光电技术及应用

DOI：10.16818/j.issn1001－5868.20251010001

基于线光谱共焦的齿轮齿廓波纹度测量研究

蔡昕宏，赫东锋*

（西安工业大学 机电工程学院，西安 710021）

摘　要： 针对齿轮齿面波纹度这一导致传动振动噪声的关键因素，文章提出一种基于线光谱共焦技术的齿廓波纹度测量方法。首先，建立齿廓波纹度的测量模型，在此基础上完成齿廓波纹度的提取、全齿波纹度的拼接以及预处理，并完成对全齿波纹度曲线的傅里叶级数展开分析。接着，通过实验对上述方法进行实验验证。实验结果表明，所得波纹度曲线在各齿之间表现出良好的一致性，符合3级精度齿轮的形貌特征，线光谱共焦传感器对齿轮的测量结果具有可靠性与稳定性。根据阶次图初步识别出18.8和39的“鬼阶”频率，光谱共焦传感器可以完成对高精度齿轮表面的微观形貌的高速测量。

关键词： 齿轮；波纹度测量；非接触式测量；线光谱共焦感器；傅里叶级数

中图分类号： TP391.41；TH741　**文章编号：** 1001－5868(2025)06－1129－08

Gear Tooth Flank Waviness Measurement Based on Line Spectral Confocal Method

CAI Xinhong, HE Dongfeng

(**School of Mechatronic Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021**)

Abstract: Gear tooth surface waviness is a key factor causing vibration and noise in gear transmission processes. To address the low efficiency of conventional contact measurement methods, this study proposes a tooth flank waviness measurement method based on line spectral confocal technology. A measurement model for tooth flank waviness was established, thus enabling waviness extraction, full-tooth waviness profile splicing, and preprocessing. Furthermore, Fourier-series expansion analysis was performed on the full-tooth waviness profile. Experiments involving measurements of all tooth flanks of a gear were conducted. The results indicate that the line spectral confocal sensor provides reliable and stable gear measurements. The Fourier-analysis results are consistent with periodic errors associated with waviness. The line spectral confocal sensor can achieve high-speed measurements of the micro-geometry of high-precision gear surfaces.

Key words: gear; waviness measurement; non-contact measurement; line spectral confocal sensor; fourier series

0　引言

齿轮作为核心传动部件，因其具有工作效率高、传动平稳等特点，被广泛应用于航空航天、新能源汽车以及精密加工机床等领域[1]。随着新能源汽车的快速发展，其振动与噪声特性（NVH）问题愈加受到关注。由于纯电驱动系统本身噪声较低，传动系统中高速齿轮的噪声问题在整车中显得尤为突出。齿轮啮合过程中产生的噪声与齿面高阶谐波密切相关，而齿面波纹度正是导致这些谐波的重要因素。因此，对齿面波纹度的检测与分析对于降低新能源汽车的传动噪声、提升整车NVH性能具有重要意义[2-3]。

早在20世纪，就有学者提出波纹度的振幅和噪声之间存在关联。Genuit[4]在讨论评估汽车行业振

收稿日期：2025－10－10.

* 通信作者：赫东锋

动与噪声时提出“鬼阶”的概念。在齿轮传动振动的频谱分析中，由齿面波纹度引起的噪声通常表现为啮合频率及其倍频处，或出现在啮合频率与低频之间的中间频率处。如果波纹频率不对应啮合频率及其倍数频率，则出现的波纹阶次称为“鬼阶”。“鬼阶”通常表现为频谱中的异常峰值，进而增加系统的啮合噪声与振动水平。Gravel[5-6]等提出可以利用全齿波纹度曲线、阶次分析的振幅以及齿面三维形貌图中啮合线和波纹线的夹角，对高速齿轮的噪声进行分析。克林贝格公司推出一套齿轮偏差分析（GDA）软件，该软件通过齿轮测量中心获取齿面数据，然后基于这些数据对各个齿面的波纹度进行分析，完成齿廓齿形和齿向的波纹度评估[7]。美国格里森公司开发了一款包含齿面波纹度分析的软件，采用快速傅里叶变换分析齿面波纹度[8]。

对于波纹度的检测和分析，当前主要采用齿轮测量中心对齿廓进行接触式测量，然后根据测得的齿廓数据对波纹度进行分析。例如，马志伟等[9]通过齿轮测量中心获取齿轮的齿面数据，并根据所测量得到的波纹度数据分析识别“鬼频”。武湘凯[10]使用克林贝格P26齿轮测量中心测量得到高精度齿轮表面的轮廓信息，并用高斯回归滤波器将波纹度分量提取出来。于振辉[11]采用Gleason公司的350GMS齿轮测量仪对新能源汽车中的5级精度减速器齿轮进行齿面检测，分离出波纹度数据并分析验证齿轮波纹度和高速齿轮噪声的关系。除此之外，也有学者采用轮廓仪对齿面波纹度进行检测，例如腾辰[12]采用触针式粗糙度轮廓仪得到齿面的表面轮廓信息，通过正交拟合算法实现与理论渐开线模型的匹配，利用高斯滤波器得到齿轮的波纹度信息。

