子信号源发射幅度为1，中心频率为1.5×10^9 Hz的脉冲波形，极化方向为圆极化；

5）信号源与接收天线移动步长均为x方向0.05 m，移动步数为188步；

6）在深度为0.4 m处埋藏长宽分别为1 m×0.4 m的长方体掩埋体，在深度为0.8 m处埋藏半径为0.5 m的圆柱形掩埋体。

基于上述理论，使用gprMax构建的仿真检测环境如图1所示。实际仿真过程中，信号源发射信号，将回波信号即系统冲击响应与设定的步进频率连续波（SFCW）信号进行卷积，从而得到探地雷达实际回波信号，处理结果如图2所示。图2（a）为理论无噪信号结果显示：左上方的平顶双曲线反映矩形体上下反射界面，而右下方的光滑双曲线对应圆柱体上下反射界面。图2（b）为施加5 dB白噪声后的处理结果：双曲线形态仍可识别，但引入了噪声点，模拟了地下环境中的随机噪声。

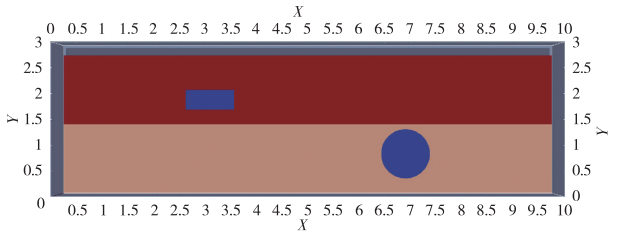
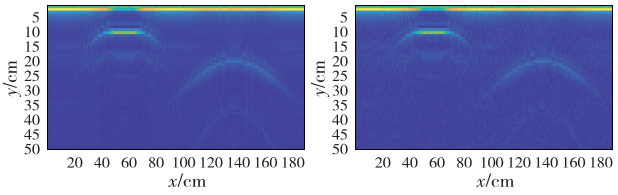


图1　采用gprMax构建的仿真探测环境



（a）无噪理论信号处理结果　（b）添加5 dB白噪声的信号处理结果

图2　回波信号处理结果

1.2.2　分解层数与小波基的选取

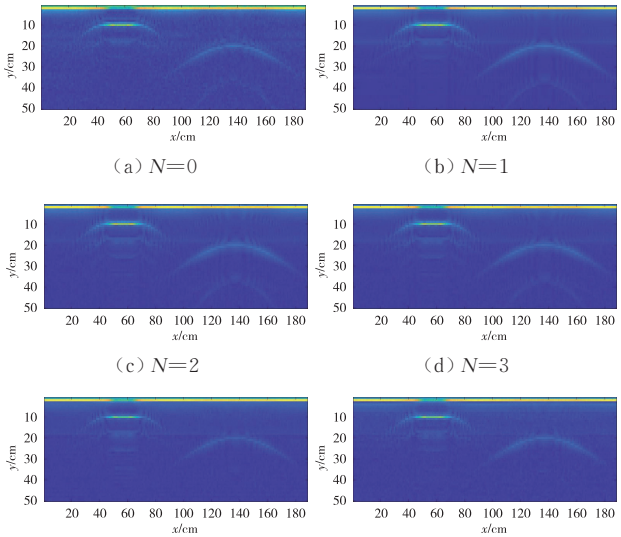
利用gprMax构建模型，获得理论无噪回波信号及加入白噪声后的含噪回波信号。通过理论建模再加噪的方式模拟地下环境随机噪声，解决了实验过程中无法直接获取无噪声回波信号的难题。

在小波阈值去噪中，分解层数对去噪性能具有显著影响。本研究应用小波阈值去噪来消除回波信号中混叠的高斯白噪声，旨在提升探测精度与结果的鲁棒性。然而，分解层数不足将导致噪声分离不充分，信噪比提升不明显；分解层数过多则可能滤除关键信号特征，导致信号失真，出现过拟合现象、以及增加计算成本。

