

基于 AS 与动态 LLR 阈值判决优化的一种极化码 SCLF 译码算法

袁建国*, 胡峻铭, 向锦能

(重庆邮电大学 电子科学与工程学院, 重庆 400065)

摘要：针对现有的极化码串行抵消列表比特翻转(Successive Cancellation List Bit-Flipping, SCLF)算法大多数依赖静态的关键集(Critical Set, CS)或固定的信道可靠性排序,导致翻转候选集冗余度高、错误定位不精准,进而增加了译码时延与复杂度的问题,文章提出一种结合特定集(Assigned Set, AS)与动态对数似然比(Logarithm Likelihood Ratio, LLR)阈值判决的 SCLF 译码算法。该算法首先利用循环冗余校验辅助串行抵消列表(Cyclic Redundancy Check Aided Successive Cancellation List, CA-SCL)译码算法译码过程中的路径度量计算得到特定集,剔除无效翻转位置;随后引入动态 LLR 阈值对候选翻转比特取交集进行二次筛选,利用即时信道信息精准定位错误。仿真结果表明,当误块率为 1×10^{-4} 时,所提出的 SCLF 译码算法相较于 CA-SCL、CS-SCLF、D-Post、AS-SCLF 译码算法分别有 0.24 dB、0.19 dB、0.1 dB 和 0.08 dB 的增益。在保持显著纠错性能增益的同时,所提算法在低信噪比区域有效降低了平均译码次数,实现了性能与复杂度的良好折中。

关键词：极化码; 关键集; 串行抵消列表; 阈值 SCLF 译码算法

中图分类号：TN911.22 **文章编号：**1001-5868(2026)04-0703-06

An Optimized SCLF Decoding Algorithm Based on Assigned Sets and the Dynamic Log-Likelihood Ratio Threshold Decision

YUAN Jianguo, HU Junming, XIANG Jinneng

(School of Electronic Science and Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, CHN)

Abstract: Most existing Successive Cancellation List Bit-flipping (SCLF) algorithms for polar codes rely on static Critical Sets (CS) or fixed channel reliability ordering, which leads to highly redundant flipping candidate sets, inaccurate error localization, and consequently increased decoding latency and computational complexity. To address this problem, an improved SCLF decoding algorithm combining Assigned Sets (AS) and dynamic Log-Likelihood Ratio (LLR) threshold decision is proposed. Specifically, the proposed algorithm first calculates the AS using the path metrics obtained during the decoding process of the Cyclic Redundancy Check Aided Successive Cancellation List (CA-SCL) algorithm, thereby eliminating invalid flipping positions. Subsequently, a dynamic LLR threshold is introduced to perform secondary screening on the candidate flipping bits by calculating their intersection, which enables accurate error localization with instantaneous channel

收稿日期: 2026-03-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(U21A20447, 61971079).

* 通信作者: 袁建国

state information. Simulation results demonstrate that at a Block Error Rate (BLER) of 1×10^{-4} , the proposed SCLF decoding algorithm achieves gains of 0.24 dB, 0.19 dB, 0.1 dB, and 0.08 dB compared with the CA-SCL, CS-SCLF, D-Post, and AS-SCLF decoding algorithms, respectively. While maintaining significant gains in error-correction performance, the proposed algorithm effectively reduces the average number of decoding iterations in the low signal-to-noise ratio (SNR) region, achieving a favorable trade-off between decoding performance and computational complexity.

Key words: polar codes; critical set; Successive Cancellation List; threshold-based Successive Cancellation List with Bit-flipping decoding algorithm

0 引言

极化码是一种能够逼近香农极限的信道编码方法^[1-2]。为进一步提升其译码性能,研究者先后提出多种改进译码算法,其中CA-SCL译码算法^[3-5]是在传统的串行抵消列表(Successive Cancellation List, SCL)译码框架^[6]中引入循环冗余校验(Cyclic Redundancy Check, CRC)机制,通过对候选译码路径进行CRC校验筛选,最终输出通过校验的码字作为译码结果。为了在译码失败情况下进一步提高纠错能力,串行抵消列表比特翻转(Successive Cancellation List Bit-Flipping, SCLF)译码算法被提出^[7-8]。该方法在CRC未通过时,通过重新译码并翻转特定比特的决策结果来增强译码性能。