目前齿轮波纹度的测量仍以接触式方法为主。然而，对于波纹度分析往往需要获取全齿范围的波纹度数据，接触式测量在效率上存在明显不足，难以满足大规模或高效率检测的需求。相比于接触式测量，齿轮齿廓表面的非接触式测量避免了与齿轮表面接触，测量速度快且效率极高。同时，光学测量方式的采样间隔比接触式小，更能准确测量齿廓微观表面信息，从而对齿轮齿廓做出更加全面的评价。例如，Younes等[13]基于线激光传感器搭建了可用于直齿圆柱齿轮的测量系统，快速得到齿轮的齿距、齿厚以及齿廓数据信息。郭晓忠等[14]利用高精度气浮转台和线结构光传感器构建了一种齿轮三维点云测量装置，快速获得齿轮表面的所有点云信息。石照耀等[15]搭建了一套基于线激光传感器的齿轮测量装置，获得了齿轮表面的完整信息，并提取出齿廓、齿距和螺旋线数据信息。

光谱共焦传感器是一种基于色散原理和共焦原理，通过光谱编码实现轴向距离测量的高精度、非接触式光学的传感器。与上述基于结构光的激光位移传感器相比，其具有测量精度高、测量领域广等优点，广泛应用于高精度形貌测量、微纳结构检测以及机械零部件的表面轮廓检测等领域。本课题组的商执亿等[16]采用线光谱共焦传感器搭建了一套齿轮测量系统，实现了对圆柱齿轮单齿的齿廓偏差的测量，同时验证该方法可以实现3级精度齿轮齿廓的测量。本文在此基础上利用线光谱共焦传感器对齿轮齿廓方向的波纹度进行测量。

本文提出一种采用线光谱共焦传感器实现对齿轮齿廓表面波纹度进行测量的方法，完成了基于光谱共焦的齿轮齿廓的高速测量，全齿波纹度的拼接和傅里叶分析。相比于现有的接触式测量方法，该方法可以显著提高测量效率。所提方法对于齿轮波纹度的高效检测具有重要的现实意义，使得在生产现场对齿轮波纹度进行全部检测成为可能。

1 波纹度测量与分析方法

1.1 基于光谱共焦的波纹度测量方法

1.1.1 测量装置

采用线光谱共焦传感器对齿轮全齿齿廓进行测量，在此基础上分析齿面的波纹度信息。利用线光谱共焦传感器对齿廓表面波纹度进行测量，测量装置布局图如图1所示。

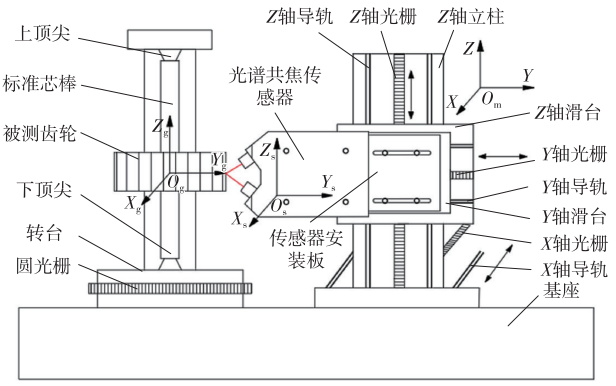


图1 基于线光谱共焦传感器的齿轮波纹度测量装置

被测齿轮安装在标准芯棒芯轴上，标准芯轴由上顶尖和下顶尖加持，且下顶尖固定在转台上。转台转动，带动齿轮的实现旋转运动。线光谱共焦传

感器通过铝合金安装板固定连接在齿轮测量机 Y 轴的滑台上，带动传感器沿工件径向运动。Y 轴导轨固定在 Z 轴滑台上，带动传感器做上下直线运动，以调整传感器在工件的轴向位置。Z 轴安装在量仪立柱上并能够沿着 X 轴导轨运动，带动传感器相对于工件做切向运动。

1.1.2　工件坐标系建立及测量位置的调整

整个线光谱共焦传感器测量系统设置三个坐标系如图 1 所示，分别是机器坐标系 $\sigma_m(O_m-XYZ)$、工件坐标系 $\sigma_g(O_g-X_gY_gZ_g)$和传感器坐标系 $\sigma_s(O_s-X_sY_sZ_s)$。机器坐标系三个轴的方向与测量机三个轴运动方向平行。齿轮坐标系原点 O_g 位于齿轮回转中心和齿宽的中间部位，齿轮坐标系各轴与机器坐标系各个方向平行。传感器坐标原点 O_s 位于传感器中心部分，传感器相对于工件径向打光方向为 Y 轴方向，相对与工件切线运动方向为 X 轴方向。传感器坐标系的 X 轴和 Y 轴与机器坐标系的 X 轴和 Y 轴相互平行。

工件坐标系原点相对于机器坐标系原点的偏移量 X_g 和 Y_g 通过标准芯棒进行标定。将标准芯棒安装在回转台上，通过线光谱共焦传感器在芯棒的径向方向扫描其外圆弧，如图 2 所示。