由于回波信号的高频部分衰减较为严重且幅值较小，若对单次扫描的整段回波信号直接进行小波阈值去噪，容易将高频部成分误判为噪声而滤除，导致信号失真。针对该问题，利用步进频率连续波信号各频点持续时间固定的特性，将回波信号等间隔切片为100个子区间（对应100个频段），并分别进行小波阈值去噪处理，从而在最大程度提升信噪比的同时，将信号失真降至最低。

基于上述方法选择了Sym8作为小波基函数，阈值函数选择软阈值函数，对于分解层数为N=1，2，3，4，5时，去噪效果如图3所示。经计算，各情况下图像输出信噪比（SNR）分别为8.00 dB，10.85 dB，6.84 dB，3.79 dB和3.56 dB。随着分解

层数的增加，SNR呈现先上升后下降的趋势：当分解层数$N=1,2,3$时，噪声被有效抑制且未损害检测效果；而当层数$N=4,5$时，圆柱形掩埋体的下反射表面的双曲线消失，这表明在过高的分解层数下发生了过度去噪，导致有效信号成分丢失。综上，最终选择$N=2$作为分解层数以进行后续去噪处理，从而平衡去噪效果与信号完整性。



（a）$N=0$ （b）$N=1$ （c）$N=2$ （d）$N=3$ （e）$N=4$ （f）$N=5$

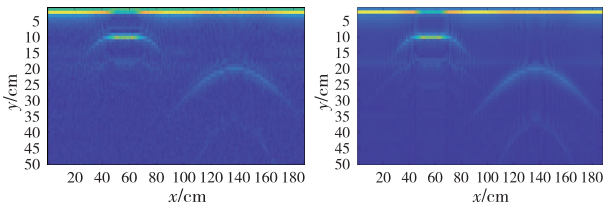
图3 不同分解层数下的图像去噪效果

小波基的选取标准在不同应用领域存在差异。为此，本研究比较了四种常用的小波基函数的去噪效果，包括Symlets小波、Daubechies小波、Coiflets小波和双正交（Biorthogonal）小波。仿真信号同样选用加入信噪比为5 dB的含高斯白噪声回波信号。结果如表1所示。Sym8小波以10.88 dB的信噪比表现最优，表明其具有卓越的去噪性能。同时，Sym8小波因其良好的正则性与平滑性，更适用于处理平滑的探地雷达回波信号；且其对称结构能保证分解重构过程中的相位一致性，因此能有效避免重构信号时产生相位失真。

如图4所示，采用Sym8小波基函数在分解层数$N=2$条件下进行小波软阈值去噪的结果，在有效滤除白噪声的同时完整保留了有效信号成分。

表1 不同小波族的去噪信噪比结果

Sym*N*	*SNR*	Db*N*	*SNR*	Coif*N*	*SNR*	Bior*N*	*SNR*
Sym1	6.86	Db1	6.86	Coif1	10.46	Bior1.1	6.68
Sym2	9.14	Db2	9.13	Coif2	10.74	Bior1.3	6.55
Sym3	10.01	Db3	10.00	Coif3	10.85	Bior1.5	6.37
Sym4	10.41	Db4	10.60	Coif4	10.84	Bior2.2	9.94
Sym5	10.61	Db5	10.69	Coif5	10.88	Bior2.4	10.16
Sym6	10.70	Db6	10.77			Bior2.6	10.18
Sym7	10.77	Db7	10.82			Bior2.8	10.14
Sym8	10.88	Db8	10.84			Bior3.1	7.39
Sym9	10.82	Db9	10.84			Bior3.3	10.12
Sym10	10.84	Db10	10.87			Bior3.5	10.53



（a）含噪信号结果 （b）分解层数$N=2$，Sym8小波去噪结果

图4 含噪信号结果图与最优去噪结果图

1.2.3 含噪信号分解重构的卷积方法选取

含噪信号的小波分解与重构过程均使用了卷积运算，完全卷积算法等效于对输入信号进行FIR滤波处理。N阶FIR滤波器的输入输出时域关系为：

$$y(n)=x(n)\times h(n)=\sum_{k=0}^{N-1}h(k)x(n-k) \tag{11}$$

式中，$h(k)$为FIR滤波器的冲激响应（滤波器系数），N表示滤波器抽头个数，$x(n)$为输入信号，$y(n)$为输出信号。FIR滤波器在z域的传递函数$H(z)$表示为：