文献[7]提出一种基于关键集的SCLF算法,其利用文献[8]中的关键集(Critical Set, CS)概念,CS集由所有Rate-1节点的首个比特组成。CS-SCLF通过对关键集中的比特进行翻转,有效减弱了错误传播,从而改善译码性能。然而,由于信道噪声的动态变化,译码过程中往往难以及时准确地定位关键集中的错误比特。为此,文献[8]提出基于特定集改进的SCLF算法,通过判断比特的归一化置信度来尽可能识别出译码错误的比特,从而提高译码性能。文献[9]提出决策后处理(Decision Post-Processing, D-POST)算法,其通过路径度量信息计算比特置信度,优先翻转置信度较低的比特,从而有效减少了CA-SCL译码中无效的重译码操作。文献[10]针对串行抵消翻转(Successive Cancellation Flip, SCF)译码算法,提出通过延迟首个错误比特位置(First Error Position, FEP),即延迟由于信道噪声引起的错误,从而提升性能,能够使延迟FEP的概率趋近于1。文献[11]提出一种通过多重筛选机制来更准确地估计路径生存概率,从而定位SCL译码的首次错误事件。

本文构造了一种基于AS集改进的阈值SCLF译码算法。该算法的关键集中采用了多重筛选机制,结合阈值判决与特定集来确定新的待翻转序列,能够更精准地识别出需要翻转的位置,提升译码性能。

1 极化码译码

1.1 SC/CA-SCL译码

考虑一个二进制极化码,码长为 N ,信息长度为 K ,其输入的信源序列表示为 $\mathbf{u}_1^N = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_N)$,传输码字序列 $\mathbf{x}_1^N = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N)$ 由 $\mathbf{x}_1^N = \mathbf{u}_1^N \mathbf{G}_N$ 构造,其中 $\mathbf{G}_N$ 表示生成矩阵,是 $\mathbf{x}_1^N$ 的对应接收序列。传输码字序列 $\mathbf{x}_1^N$ 在加性高斯白噪声(Additive White Gaussian Noise, AWGN)信道下生成对应接收序列 $\mathbf{y}_1^N = (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N)$ 。 $\mathbf{u}_1^N$ 的译码估计序列表示为 $\hat{\mathbf{u}}_1^N = (\hat{\mathbf{u}}_1, \hat{\mathbf{u}}_2, \dots, \hat{\mathbf{u}}_N)$,SC译码根据接收序列 $\mathbf{y}_1^N$ 和估计序列 $\hat{\mathbf{u}}_1^{i-1}$ 计算 $\hat{\mathbf{u}}_i$,其取值取决于LLR的计算,具体的计算公式如下:

$$L_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1}) = \ln \frac{w_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1} | u_i = 0)}{w_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1} | u_i = 1)} \quad (1)$$

计算出LLR后根据以下准则进行判决:

$$\hat{u}_i = \begin{cases} 0, & L_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1}) \geq 0 \\ 1, & L_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1}) < 0 \end{cases} \quad (2)$$

把SC译码进一步扩展到列表大小为 L 的SCL译码,对于 $\forall i, l$,LLR定义为:

$$L_{N,l}^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_{1,l}^{i-1}) = \ln \frac{w_{N,l}^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_{1,l}^{i-1} | u_i = 0)}{w_{N,l}^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_{1,l}^{i-1} | u_i = 1)} \quad (3)$$

对于第 l 条路径的比特 u_i ,路径度量(Path Metric, PM)的定义为:

$$PM_l^i = \begin{cases} PM_l^{i-1}, & \hat{u}_{i,l} = \frac{1}{2} \{1 - \text{sgn}[L_{N,l}^{(i)}]\} \\ PM_l^{i-1} + |L_{N,l}^{(i)}|, & \text{else} \end{cases} \quad (4)$$

对于信息比特,SCL译码器中每条译码路径

$\hat{u}_{1,l}^{-1}$ 都将扩展到 $\hat{u}_{1,l}=0$ 或1这两条路径。当译码路径条数大于 L 时,将只保留PM值最小的那 L 条译码路径继续译码。由于路径数量多,SCL译码算法往往有较高的复杂度。CA-SCL译码器比较 L 条路径的PM值,再进行CRC校验,最终输出拥有最小PM值的路径上的译码结果。