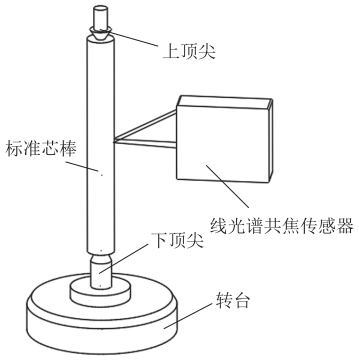


图 2　工件坐标系建立原理

假设线光共焦传感器测量得到的曲线由数据点 $\{(x_{si},y_{si})\}$ 组成，其中 $i=1,2,\cdots,K$，K 为测量点数。当传感器在测量芯棒时，X 方向光栅和 Y 方向光栅的读数为 (x_{m1},y_{m1})，则所获数据点在机器坐标系下的坐标为 $\{(x_{si}+x_{m1},y_{si}+y_{m1})\}$，采用三次多项式拟合曲线，求取拟合后的最高点 $H(x_H,y_H)$。已知芯棒半径为 r，则根据最高点 H 点可得，芯棒圆心坐标相对于机器坐标系的坐标为：

$$\begin{aligned} x_0&=x_H\\ y_0&=y_H-r \end{aligned} \tag{1}$$

在齿轮齿廓的非接触式测量中，光线容易被相邻齿遮挡，因此采用偏置方式对齿轮齿廓进行测量。由于靠近齿根部分的渐开线容易被遮挡，所以以齿根处齿廓能否被光线扫描到为判断依据，确定不遮挡时传感器的偏置位置，如图 3 所示。B 点为设定被测齿与 ISO1328-1-2013[17] 齿廓控制圆的交点，设定 B 点坐标为 $[x_b,y_b]$。C 点为被测齿廓和齿顶圆的交点，坐标为 $[x_c,y_c]$。A 点为被测齿廓相邻的右齿廓与齿顶圆的交点，坐标为 $[x_a,y_a]$。当 $x_b\geqslant x_a$ 时，被测齿廓便不会被相邻齿廓遮挡。当被测齿廓前齿齿顶点 A 点刚好不遮挡被测齿廓的齿廓控制点 B 点时，求解齿轮旋转角 φ，此时该位置为最佳测量位置。

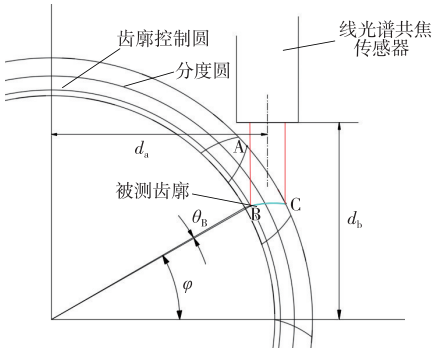


图 3　不遮挡条件下的最佳测量位置示意图

根据几何关系，可得在不遮挡条件下，转角 φ 满足：

$$\varphi\leqslant\arctan\left(\frac{\dfrac{z\cos\alpha}{\cos\alpha_e}\cos(\mathrm{inv}\alpha_e)-(z+2)\cos\left(\dfrac{\pi}{z}-2\mathrm{inv}\alpha-\mathrm{inv}\alpha_A\right)}{(z+2)\sin\left(\dfrac{\pi}{z}-2\mathrm{inv}\alpha-\mathrm{inv}\alpha_A\right)-\dfrac{z\cos\alpha}{\cos\alpha_e}\sin(\mathrm{inv}\alpha_e)}\right) \tag{2}$$

式中，$\mathrm{inv}\alpha=\tan\alpha-\alpha$，$\alpha_e=\arctan\left(\tan\alpha-\dfrac{4}{z\sin 2\alpha}\right)$，$\alpha_A=\arccos\left(\dfrac{z\cos\alpha}{z+2}\right)$，$z$ 为齿轮齿数，α 为齿轮压力角

则传感器的偏置距离为：

$$\begin{aligned} d_a&=r_{cf}\times\cos(\varphi-\theta_B)+L/2\\ d_b&=r_{cf}\times\sin(\varphi-\theta_B)+H/2 \end{aligned} \tag{3}$$

式中，r_{cf} 为齿廓控制圆半径，θ_B 为 B 点对应的展

角，L为传感器横向测量范围。

1.1.3 齿轮齿廓偏差测量

在最佳测量位置下基于线光谱共焦传感器的齿廓测量模型如图4所示。通过控制X，Y，Z轴的移动带动线光谱共焦传感器到最佳测量位置进行齿廓表面的数据采集，假设此时传感器所在位置的X，Y方向光栅的读数为(x_{m2}, y_{m2})。线光谱共焦传感器在偏置位置可以采集到单个齿的齿廓数据，整个数据为在X方向上的等间距离散齿廓数据点。在一个齿的齿廓偏差测量结束后，对齿轮按照齿距角进行分度，对下一个齿进行测量，直到完成对所有齿的齿廓偏差的测量。得到在最佳测量位置下的所有齿的传感器读数为(X_{ij}, Y_{ij})，其中$i=1,2,\cdots,Z$为齿轮编号，$j=1,2,\cdots,N$，N为传感器每次测量的离散点数，Z为齿数。根据1.1.2节建立的坐标系，可以将传感器测量得到的齿廓数据转换到齿轮坐标系下，如公式(4)所示：

$$\begin{aligned} X_{ij}' &= X_{ij} + x_{m2} - x_0 \\ Y_{ij}' &= Y_{ij} + y_{m2} - y_0 \end{aligned} \tag{4}$$