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n} \tag{12}$$

由此可见，FIR滤波器可轻易实现严格的线性相位，意味着不同频率分量在系统中的时延与其频率成正比。同时，FIR滤波器的系统函数是一个有限阶的z^{-1}多项式，其全部极点均位于坐标原点$z=0$处，满足系统稳定性条件。

$$H_d=\left\{\begin{matrix}-111,-18,1\,039,249,-4\,695,-2\,008,-15\,773,25\,467,\\11\,942,-1\,702,-892,1\,610,125,-490,-10,62\end{matrix}\right\} \tag{13}$$

$$L_d=\left\{\begin{matrix}-111,-18,1\,039,249,-4\,695,-2\,008,15\,773,25\,467,\\11\,942,-1\,702,-892,1\,610,125,-490,1\,039,18,-111\end{matrix}\right\} \tag{14}$$

$$H_g=\left\{\begin{matrix}-62,-10,490,125,-1\,610,-892,1\,702,11\,942,\\-25\,467,15\,773,2\,008,-4\,695,-249,1\,039,18,-111\end{matrix}\right\} \tag{15}$$

$$L_g=\left\{\begin{array}{c}-111,18,1\,039,-249,-4\,695,2\,008,15\,773,-25\,467,\\ 11\,942,1\,702,-892,-1\,610,125,490,-10,-62\end{array}\right\} \tag{16}$$

选用 Sym8 小波为小波基，其滤波器系数由公式（13）～（16）定义，取值范围在 -2^{-15} 至 $-2^{-15}-1$ 之间。其中 H_d 与 L_d 分别表示小波分解的高通与低通滤波器系数，H_g 和 L_g 则对应小波重构的高通与低通滤波器系数。

根据公式（11）可知，当输入信号长度为 M、滤波器系数长度为 N 时，完全卷积的结果长度为 $M+N-1$。若直接输出完全卷积后的信号，会导致输出信号产生偏移，进而给最终探测结果引入误差。如图 5 所示为分解层数为 2 且采用 Sym8 小波基的分解和重构的对比图，分别使用圆周卷积与传统卷积方法对含噪信号进行分解和重构，圆周卷积的重构误差在 10^{-13} 量级，而完全卷积重构误差在 ±1 范围。因此，使用传统卷积进行小波分解和重构会产生严重相位偏移，导致较大的重构误差。

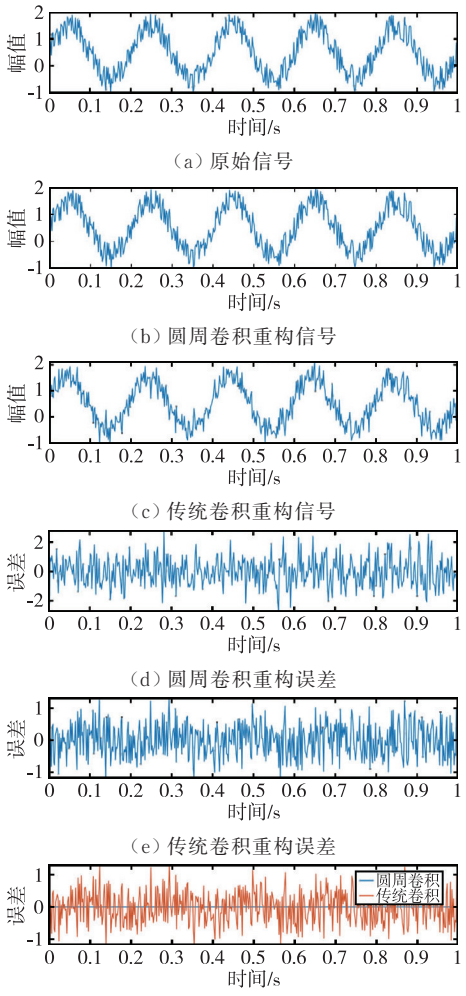


图 5　圆周卷积算法对比

本研究使用圆周卷积算法，以解决传统卷积算法导致的严重相位偏移现象及显著重构误差问题，基于单层小波分解的圆周卷积处理流程如图 6 所示。首先确定输入信号长度为 M，输入滤波器系数长度为 N。圆周卷积过程中，输入信号分别与高通、低通滤波器系数进行完全卷积运算，得到 $M+N-1$ 个输出数据。随后将两组输出的前后各 $N-1$ 个数对齐相加输出，余下 $M+N-1$ 个数直接输出，该方法有效解决了卷积后输入输出信号长度不一致性问题。