1.2 SCLF译码

当所有的SCL译码结果皆没有通过CRC校验时,即可以采用比特翻转译码算法。如图1所示,假设列表大小 $L=4$, u_1, u_2, u_3 和 u_5 是信息比特, u_4 是冻结比特,且假设 u_5 是翻转比特,图中“×”表示删除该路径。对于标准的SCL译码方案,有三种节点状态:节点A的两条路径皆被淘汰,这种节点称为删除状态;节点B的两条路径都被保留,称为克隆状态;节点C和节点D都只保留了一条路径,称为SC态。文献[7]提出的翻转方案如图2所示,对于处在克隆状态以及删除状态的节点不进行处理,只对处在SC状态的节点进行翻转处理。本文沿用了该翻转方案。

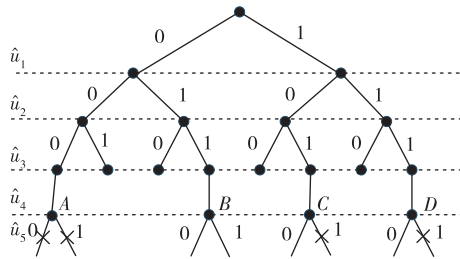


图1 SCL译码树

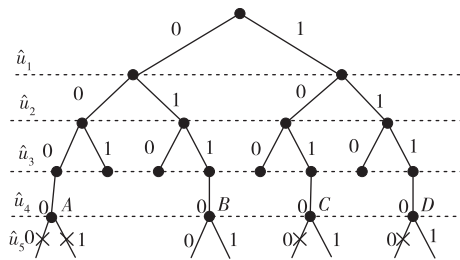


图2 SCLF译码树

2 一种改进的SCLF译码方案

传统的SCLF译码算法通常依赖于静态的CS集或固定的信道可靠性排序来确定翻转顺序。然而,静态集合忽略了当前接收信号的实时噪声特征,导致翻转候选集中包含大量当前帧中可靠度较高的比特,进而造成计算资源的浪费。此外,在高信噪比下,虽然SCL译码器的误码率较低,但是一旦发生错

误,往往是信道噪声导致的突发性错误,静态集合难以精准定位此类错误。

针对上述问题,本文提出一种结合AS集与动态阈值判决的关键集构造方法。该方法首先利用CA-SCL译码过程中的路径度量信息构建初始特定集,随后引入基于SC译码的动态阈值对集合进行二次筛选与重排序,从而剔除无效翻转并精准定位错误比特。

2.1 阈值SCLF译码算法

阈值SCLF译码算法通过延迟由于信道噪声引起的错误,从而提升性能。在SCLF译码中,如果能够推迟第一个错误的判决,就能够减少早期路径的损失,优化SCLF的性能。

通过设置阈值,并将LLR的幅值与阈值进行对比。在 N 足够大的情况下,任意属于信息比特的LLR的幅值要大于等于 $C \cdot N^\beta$,LLR幅度低于阈值的比特是不可靠的,并且通常与真实的首个错误位置相对应。通过信道的错误概率定义,可以推导出:

$$Pe(W_N^{(i)}) = Q\left(\sqrt{\frac{LLR_N^{(i)}}{2}}\right) \leq Z(W_N^{(i)}) \leq 2^{-N^\beta} \quad (5)$$

利用 Q 函数的单调性可以得到:

$$\sqrt{\frac{|LLR_N^{(i)}|}{2}} \geq Q^{-1}(2^{-N^\beta}) \quad (6)$$

当 x 很大时,则 $Q(x) \geq e^{-x^2}$,进而可以得到:

$$-\ln y \leq x^2 = [Q^{-1}(y)]^2 \quad (7)$$

把 2^{-N^β} 代入式(7)中,得到:

$$Q^{-1}(2^{-N^\beta}) \geq \sqrt{-\ln 2^{-N^\beta}} = \sqrt{\ln 2 \cdot N^\beta} \quad (8)$$

通过上述证明,得到:

$$LLR_N^{(i)} \geq (2\ln 2)N^\beta > N^\beta \quad (9)$$

随着码长 N 的增长,极化码中所有信息比特的LLR绝对值越大,表明其可靠性随之提高。如果某个信息比特的LLR幅值低于 $C \cdot N^\beta$,其中 C 为常数,则可以在渐近意义上认为它是不可靠的。这一理论界限为阈值的设计提供了指导。