根据测量每个齿轮时光栅旋转角度ω_i，则可以得到所有齿在圆周上的齿廓离散点：

$$\begin{aligned} x_{ij} &= X_{ij}'\cos\omega_i - Y_{ij}'\sin\omega_i \\ y_{ij} &= X_{ij}'\sin\omega_i + Y_{ij}'\cos\omega_i \end{aligned} \tag{5}$$

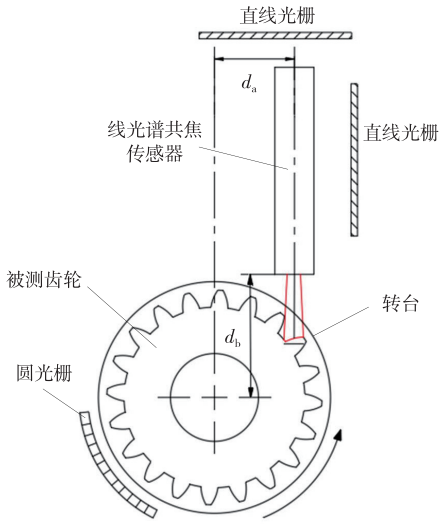


图4 基于线光谱共焦传感器的齿廓偏差测量模型

1.2 全齿波纹度评价分析方法

1.2.1 齿廓偏差计算方法

以左齿廓为例，对于由公式(5)求出的第i个齿廓上的任意一点$M_{ij}(x_{ij}, y_{ij})$。齿廓偏差的计算原理如图5所示。

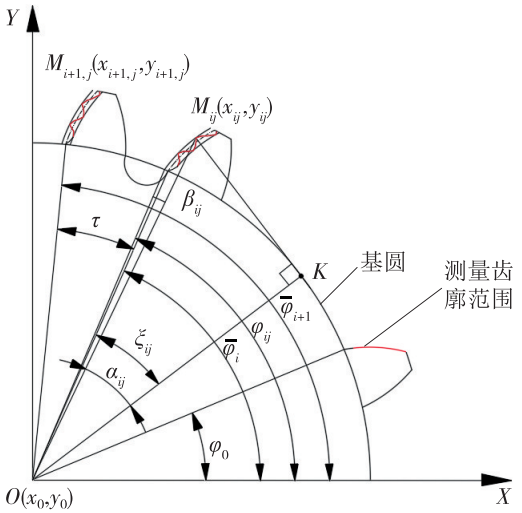


图5 齿廓偏差计算原理图

根据图中的几何关系，可得该齿廓上任意一点M_{ij}在齿面的压力角角α_{ij}：

$$\alpha_{ij} = \arccos\left(\frac{r_b}{OM_{ij}}\right) \tag{6}$$

式中，r_b为基圆半径，OM_{ij}为任意一点到圆心的距离。

展角β_{ij}为：

$$\beta_{ij} = \tan(\alpha_{ij}) - \alpha_{ij} \tag{7}$$

点M_{ij}对应的展开角ξ_{ij}为：

$$\xi_{ij} = \alpha_{ij} + \beta_{ij} = \tan(\alpha_{ij}) \tag{8}$$

根据实测点(x_{ij}, y_{ij})可以建立齿廓渐开线方程：

$$\begin{cases} x_{ij} = OM_{ij}\cos(\varphi_{ij} + \lambda\beta_{ij}) \\ y_{ij} = OM_{ij}\sin(\varphi_{ij} + \lambda\beta_{ij}) \end{cases} \tag{9}$$

式中，当$\lambda=-1$时，为左齿廓渐开线方程；当$\lambda=1$时，为右齿廓渐开线方程。φ_{ij}为M_{ij}点对应渐开线的初始角。

由公式(6)～(9)可以得到M_{ij}点的初始角φ_{ij}：

$$\varphi_{ij} = \arctan\frac{y_{ij}}{x_{ij}} - \lambda\left\{\tan\left[\arccos\left(\frac{r_b}{\sqrt{x_{ij}^2 + y_{ij}^2}}\right)\right] - \arccos\left(\frac{r_b}{\sqrt{x_{ij}^2 + y_{ij}^2}}\right)\right\} \tag{10}$$

取初始角的平均值作为理想渐开线的初始值：

$$\bar{\varphi}_i = \frac{1}{N}\sum_j^N \varphi_{ij} \tag{11}$$

根据齿廓偏差的定义，可以得到M_{ij}点的偏差值：

$$E_{ij}=r_{\mathrm{b}}\left\{\arctan\frac{y_{ij}}{x_{ij}}-\lambda\left\{\tan\left[\arccos\left(\frac{r_{\mathrm{b}}}{\sqrt{{x_{ij}}^2+{y_{ij}}^2}}\right)\right]-\arccos\left(\frac{r_{\mathrm{b}}}{\sqrt{{x_{ij}}^2+{y_{ij}}^2}}\right)\right\}-\overline{\varphi_i}\right\} \tag{12}$$

则每个测点对应的理论展开长度L_{ij}'为：

$$L_{ij}'=L_{ij}-E_{ij}=r_{\mathrm{b}}\xi_{ij}-E_{ij}=$$
$$r_{\mathrm{b}}\left\{(1+\lambda)\tan\left[\arccos\left(\frac{r_{\mathrm{b}}}{\sqrt{{x_{ij}}^2+{y_{ij}}^2}}\right)\right]-\lambda\arccos\left(\frac{r_{\mathrm{b}}}{\sqrt{{x_{ij}}^2+{y_{ij}}^2}}\right)-\arctan\left(\frac{y_{ij}}{x_{ij}}\right)+\overline{\varphi_i}\right\} \tag{13}$$