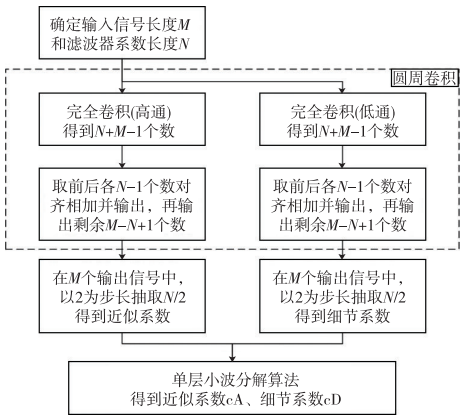


图 6　单层小波分解的圆周卷积处理流程

2　系统验证实验结果

图 7 展示了回波信号首段的去噪效果对比。将本研究的圆周卷积小波去噪算法部署到 FPGA 上，然后在原始无噪信号中叠加 10 dB 的高斯白噪声后，经

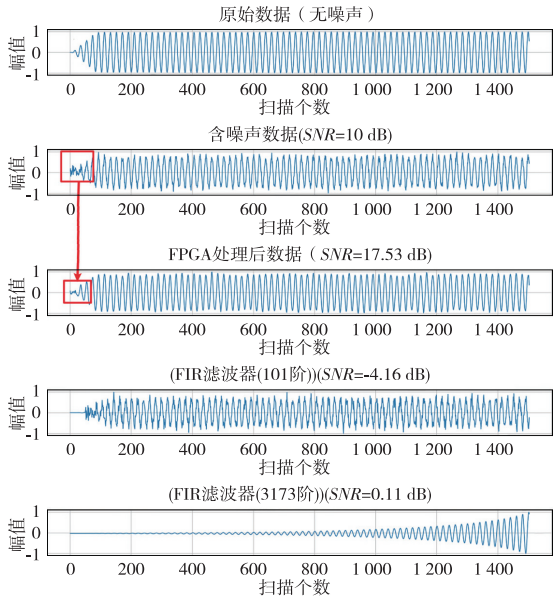
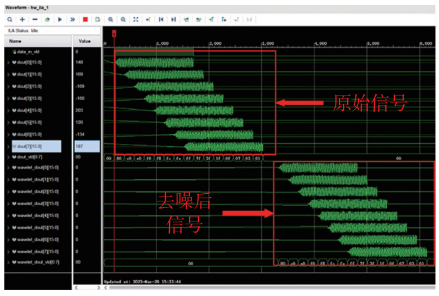


图 7　第一段落信号去噪效果对比示意图

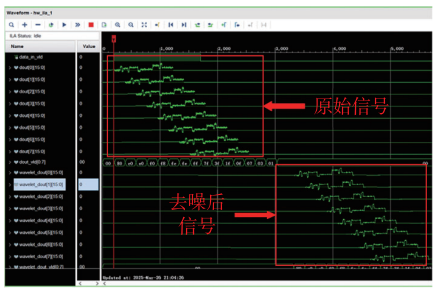
FPGA的算法模块处理后，使信噪比提升至17.53 dB。如红色框选区域所示，回波信号在初始阶段的幅值相对较小。相较传统FIR滤波器，本文部署于FPGA的处理算法仍能保持原始信号的形态与变化趋势。