2.2 关键集的优化构造

为了缩小搜索空间并提高翻转命中率,需要对关键集的构造进行优化。

传统的CS集构造仅依赖于极化码的静态结构(即Rate-1节点首个比特),忽略了实际译码过程中的动态路径选择信息。基于文献[8-9]中的理论,利用SCL译码器的内部状态来识别潜在的决策错误。

对于码长为 N 、列表大小为 L 的CA-SCL译码器,定义第 i 个比特在译码时的淘汰路径总概率 $A(i)$ 和保留路径总概率 $B(i)$ 分别为:

$$A(i) = \exp[-M_{\text{elim}}(i, l)] \quad (10)$$

$$B(i) = \exp[-M_{\text{keep}}(i, l)] \quad (11)$$

$$P_{\text{SCL}}(i) = \ln \frac{B(i)}{A(i)} \quad (12)$$

公式(12)定义第 i 个比特的路径决策置信度,该值越小,表明保留路径与淘汰路径的度量差异越小,译码器发生错误判决(即删除了正确路径)的概率越高。

根据高斯近似原理,定义理论置信度阈值 $C(i)^{[12]}$:

$$C(i) = \alpha \cdot \ln \frac{1 - P_e(i)}{P_e(i)} \quad (13)$$

当路径决策置信度低于理论置信度阈值时,将其视为AS集中的元素。

表1 一种双重筛选构建关键集的方法

步骤1:利用CA-SCL译码失败时的路径度量计算每个信息比特的实际路径决策置信度 P_{SCL} ,并结合高斯近似得到的信道理论阈值 C 。将所有满足 $P_{\text{SCL}} < C$ 的比特纳入初始特定集。
步骤2:引入动态阈值判决。运行辅助SC译码获取当前帧的动态对数似然比序列LLR,并根据码长 N 和最大翻转次数 T 计算动态阈值。
步骤3:对步骤2筛选后的比特,根据其 $|LLR|$ 进行排序。

尽管AS集利用了SCL译码中的决策信息,但其对当前帧瞬时信道噪声的敏感度仍有提升空间。为了进一步剔除集合中的非必要翻转比特并优化翻转顺序,引入基于SC译码的动态阈值机制。

根据文献[10]中的理论,正确译码比特LLR幅值通常较大,而错误比特的LLR幅值较小。通过运行一次辅助SC译码,获取当前接收信号的动态LLR序列 $LN^{(i)}$,并设定阈值。利用该值对AS集进行二次筛选,仅保留那些满足 $|LN^{(i)}|$ 远小于阈值的比特,之后再对筛选后的比特序列的LLR幅值排序。

3 一种基于特定集与阈值投票的改进SCLF译码算法

经过AS集和阈值的双重筛选后,能够更精准地找到需要翻转的序列,得到一种基于AS集与动态LLR阈值判决改进的SCLF译码算法,该算法的步骤如表2所示。其中, $t=(1, 2, 3, \dots, T)$ 表示翻转的索引, T 为最大翻转次数。在译码过程中,首先进行CA-SCL译码,如果CRC校验通过,则直接输出

通过CRC校验的路径,译码成功。如果 L 条路径的译码结果均没有通过CRC校验,则进行比特翻转重译码。如果在关键集中的一个比特经过翻转后译码结果通过了CRC校验,输出翻转后的译码结果,译码成功。如果达到了最大翻转次数 T 译码结果仍未通过CRC校验,则输出首次CA-SCL译码结果中拥有最小PM的路径。

表2 本文提出的SCLF译码算法

Input:接收序列 y_1^N ,冻结比特索引 A^c ,阈值,AS集;
Output:发送序列 $\hat{a}_1^N$;
1: if 首次CA-SCL译码成功
2: 返回通过CRC校验并且PM最小的路径,译码成功;
break;
3: else
4: for $t = 1, 2, \dots, T$
5: 特定集AS中进行阈值判决,对同时满足AS条件与阈值条件的比特进行翻转;
6: if 比特翻转译码成功
7: 返回通过CRC校验并且PM最小的路径;
8: end if
9: end for
10: if $t = T + 1$
11: 比特翻转失败,返回首次CA-SCL译码PM最小的路径;
12: end if
13: end if