式中，L_{ij}为M_{ij}点的实际展开长度。

根据上述齿廓偏差计算公式可得第i个齿的齿廓偏差数据(ξ_{ij}', E_{ij})，其中$j=1,2,\cdots,N$。利用光谱共焦传感器在对全齿进行测量完后，通过转台光栅数据将各齿数据转换到圆周上。考虑实际齿距偏差的影响，相邻两个齿开始啮合时在齿轮圆周上相差的齿距角为$\tau_i=\bar{\varphi}_{i+1}-\bar{\varphi}_i$，如图 5 所示。则任一齿廓在整个圆周上相对于第一个齿的展角为：

$$\theta_{ij}=(\bar{\varphi}_i-\varphi_0)-\lambda\xi_{ij}' \tag{14}$$

其中，理论展开角ξ_{ij}'为：

$$\xi_{ij}'=\frac{L_{ij}'}{r_{\mathrm{b}}}=(1+\lambda)\tan\left[\arccos\left(\frac{r_{\mathrm{b}}}{\sqrt{{x_{ij}}^2+{y_{ij}}^2}}\right)\right]-\lambda\arccos\left(\frac{r_{\mathrm{b}}}{\sqrt{{x_{ij}}^2+{y_{ij}}^2}}\right)-\arctan\left(\frac{y_{ij}}{x_{ij}}\right)+\overline{\varphi_i} \tag{15}$$

得到各个齿廓在圆周展角上的偏差数据(θ_{ij}, E_{ij})。

1.2.2　数据预处理与傅里叶级数展开

此时偏差数据为形状偏差，波纹度和粗糙度数据的叠加，根据国标 ISO10064-4-1998[18]，表面波纹度是应用截止频率为λ_f和λ_c的带通滤波器滤波以后形成的轮廓，设利用带通滤波器去除形状误差和表面粗糙度后得到波纹度数据为$E'(\theta_k)$。

由于齿轮重合度的影响，相邻齿在展角上的齿廓偏差数据是有重叠部分的。根据齿轮传动误差的原理，取这个重叠区域的外包络部分作为该段的数据来进一步处理。而当包络处理时需要在相同展角位置下比较齿廓偏差值，因此需通过插值的方式获得同一展角下的齿廓偏差值。本研究采用线性插值重采样的方式以保留偏差曲线的形状信息。

将 1.1.2 节获得的在展角上拼接并滤波后的展角-齿廓偏差数据视为一个序列，设重采样的点数为M，则按照等间距采样时，展角间隔为：

$$\Delta\theta=\frac{2\pi}{M} \tag{16}$$

重采样展角序列为：

$$\theta_k=k\cdot\Delta\theta,\quad k=0,1,\cdots,M-1 \tag{17}$$

对于每个重采样点，通过线性插值的方式计算其偏差值。当重采样点θ_k在区间$[\theta_{ij}, \theta_{i,j+1}]$时，插值的权重为：

$$w=\frac{\theta_k-\theta_{ij}}{\theta_{i,j+1}-\theta_{ij}} \tag{18}$$

插值点θ_k的偏差值为：

$$E(\theta_k)=(1-w)\cdot E(\theta_{ij})+w\cdot E(\theta_{i,j+1}) \tag{19}$$

通过线性插值得到重采样后的数据为$(\theta_k, E(\theta_k))$。如图 6 所示，由于齿轮重合度的影响，两端齿廓偏差的交叠处重采样的结果并不唯一。

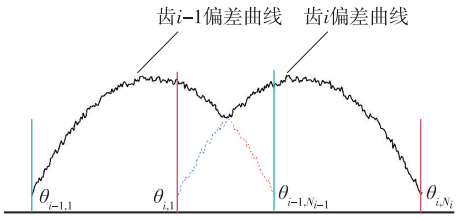


图 6　取上包络示意图

设任意相邻齿廓在展角下的齿廓偏差值的重叠区域为$[\theta_{i,1}, \theta_{i-1,N_{i-1}}]$，则齿廓包络曲线的计算办法为：

$$E'(\theta_k)=\begin{cases}\max\left[E'_{i-1}(\theta_k), E'_i(\theta_k)\right], & \theta_k\in[\theta_{i,1}, \theta_{i-1,N_{i-1}}], i=2,3,\cdots,Z-1\\ E'_i(\theta_k), & \theta_k\in[\theta_{i-1,N_{i-1}}, \theta_{i+1,1}], i=2,3,\cdots,Z-1\end{cases} \tag{20}$$

将展角-偏差数据表示傅里叶级数，可得：

$$E'(\theta_k)=A_0+\sum_{n=1}^{\infty}A_n\sin(n\omega\theta_k+\psi_n) \tag{21}$$

将公式(21)展开后可表示为：

$$E'(\theta_k)=A_0+\sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n\cos(n\omega\theta_k)+b_n\sin(n\omega\theta_k)\right] \tag{22}$$

假设只考虑前N_1阶的傅里叶分量：

$$E'(\theta_k)\approx A_0+\sum_{n=1}^{N_1}\left[a_n\cos(n\theta_k)+b_n\sin(n\theta_k)\right],\quad k=1,2,\ldots,N \tag{23}$$