为与传统FIR滤波方法进行对比，采用101阶和3173阶高通FIR滤波器进行实验，如图7所示，二者的截止频率均设置为300 MHz。其中101阶滤波器旨在平衡性能与计算复杂度，3173阶滤波器模拟更接近理想滤波器的特性。在滤波器阶数特性方面，高阶滤波器虽能实现更精确的频率响应，但会引入更严重的相移问题，具体表现为去噪后信号*SNR*显著降低。这种相移会在回波信号中形成特定延迟，进而引发探地雷达后续数据处理误差。

如图8所示为八阵列小波阈值去噪模块在FPGA实际测试的结果图，集成逻辑分析仪(ILA)分别抓取了原始数据信号与小波阈值去噪后的信号。图8(a)呈现实际探测过程采集的回波信号，图8(b)则展示具有分段常值特性的不连续信号，图中左上信号为原始数据信号，右下信号为小波阈值去噪处理后的信号。两组结果共同表明，经八阵列小波阈值去噪处理后，信号波形保持了信号关键部分完整性，同时实现了平滑化。



(a) 实际探测过程采集的回波信号

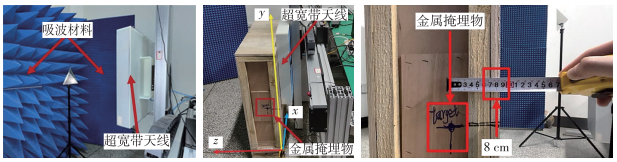


(b) 具有分段常值特性的非连续信号

图8 FPGA板载测试结果特性图

3 现场试验结果

如图9(a)所示，实验测试环境中待测物体四周均包裹吸波材料，用于隔绝墙体回波反射及外界信号干扰；图9(b)展示沙箱实验测试方案，沙箱在x，y，z方向的尺寸分别为40 cm，80 cm，20 cm，超宽带天线紧贴沙箱并沿y轴方向移动；图9(c)为金属掩埋物深度测量情况，其掩埋深度约为8 cm。为确保实验数据准确性，超宽带天线沿y轴方向上下扫描五次，探地雷达共采集1 525个回波信号。



(a) 实验测试环境展示　(b) 沙箱实验方案示意　(c) 金属目标物埋深测量结果

图9 沙箱验证场景示意图

探地雷达设备单次采样时间为80 μs，该时窗内采集到的信号包含有效回波信号(300～993 MHz)、环境干扰(高斯噪声)、通信频段干扰等杂波。

图10为通过本研究提出的算法处理后的BSCAN扫描结果，图11则展示了传统带通滤波器处理后的BSCAN扫描结果。

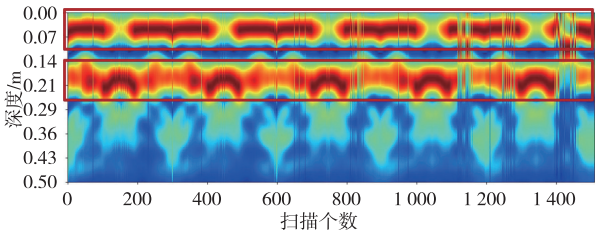


图10 本文去噪算法所得BSCAN结果图

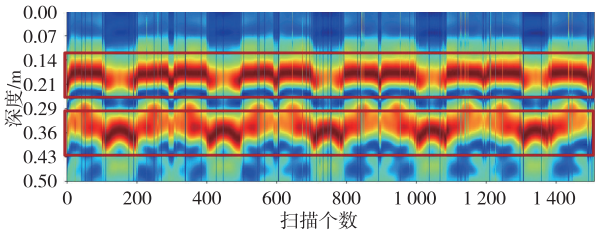


图11 传统带通滤波器去噪所得BSCAN结果图

其中，实验沙箱通过5轮扫描，累计完成1 525次扫描。两张BSCAN结果图的上方红框区域代表接收到的直达波信号，相当于紧贴沙箱的第一个反射面，下方红框区域代表金属掩埋物的强烈回波信号。对比两种方法的BSCAN结果可知，5轮扫描呈现出5个双曲线，双曲线顶点对应金属掩埋物的探测深度。实际掩埋深度为金属掩埋物位置减去第一个反射面的位置，在实测埋深8 cm条件下，本文方法测得埋深为9.27 cm，而传统带通滤波法则测