4 仿真分析

在AWGN信道下,采用二进制相移键控(Binary Phase Shift Keying, BPSK)调制,选用信噪比 $SNR = 2.5$ dB的高斯近似构造方法,仿真码长 $N = 1024$,码率 $R = 0.5$,列表大小 $L = 8$,CRC校验码长 $r = 16$,对应的生成多项式为 $g_{16}(x) = x^{16} + x^{15} + x^2 + 1$ 。仿真迭代次数为 1×10^7 ,最大允许翻转次数 $T = 50$ 。将所提出的阈值SCLF算法与传统的CA-SCL算法,文献[7]中CS-SCLF算法,文献[8]中AS-SCLF算法,文献[9]中D-post译码算法进行译码性能和复杂度的对比。

4.1 阈值最优值分析

在有限码长条件下,为了确保翻转集合能够以高概率命中首个错误比特,基于大量的蒙特卡洛仿真结果,并通过曲线拟合得到了一个经验性的阈值公式(14),式中 Th 表示阈值,该公式能够动态适应码长 N 和最大翻转尝试次数 T 的变化:

$$Th = \frac{N^{\frac{1}{3} \times (\frac{T}{45} + \frac{97}{90})}}{2^{\frac{\log_2 N - 8}{2}}} \quad (14)$$

根据该公式计算阈值能够在有限码长下拥有良好的筛选能力。

为了论证阈值公式的优越性,对比了应用基于理论界限 $C \cdot N^\beta$ 的6种固定阈值组合与公式计算出的阈值的误块率性能。由图3可得出,采用阈值公式(14)对特定集进行筛选得到的译码性能最佳。

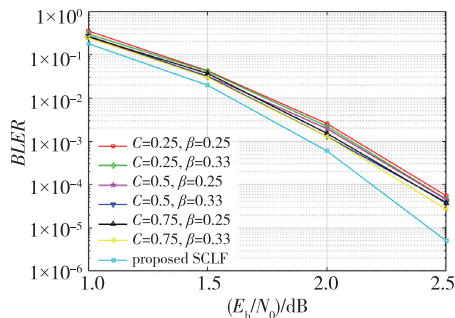


图3 不同阈值下的误块率

4.2 译码性能分析

本文所提出的阈值SCLF算法与其他四种译码算法进行对比仿真结果如图4所示。由图4可看出,所提出的阈值SCLF译码算法相较于其他算法性能最佳。当误块率为 1×10^{-4} 时,信噪比相较于CA-SCL译码算法、CS-SCLF译码算法、D-POST译码算法和AS-SCLF译码算法分别有大约0.24 dB、0.19 dB、0.1 dB、0.08 dB的增益。

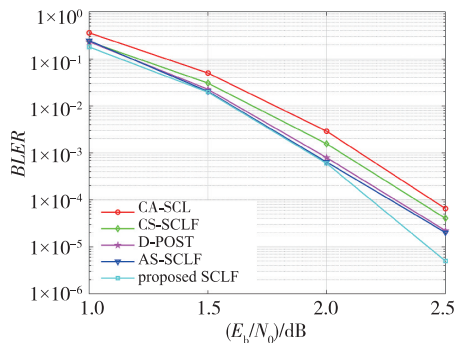


图4 不同译码算法的误块率

4.3 复杂度分析

通过使用平均译码次数来衡量译码算法的计算复杂度,各算法的平均译码次数如图5所示。在低信噪比区域,即信道条件较差的情况下,所提出的SCLF译码算法相对于其他算法的复杂度最低。当信噪比为1 dB时,平均译码次数相较于AS-SCLF译码算法、D-POST译码算法和CS-SCLF译码算法分别下降大约5%、14%和17%。当信噪比为1.5 dB时,阈值SCLF译码算法相较于AS-SCLF译码算法、D-POST译码算法和CS-SCLF译码算法分别下降了14%、17%和20%。随着信噪比的提升,各类SCLF译码算法的平均译码次数均呈

显著递减趋势,且在高信噪比区间,其译码次数逐渐收敛至CA-SCL译码算法的水平。进一步分析可知,所提出的SCLF算法在低信噪比场景下展现出更优的适用性;而在高信噪比区域,该算法为SCL译码器引入的额外计算开销已降至可忽略的程度,验证了其在复杂信道环境下的灵活性与高效性。