式中，N为数据点数，n为连续阶次。

将所有数据点代入，可构造以下线性方程组：

$$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}1 & \cdots & 1 & \cdots & 1\\ \cos(\theta_1) & & \cos(\theta_k) & & \cos(\theta_N)\\ \sin(\theta_1) & & \sin(\theta_k) & & \sin(\theta_N)\\ \vdots & & \vdots & & \vdots\\ \cos(n\theta_1) & & \cos(n\theta_k) & & \cos(n\theta_N)\\ \sin(n\theta_1) & \cdots & \sin(n\theta_k) & \cdots & \sin(n\theta_N)\end{bmatrix},n=1,2,\cdots,N_1$$

利用最小二乘求解上述方程的最小解：

$$\boldsymbol{\beta}=(X^{\mathrm{T}}X)^{-1}X^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E} \tag{25}$$

得到傅里叶系数$\boldsymbol{\beta}$后，可以进一步计算每个频率成分的幅值和相位分别为：

$$A_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2},\quad \phi_n=\arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right) \tag{26}$$

式中，A_n为第n阶次的幅值，ϕ_n为第n阶次的相位。

根据阶次对应的幅值，可得到齿廓表面偏差的阶次图，通过分析非啮合阶次及其谐波的幅值大小来判断“鬼阶”频率。

2 测量实验

2.1 测量仪器

采用Focalspec的LCI-401型号的线光谱共焦传感器，传感器参数如表1所示。

表1 传感器参数表

传感器参数	数值
横向测量范围/mm	4.3
纵向测量范围/mm	1.1
工作距离/mm	8
横向采样间隔/μm	2.1
纵向重复测量精度/μm	0.05

线光谱共焦测量系统实验装置如图7所示。

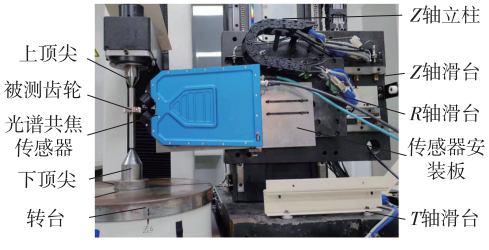


图7 测量装置图

传感器通过安装板连接在自主研制的C40齿轮测量机上，通过X轴实现传感器相对于齿轮径向方向的进退运动，Y轴用于控制传感器沿齿轮切向的水平运动，Z轴调整传感器的轴向高度。C40齿轮测量机参数如表2所示。被测齿轮为渐开线直齿圆柱齿轮，材料为GCr15，齿轮具体参数如表3所示，通过上下顶尖固定在转台上。

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{X} \tag{24}$$

式中，$\boldsymbol{E}'=[E_1',E_2',\cdots,E_N']^T$为为观测数据向量；$\boldsymbol{\beta}=[a_0,a_1,b_1,a_2,b_2,\cdots,a_{N_1},b_{N_1}]$为待求解的傅里叶系数向量；$\boldsymbol{X}$为设计矩阵，大小为$(2N_1+1)\times N$，定义为：

表2 C40齿轮测量机的主要参数

参数	数值
模数测量范围	0.5～12 mm
最大工件重量	100 kg
测量系统分辨率	直线轴：0.1μm；回转轴：1″

表3 齿轮参数

参数	数值
齿数z	20
模数m/mm	2
压力角α/(°)	20
齿宽/mm	12
精度等级(ISO 1328－1－2013)	3级

2.2 测量步骤

(1)整个测量机置于常温条件下的超净间中，将传感器接通电源，预热1个小时，以获得更加稳定的测量结果。(2)将标准芯棒安装在测量机转台的上下顶尖上固定，通过齿轮测量机带动线光谱共焦传感器到芯棒附近对标准芯棒进行测量，获得芯棒的一段外圆弧。同时移动测量机的Z轴，扫描多个截面的外圆弧，记录此时的光栅数据，按照1.1.2节坐标系标定部分理论完成传感器坐标系和齿轮坐标系的标定。(3)根据1.1.2节描述的最佳偏置位置计算办法，通过坐标测量机将传感器偏置到最佳测量位置对齿廓进行测量。(4)每测量完一个齿廓，齿轮旋转一个齿距角后停下来进行采样，不断循环完成所有齿廓的测量。

2.3　齿轮波纹度测量与结果分析

根据 1.2.1 节推导的齿廓偏差计算过程得到展长下的齿廓偏差数据，并且经过高斯带通滤波后提取出波纹度结果如图 8 所示。从图 8 中可以看出在对齿廓偏差数据进行高斯带通滤波处理后，可以有效去除掉高频粗糙度信号和形状偏差，得到较平滑的波纹度分量。