得13.12 cm。实验结果表明：所提出的方法能够在有效抑制300～993 MHz频带外干扰的同时，保留原始信号相位信息，解决传统带通滤波器滤波前后信号产生的相移问题，显著提升目标探测精度。

4　结论

本文针对探地雷达回波数据预处理提出一种基于圆周卷积的小波阈值去噪算法，并在FPGA硬件平台上该算法以以提升信号处理质量。首先，系统分析小波变换理论、多分辨率分析及Mallat算法。然后，利用gprMax仿真生成含噪回波信号，确定最优参数组合为2层分解和sym8小波基。通过改进传统卷积运算，在小波分解与重构处理中引入圆周卷积算法，成功消除了信号分解重构过程中的相移，并保持了信号长度的一致性。测试结果表明，该方法将信噪比从10 dB提升至17.53 dB，同时完整保持信号形态特征，确保了回波信号解译的可靠性。此外，现场实验测得目标深度测量误差由5.12 cm降至1.27 cm，进一步表明所提算法相较传统方法在探地雷达数据去噪精度和目标探测可靠性方面均有显著提高。

参考文献：

[1] 蒋华扬，吴　涛，陈　浩，等. 一种多传感器融合的安防机器人设计与应用[J]. 现代电子技术，2023，46(21)：183-186.
Jiang Huayang，Wu Tao，Chen Hao，et al. Design and application of security robot with multi-sensor fusion [J]. Modern Electronics Technique，2023，46(21)：183-186.

[2] 王登科，王龙航，秦亚光，等. 基于VRA-UNet网络的煤岩组合体裂隙识别与三维重构[J]. 煤炭科学技术，2025，53(2)：96-108.
Wang Dengke，Wang Longhang，Qin Yaguang，et al. Fracture identification and 3D reconstruction of coal-rock combinations based on VRA-UNet network[J]. Coal Science and Technology，2025，53(2)：96-108.

[3] Sun Y，Gai L，Wang G，et al. Research on spectrum characteristics of ground penetrating radar for road underground water-rich body [C]//2023 International Applied Computational Electromagnetics Society Symposium (ACES-China)，2023：1-3.

[4] 郭玉麟，胡以华，方佳节，等. 激光雷达超分辨成像技术研究现状与发展趋势[J]. 雷达学报(中英文)，2025，14(3)：501-527.
Guo Yulin，Hu Yihua，Fang Jiajie，et al. Research status and development trend of LiDAR super-resolution imaging technology[J]. Journal of Radars，2025，14(3)：501-527.

[5] Esposito G，Gennarelli G，Soldovieri F，et al. Effective 3-D contactless GPR imaging：experimental validation[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters，2024，21：3509005.

[6] 陈　军，张　波，庄兴岳，等. 基于探地雷达的岩体裂隙动态扩展过程识别方法[J/OL]. 工程科学与技术，2025：1-16.[2025-06-30].

[7] Smogavec P，Šipoš D，Gleich D. Static and dynamic echo cancellation algorithm for ground penetrating radar [C]// IGARSS 2023 - 2023 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium，2023：4752-4755.

[8] 王海亮，刘　丽，徐　航，等. 基于YOLOX的探地雷达城市地下目标检测方法[J]. 电子器件，2024，47(6)：1704-1710.
Wang Hailiang，Liu Li，Xu Hang，et al. Urban underground target detection from ground penetrating radar images using YOLOX [J]. Chinese Journal of Electron Devices，2024，47(6)：1704-1710.

[9] Wang G. Implementation of FIR digital filter algorithm in C language on DSP platform [C]//2024 5th International Conference on Information Science，Parallel and Distributed Systems (ISPDS)，2024：446-450.

[10] 陈登峰，何拓航，杨小燕，等. 路基病害雷达图像多视图融合识别方法[J]. 测绘通报，2025(5)：66-73.
Chen Dengfeng，He Tuohang，Yang Xiaoyan，et al. Multi-view fusion recognition method for subgrade disease radar images[J]. Bulletin of Surveying and Mapping，2025，(5)：66-73.