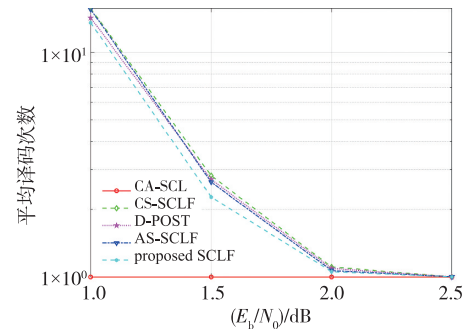


图5 不同译码算法的平均译码次数

综上所述,所提出的SCLF译码算法能够更精准地构造翻转比特序列,从而实现了更好的译码性能,同时也降低了译码复杂度。

5 结论

本文在传统的SCLF译码算法上引入了阈值判决的机制,通过阈值判决,能够有效推迟首个错误的出现,从而减少早期路径的损失,优化SCLF的性能。该阈值判决可以应用到各种针对CS集修改的SCLF译码算法上,通过取交集的方式,更精准地找到需要翻转的比特序列。在译码过程中,当CA-SCL译码失败时,在经过AS集与阈值筛选后的序列中有序进行比特翻转。仿真结果表明,所提出的SCLF译码算法相较于CA-SCL译码算法、CS-SCLF译码算法、D-POST译码算法、AS-SCLF译码算法改善了译码性能,在低信噪比的区域降低了计算复杂度,在高信噪比区域其复杂度与CA-SCL相当。

参考文献:

- [1] Shen Y, Balatsoukas-Stimming A, You X, et al. Dynamic SCL decoder with path-flipping for 5G polar codes[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2022, 11(2): 391-395.
- [2] 蒋青芳,姚海峰,刘智,等. Gamma-Gamma信道下基于并行交织极化码的误码性能研究[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2024, 36(1): 145-152.

Jiang Qingfang, Yao Haifeng, Liu Zhi, et al. Research on error performance of parallel interleaved polar codes in Gamma-

- Gamma channels[J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2024, 36(1): 145-152.
- [3] Yuan J G, Zhang F G, He J J, et al. CS-FSCL decoding algorithm of polar codes based on critical sets[J]. Optoelectronics Letters, 2024, 20(7): 418-423.
- [4] 刘伟, 段红光. 极化码自适应连续消除列表比特翻转译码算法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2021, 33(1): 87-93.
- Liu Wei, Duan Hongguang. Adaptive successive cancellation list bit-flip decoding of polar codes[J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2021, 33(1): 87-93.
- [5] 李小文, 李文彬. 一种简化的极化码串行消除列表译码算法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2019(4): 488-494.
- Li Xiaowen, Li Wenbin. A simplified successive cancellation list decoding algorithm for polar codes [J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2019(4): 488-494.
- [6] 于永润. 极化码编译码技术研究[D]. 南京: 东南大学, 2019.
- Yu Yongrun. Investigations on the construction and decoding of polar codes[D]. Nanjing: Southeast University, 2019.
- [7] Kim H, Lee H, Park H. Distributed CRC scheme for low-complexity successive cancellation flip decoding of polar codes[J]. ICT Express, 2022, 8(3): 409-413.
- [8] You W, Yuan J G, Yu L F, et al. An improved AS-SCLF decoding algorithm of polar codes based on the assigned set[J]. Optoelectronics Letters, 2022, 18(11): 694-698.
- [9] Wang C H, Pan Y H, Lin Y H, et al. Post-processing for CRC-aided successive cancellation list decoding of polar codes[J]. IEEE Communications Letters, 2020, 24(7): 1395-1399.
- [10] Liu Z, Yao L, Yuan S, et al. Threshold successive cancellation flip decoding algorithm for polar codes: design and performance[J]. Entropy, 2025, 27(6): 626.
- [11] Zhang W, Wu X. Low-latency SCL bit-flipping decoding of polar codes[C]//ICC 2023 - IEEE International Conference on Communications, 2023: 132-135.
- [12] Li S B, Deng Y Q, Lu L J, et al. A low-latency simplified successive cancellation decoder for polar codes based on node error probability[J]. IEEE Communications Letters, 2018, 22(12): 2439-2442.

作者简介:

袁建国(1968—),男,重庆市人,博士,教授,研究生导师,主要研究方向为通信系统中LDPC码、极化码编译码技术以及OFDM技术。