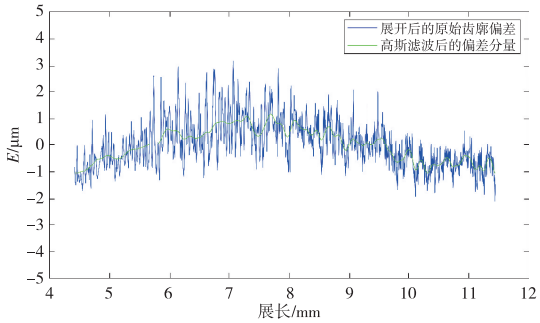


图 8　高斯滤波提取波纹度

在所有齿的齿廓偏差数据经过高斯滤波后，将其转换到同一展角下进行叠加，如图 9 所示。所有齿的测量数据经过处理后齿廓偏差曲线在波峰和波谷位置以及幅值的变化趋势上一致性较好，整体形貌重合度较高。被测齿轮为 3 级精度齿轮，不同齿面在统一展角下呈现出较高的重合度是符合其精度等级特征的结果。同时从侧面验证光谱共焦传感器测量测量数据的可靠性，说明该方法测量齿廓具有良好的稳定性和一致性。根据文献[9]，波纹度曲线在局部存在相位差，在经过傅里叶分析后可能会存在有轻微的“鬼阶”频率。

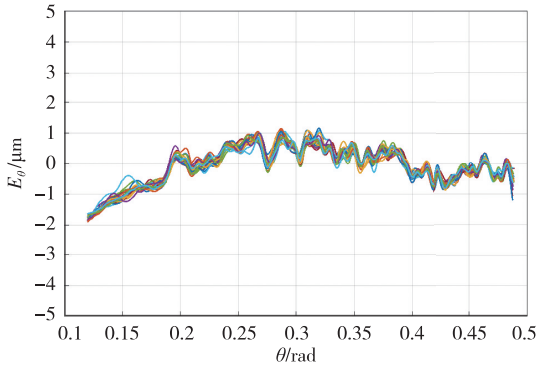
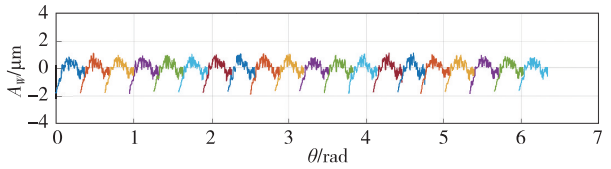
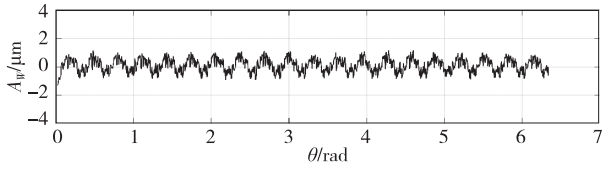


图 9　20 个齿廓数据处理后的波纹度图

得到波纹度数据后，再根据公式(14)计算每个齿在整个圆周展角的角度，得到在圆周展角下的波纹度曲线，如图 10(a)所示。由于齿轮啮合重合度的影响，相邻齿在展角上是有重复部分的。通过线性插值的方式对全齿波纹度曲线进行插值重采样得到等间距的波纹度数据，再根据公式(20)对曲线取外包络，得到在展角下包络后的全齿波纹度曲线如图 10(b)所示。



(a) 在圆周展角下全齿波纹度曲线



(b) 取外包络后的全齿波纹度曲线

图 10　全齿波纹度数据数据包络处理

根据 1.2.2 节傅里叶级数分析过程对取包络后的波纹度曲线进行傅里叶级数展开，为观察到非整数阶次的“鬼阶”频率，取 w=0.1，得到波纹度信号的阶次图如图 11 所示。由于存在大量微小幅值的高频分量，故只截取前 100 阶的幅值情况进行分析。从图中可以看出几个显著的阶次分布在 20，40，60，80 阶上，因为本次所测量的齿数为 20 个，所以在齿数的基频以及倍频上会出现显著阶次。在小于 2 阶的低阶上也有一个较大的幅值分量，可能是由齿轮在加工时的偏心所导致的。而在齿数的基频和倍频的周边频率，比如 19.8，20.1，39.9 等阶次也有较大的幅值分量，可能是由于波纹度信号在起止点处幅值不连续，而傅里叶分析要求信号满足严格的周期性假设，所以会在主要频率处产生能量泄露，从而使部分能量分布到相邻频率上。为更明显看出阶次分布情况，舍去低频的分量以及其他较低幅值的阶次信息，只保留明显峰值幅值对应的阶次信息如图 12 所示。从图中可以看出在 18.8 和 39 阶附近也有较大的幅值分量，说明在此阶次上存在轻微“鬼阶”。