[11] 王　喆. 基于最优FIR滤波器的小电流接地故障选线技术[J]. 粘接，2025，52(3)：150-153.
Wang Zhe. Low-current grounding fault line selection technology based on optimal FIR filter[J]. Adhesion，2025，52(3)：150-153.

[12] 徐鸣阳. 基于深度学习的高压电气设备故障信号检测系统[J]. 电气技术与经济，2025(6)：193-195.
Xu Mingyang. Fault signal detection system of high voltage electrical equipment based on deep learning [J]. Electrical Equipment and Economy，2025(6)：193-195.

[13] 陈　旭，张建伟，王叔洋，等. 基于提升小波变换的多变量长时间序列预测[J]. 河南理工大学学报(自然科学版)，2025，44(4)：66-73.
Chen Xu，Zhang Jianwei，Wang Shuyang，et al. Multivariate long-term time series prediction based on the lifting wavelet transform [J]. Journal of Henan Polytechnic University (Natural Science)，2025，44(4)：66-73.

[14] 王子珣，刘　博. 基于自适应去噪模块的高效激光雷达信号处理方法[J]. 红外与激光工程，2025，54(6)：158-168.
Wang Zixun，Liu Bo. Photon-efficient lidar signal processing methods based on adaptive denoising module[J]. Infrared and Laser Engineering，2025，54(6)：158-168.

[15] 王玲桃，任宏伟，王紫瑜，等. 基于ICEEMDAN和改进小波阈值的输电线路故障行波信号降噪[J]. 电子设计工程，2025，33(12)：56-61.
Wang Lingtao，Ren Hongwei，Wang Ziyu，et al.

Transmission line fault travelling wave signal noise reduction based on ICEEMDAN and improved wavelet threshold[J]. Electronic Design Engineering, 2025, 33(12): 56-61.

[16] 苗好田, 李 凯. 基于双阈值多层滤波的事件流去噪算法研究[J]. 信息技术与信息化, 2025(5): 54-59.
Miao Haotian, Li Kai. Research on event stream denoising algorithm based on double threshold and multi-layer filtering[J]. Information Technology and Informatization, 2025(5): 54-59.

[17] 徐 涛, 耿德祥, 曹建伟, 等. 基于纹理特征和支持向量机的路基病害探地雷达图像识别方法[J]. 工程地球物理学报, 2025, 22(1): 65-73.
Xu Tao, Geng Dexiang, Cao Jianwei, et al. GPR image recognition method for roadbeds disaster based on texture features and support vector machines[J]. Chinese Journal of Engineering Geophysics, 2025, 22(1): 65-73.

[18] 刘存莉, 雷占占, 郑 澳. 基于循环卷积神经网络的排水管网缺陷检测方法[J]. 计算机与现代化, 2024(7): 26-35, 75.
Liu Cunli, Lei Zhanzhan, Zheng Ao. Circular convolutional neural network-based defect detection method for drainage pipe networks[J]. Computer and Modernization, 2024(7): 26-35, 75.

[19] 施 恩译, 常舒予, 陈可佳, 等. BiGCN-TL: 软件错误部分定位场景下二分图图卷积神经网络Transformer定位模型[J]. 计算机科学, 2025, 52(S1): 874-884.
Shi Enyi, Chang Shuyu, Chen Kejia, et al. BiGCN-TL: bipartite graph convolutional neural network transformer localization model for software bug partial localization scenarios[J]. Computer Science, 2025, 52(S1): 874-884.

[20] 李 希, 潘 誉. 基于改进YOLOv8的探地雷达管线目标检测方法[J]. 计算机与现代化, 2025(1): 94-99.
Li Xi, Pan Yu. Ground penetrating radar pipeline object detection method based on improved YOLOv8[J]. Computer and Modernization, 2025(1): 94-99.

[21] Nafchi A, Esmaeili M, Santhanam B, et al. 1 a new affine fractional Fourier transform with circular convolution property[C]//2023 57th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, 2023: 111-114.

作者简介:

武顺强(1978—),男,江西省上高县人,工程师,主要研究方向为电气自动化等;

任尚进(2002—),男,山东省济宁市人,主要研究方向为探地雷达技术。