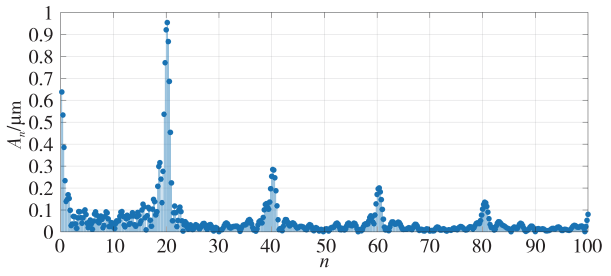


图 11　傅里叶级数展开阶次分析结果

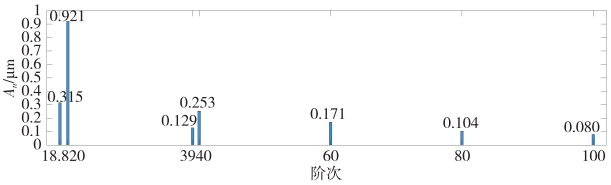


图12 明显峰值幅值阶次图

3 结论

本文提出一种基于线光谱共焦传感器的高精度渐开线直齿圆柱齿轮齿廓波纹度测量方法，并对全齿波纹度信息进行傅里叶分析。首先，根据线光谱共焦传感器和齿轮测量中心建立齿廓波纹度测量模型，在齿轮测量中心上通过标准芯棒标定传感器测量值在坐标系中的位置，并对所有齿的齿廓方向的齿面进行测量。推导了齿廓偏差计算方法，并通过异常值处和高斯滤波得到齿廓的波纹度数据。针对波纹度傅里叶分析的要求，提出了对全齿波纹度数据进行插值重采样、包络分析等预处理方法，最后通过傅里叶级数展开对波纹度曲线进行分析。测量后所有齿的偏差曲线一致性较好，符合3级精度齿轮表面特征，并且完成对全齿波纹度数据的处理和傅里叶分析，得到阶次图，并初步识别出在18.8和39阶存在轻微的“鬼阶”频率。所提出的基于线光谱共焦传感器的齿轮齿廓波纹度测量方法能满足高精度齿轮表面的测量，提高测量效率，对与齿轮表面微观形貌的光学测量有一定的借鉴意义。

参考文献：

[1] 石照耀，费业泰，谢华锟．齿轮测量技术100年——回顾与展望[J]．中国工程科学，2003，5(9)：13-17.
Shi Zhaoyao，Fei Yetai，Xie Huakun. 100 years of gear measurement technology——review & prospect [J]. Engineering Science，2003，5(9)：13-17.

[2] Goch G，Guenther A，Peng Y，et al. Gear metrology-an update[J]. CIRP Annals，2023，72(2)：725-751.

[3] 黄秀成，廖根旺，尹文辉．某纯电动车集成电驱传动齿轮NVH性能优化[J]．汽车零部件，2021(11)：15-18.
Huang Xiucheng，Liao Genwang，Yin Wenhui. NVH performance optimization of integrated electric drive transmission gear for a pure electric vehicle[J]. Automobile Parts，2021(11)：15-18.

[4] Geniut K. Sound-Engineering im Automobilbereich：Methoden zur Messung und Auswertung von Geräuschen und Schwingungen [M]. Herzogenrath：Springer，2010.

[5] Gravel G. Analysis of ripple on noisy gears[C]//AGMA Fall Technical Meeting，2012：1-10.

[6] Gravel G. Simulation of hobbing and generation grinding to solve quality and noise problems[C]//AGMA Fall Technical Meeting，2015：1-11.

[7] Wagaj P，Beerck D. Gear noise analysis：design and manufacturing challenges drive new solutions for noise reduction[J]. Gear Technology，2019.

[8] KISSsoft. Manufacturing Deviations and Flank Waviness[EB/OL]．(2022-09-07)[2023-03-25].

[9] 马志伟，孟 静，刘亚男，等．齿面波纹度形成原理及检测分析[J]．装备制造技术，2023(6)：188-190.
Ma Zhiwei，Meng Jing，Liu Yanan，et al. Formation principle and detection analysis of tooth surface waviness[J]. Equipment Manufacturing Technology，2023(6)：188-190.

[10] 武湘凯．基于齿面波度的齿轮传动噪声预测[D]．北京：北京工业大学，2022.
Wu Xiangkai. Prediction of gear transmission noise based on tooth surface waveness[D]. Beijing：Beijing University of Technology，2022.

[11] 于振辉．齿轮齿面波纹度分析及对齿轮啮合噪声影响研究[D]．合肥：合肥工业大学，2023.
Yu Zhenhui. Research of gear surface waviness and its influence on gear meshing noise[D]. Hefei：Hefei University of Technology，2023.

[12] 滕 辰．基于粗糙度轮廓仪的圆柱齿轮测量研究[D]．北京：北京工业大学，2021.
Teng Chen. Research on cylindrical gear measurement based on profilometer [D]. Beijing：Beijing University of Technology，2021.

[13] Younes M A，Khalil A M，Damir M N. Automatic measurement of spur gear dimensions using laser light，part 2：measurement of flank profile[J]. Optical Engineering，2005，44(10)：103603.

[14] Guo X，Shi Z，Yu B，et al. 3D measurement of gears based on a line structured light sensor[J]. Precision Engineering，2020，61：160-169.

[15] Shi Z，Sun Y，Wang X，et al. Acquisition and assessment of gear holistic deviations based on laser measurement [J]. Photonics，2022，9(10)：735.

[16] Shang Z，Wang J，Du H，et al. High-precision measurement of gear tooth profile using line spectral confocal method[J]. Measurement，2023，223：113779.

[17] ISO. ISO 1328-1：2013 Cylindrical gears—ISO system of flank tolerance classification—Part 1：Definitions and allowable deviations relevant to flanks of gear teeth[S]. Geneva：ISO，2013.

[18] ISO. ISO/TR 10064-4：1998 Code of inspection practice—Part 4：Recommendations relative to surface texture and tooth contact pattern checking[S]. Geneva：ISO，1998.

作者简介：

蔡昕宏(2001—)，男，硕士研究生，主要研究方向为齿轮高精度光学测量；

赫东锋(1975—)，男，博士，副教授，主要研究方向为精密测量测试技术与智能机械。